



รูปภาพจาก : www.pixabay.com

บทที่ 3 แรงและกฎการเคลื่อนที่

“วัตถุเปลี่ยนสภาพการเคลื่อนที่ได้อย่างไร?” และ “ทำไมผลแอปเปิ้ลจึงร่วงลงมาสู่พื้นเสมอ?” ต่างเป็นคำถามที่ทรงพลังอย่างมากในวิชาฟิสิกส์ ในบทนี้จะอธิบายถึงการหาคำตอบของคำถามดังกล่าวด้วยระเบียบวิธีทางคณิตศาสตร์ที่แสนจะเรียบง่าย

แรงและกฎการเคลื่อนที่ (Forces and The Laws of Motion)

แรง (Force)



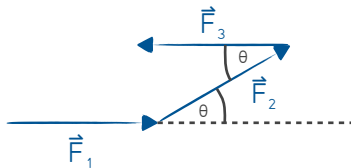
แรง (Force)

แรง (Force ; $\vec{F}$ [N, kg·m/s²]) คือ สิ่งที่ย้ายทำให้วัตถุเปลี่ยนสภาพการเคลื่อนที่ (วัตถุอาจไม่เปลี่ยนสภาพการเคลื่อนที่ก็ได้) มีลักษณะสำคัญ คือ มีผู้กระทำ มีผู้ถูกกระทำ เกิดเป็นคู่ และมีทิศทาง (เป็นปริมาณเวกเตอร์)

สภาพการเคลื่อนที่ของวัตถุ คือ รูปแบบความเร็วของวัตถุ

Problem 3.1

จงหาขนาดของแรงลัพธ์จากแรง $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ และ $\vec{F}_3$ ดังรูปด้านล่าง เมื่อกำหนดให้แรงทั้งสามมีขนาดเป็น F เท่ากัน?

Answer : F

แรงและกฎการเคลื่อนที่ (Forces and The Laws of Motion)

Problem 3.2

จงหาขนาดของแรงลัพธ์ระหว่างแรงสองแรงที่มีขนาด F เท่ากัน และมุมระหว่างแรงทั้งสองเท่ากับ θ ?

$$\text{Answer : } F\sqrt{2(1 + \cos\theta)}$$

Problem 3.3

จงหาขนาดของแรงลัพธ์ระหว่างแรงสองแรงที่มีขนาด 1 N และ $\sqrt{3} \text{ N}$ และมุมระหว่างแรงทั้งสองเท่ากับ 30° ?

$$\text{Answer : } \sqrt{7} \text{ N}$$

แรงและกฎการเคลื่อนที่ (Forces and The Laws of Motion)

Problem 3.4

แรงสามแรงรวมกันเท่ากับศูนย์ และแรงทั้งสามมีขนาดเท่ากัน ถ้าแรงหนึ่งมีทิศไปทาง $+x$ อีกสองแรงจะต้องมีทิศเอียงทำมุมเท่าใดกับแกน x ?

Answer : 120° and 240°

Problem 3.5

จงหาขนาดของแรงลัพธ์จากแรงสองแรงซึ่งกระทำกับวัตถุ โดยแรงที่หนึ่งมีขนาด 10.0 N และแรงที่สองมีขนาด 7.5 N

- a) แรงที่หนึ่งมีทิศ $+x$ และแรงที่สองมีทิศ $+x$?
- b) แรงที่หนึ่งมีทิศ $+x$ และแรงที่สองมีทิศ $-x$?
- c) แรงที่หนึ่งมีทิศ $+x$ และแรงที่สองมีทิศ $+y$?

Answer : a) 17.5 N , b) 2.5 N and c) 12.5 N

กฎการเคลื่อนที่ของนิวตัน (Newton's Laws of Motion)



ความเฉื่อย, มวล และแรงต่างๆ

ความเฉื่อย (Inertia) คือ สมบัติที่วัตถุต้านการเปลี่ยนสภาพการเคลื่อนที่

มวล (mass ; m [kg]) คือ ปริมาณทางฟิสิกส์ที่บอกถึงสมบัติของสสาร เป็นความเฉื่อยต่อการเปลี่ยนสภาพการเคลื่อนที่ของวัตถุ (วัตถุที่มีมวลมากกว่าจะเปลี่ยนแปลงสภาพการเคลื่อนที่ได้น้อยกว่าเมื่อมีแรงลัพธ์มากระทำกับวัตถุเท่ากัน)

ในปัจจุบันการหาที่มาและตัวตนที่แท้จริงของมวลเพื่ออธิบายว่ามวลคืออะไร เกิดขึ้นมาได้อย่างไร มีพฤติกรรมเป็นเช่นไร ยังคงเป็นสิ่งที่ท้าทายนักฟิสิกส์อย่างสูง

น้ำหนัก (Weight ; $\vec{W}$ หรือ $\vec{F}_g$) คือ แรงที่โลกดึงดูดวัตถุ มีขนาดขึ้นกับมวลของวัตถุ มีทิศเข้าหาจุดศูนย์กลางโลก $\rightarrow \therefore \vec{W} = -m\vec{g}$

เนื่องจากน้ำหนักเกิดขึ้นจากแรงที่ดึงดูดกันระหว่างวัตถุ จึงมองได้น้ำหนักเป็นสมบัติของระบบวัตถุ ไม่ใช่สมบัติโดยธรรมชาติของวัตถุ (มวลเป็นสมบัติโดยธรรมชาติของวัตถุ)

แรงสปริง (Spring Force ; $\vec{F}_s$) คือ แรงที่สปริงพยายามต้านแรงที่มากระทำต่อสปริง มีขนาดขึ้นกับความยาวของสปริงที่เปลี่ยนไป มีทิศทางที่ทำให้สปริงกลับสู่รูปร่างเดิม $\rightarrow$ กฎของฮุก (Hooke's Law) คือ $\vec{F}_s = -k\vec{x}$

แรงดึง (Tension Force ; $\vec{P}$ หรือ $\vec{T}$) คือ แรงดึงวัตถุ มีทิศออกจากวัตถุ เช่น แรงดึงในเส้นเชือก เป็นต้น

แรงและการเคลื่อนที่ (Forces and The Laws of Motion)

แรงแนวฉาก (Normal Force ; N หรือ $\vec{N}$) คือ แรงกระทำระหว่างผิววัตถุสองก้อนที่สัมผัสกัน มีทิศตั้งฉากกับแนวผิวสัมผัส

แรงเสียดทาน (Frictional Force ; f) คือ แรงกระทำระหว่างผิววัตถุสองก้อนที่สัมผัสกัน พยายามต้านการเคลื่อนที่ระหว่างวัตถุ มีทิศในแนวผิวสัมผัส

Problem 3.6

วัตถุหนึ่งมีน้ำหนักบนโลกเท่ากับ 2.0 N จะชั่งน้ำหนักและมวลของวัตถุดังกล่าวในอวกาศเป็นเท่าใด เมื่อความเร่งเนื่องจากแรงโน้มถ่วงในอวกาศมีค่าน้อยมาก ๆ จนประมาณได้ว่าเป็นศูนย์?

Answer : $|\vec{F}_g| = 0 \text{ N}$ and $m = 0.20 \text{ kg}$





กฎการเคลื่อนที่ของนิวตัน (Newton's Laws of Motion)

กฎข้อ 1 “สำหรับวัตถุที่มีแรงลัพธ์เป็นศูนย์ ผู้สังเกตในกรอบอ้างอิงซึ่งมีความเร่งเป็นศูนย์จะเห็นวัตถุดังกล่าวอยู่นิ่งหรือเคลื่อนที่ด้วยความเร็วคงที่ต่อไป (วัตถุมีความเร่งเป็นศูนย์)”

กรอบอ้างอิงเฉื่อย (Inertial Frame of Reference) คือ กรอบอ้างอิงซึ่งมีความเร่งเป็นศูนย์ตามกฎการเคลื่อนที่ข้อ 1 ของนิวตัน และเรียกสภาวะที่แรงลัพธ์เป็นศูนย์นี้ว่า “สภาวะสมดุลการเคลื่อนที่ (Translational Equilibrium)”

กฎข้อ 2 “เมื่อผู้สังเกตอยู่ในกรอบอ้างอิงเฉื่อย ผู้สังเกตจะเห็นความเร่งของวัตถุแปรผันตามแรงลัพธ์ที่กระทำกับวัตถุ และแปรผกผันกับมวลของวัตถุ ($\vec{a} \propto \frac{\Sigma \vec{F}}{m}$)”

สำหรับระบบหน่วยแบบ SI เขียนสมการได้เป็น $\Sigma \vec{F} = m\vec{a}$

กฎข้อ 3 “ทุกแรงกิริยาจะมีแรงปฏิกิริยาที่มีขนาดเท่ากันเกิดขึ้นในทิศตรงข้ามเสมอ”

นั่นคือ เมื่อวัตถุ 1 ออกแรงกระทำวัตถุ 2 ด้วยแรง $\vec{F}_{12}$ จะมีแรงที่วัตถุ 2 กระทำกับวัตถุ 1 ด้วยแรง $\vec{F}_{21}$ ซึ่งมีขนาดเท่ากันและทิศตรงข้ามกันเสมอ ซึ่งเขียนเป็นสมการได้ ดังนี้

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$$

ข้อสังเกต

ขณะวัตถุเคลื่อนที่ไม่จำเป็นต้องมีแรงมากระทำกับวัตถุก็ได้

แรงลัพธ์เป็นศูนย์ส่งผลให้ความเร่งเป็นศูนย์ นั่นคือ ความเร็วคงที่ แต่ความเร็วอาจไม่เป็นศูนย์ก็ได้

แรงและกฎการเคลื่อนที่ (Forces and The Laws of Motion)

Problem 3.7

ผู้สังเกต A, B และ C สังเกตวัตถุซึ่งมีแรงลัพธ์เท่ากับศูนย์ โดยผู้สังเกต A เห็นวัตถุมีความเร่งในทิศ $+x$, ผู้สังเกต B เห็นวัตถุมีความเร็วคงที่ในทิศ $+y$ และผู้สังเกต C เห็นวัตถุอยู่นิ่ง ผู้สังเกตใดถือได้ว่าอยู่ในกรอบอ้างอิงเฉื่อย?

Answer : B and C

Problem 3.8

วัตถุมวล 10 kg ถูกทำให้เคลื่อนที่จากหยุดนิ่งด้วยแรงคงที่ขนาด 50 N เมื่อเวลาผ่านไป 10 s วัตถุนี้จะมีความเร็วและการกระจัดขนาดเท่าใด?

Answer : $\vec{v} = 50 \text{ m/s}$ and $\vec{s} = 250 \text{ m}$

แรงและกฎการเคลื่อนที่ (Forces and The Laws of Motion)

Problem 3.9

วัตถุมวล 10 kg ถูกกระทำด้วยแรงคงที่ขนาด 100 N ในทิศเดียวกับการเคลื่อนที่ เมื่อเวลาผ่านไป 2.0 s วัตถุนี้จะมีความเร็วขนาด 10 m/s ความเร็วต้นของวัตถุมีขนาดเท่าใด?

Answer : 10 m/s

Problem 3.10

วัตถุมวล 20 kg ถูกกระทำด้วยแรงคงที่ขนาด 100 N ในทิศตรงข้ามกับการเคลื่อนที่ เมื่อวัตถุเคลื่อนที่เป็นการกระจัดขนาด 30 m วัตถุนี้จะมีขนาดความเร็วลดลงเหลือ 10 m/s ความเร็วต้นของวัตถุมีขนาดเท่าใด?

Answer : 20 m/s

แรงและกฎการเคลื่อนที่ (Forces and The Laws of Motion)

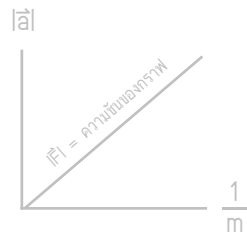
Problem 3.11

ออกแรง $2F$ ดึงวัตถุทำให้วัตถุมีความเร่งเท่ากับ $3a$ ถ้ามีแรง F มาดันในทิศตรงข้ามกับแรง $2F$ วัตถุจะมีความเร่งเป็นเท่าใด?

Answer : $\frac{3a}{2}$

Problem 3.12

ทำการทดลองโดยการให้แรงคงที่ ปรากฏว่าวัดความเร่งโดยใช้เครื่องเคาะสัญญาณเวลาได้ค่าเปลี่ยนไป เมื่อมวลของวัตถุเปลี่ยนไป จากการทดลองดังกล่าวจะหาค่าของแรงซึ่งคงที่นั้นได้จากกราฟใด?

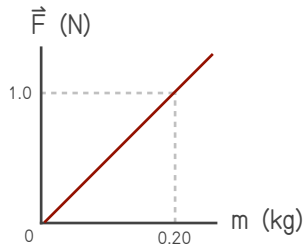


Answer :

แรงและกฎการเคลื่อนที่ (Forces and The Laws of Motion)

Problem 3.13

ทำการทดลองได้ความสัมพันธ์ระหว่างแรงและมวลของวัตถุ ดังกราฟด้านล่าง จงหาขนาดความเร่งของวัตถุจากกราฟดังกล่าว?



Answer : 5.0 m/s^2

Problem 3.14

วัตถุมวล $m = 10 \text{ kg}$ เดิมอยู่นิ่ง ถูกแรงสามแรงมากระทำ คือ $\vec{F}_1 = 24 \text{ N}\hat{i} - 13 \text{ N}\hat{j}$, $\vec{F}_2 = -12 \text{ N}\hat{i} + 7.0 \text{ N}\hat{j}$ และ $\vec{F}_3 = 4.0 \text{ N}\hat{i} - 6.0 \text{ N}\hat{j}$ เมื่อวัตถุมีความเร็วเท่ากับ 20 m/s วัตถุดังกล่าวจะเคลื่อนที่เป็นการกระจัดขนาดเท่าใด?

Answer : 100 m

แผนภาพวัตถุอิสระ (Free Body Diagram ; F.B.D.)

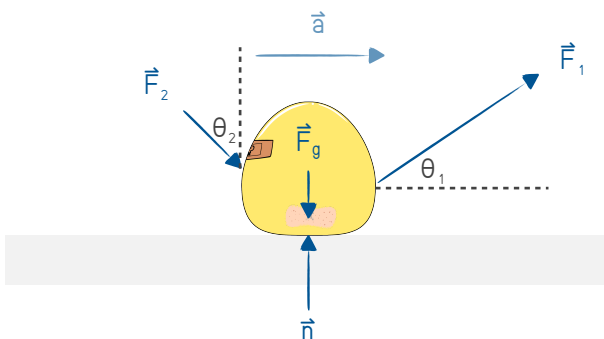


แผนภาพวัตถุอิสระ (Free Body Diagram ; F.B.D.)

แผนภาพวัตถุอิสระ ช่วยวิเคราะห์ปัญหาเกี่ยวกับแรงที่มีความซับซ้อนได้ถูกต้องครบถ้วนมากขึ้น ซึ่งมีหลักการเขียนแผนภาพอิสระดังนี้

- 1) พิจารณาวัตถุที่จะขึ้น (พิจารณาเพียงวัตถุเท่านั้น ไม่ต้องวาดสิ่งแวดล้อมอื่นๆ)
- 2) ใส่แรงที่กระทำกับวัตถุในข้อ 1) ให้ครบถ้วน ถูกต้อง ตามองค์ประกอบดังนี้
 - 2.1) ตำแหน่งแรงบนวัตถุที่แต่ละแรงมากระทำ (อาจจะใช้หัวเวกเตอร์ หรือหางเวกเตอร์อยู่ ณ ตำแหน่งที่แรงกระทำก็ได้)
 - 2.2) ทิศทางของแต่ละแรงที่มากระทำกับวัตถุ
 - 2.3) ขนาดของแต่ละแรงที่มากระทำกับวัตถุ (ในกรณีที่คิดคร่าวๆ เพื่อคำนวณอาจไม่จำเป็นต้องการวาดขนาดถูกต้องตามสเกลจริง)
- 3) อาจใส่ความเร่งของวัตถุเพิ่มเข้าไปในภาพ แต่ให้เขียนไว้นอกวัตถุ และเขียนแยกออกจากแรงให้ชัดเจนเพื่อไม่เกิดความสับสน

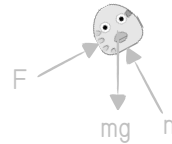
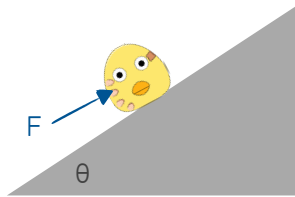
ตัวอย่าง



แรงและกฎการเคลื่อนที่ (Forces and The Laws of Motion)

Problem 3.15

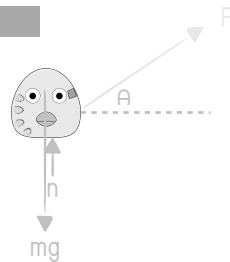
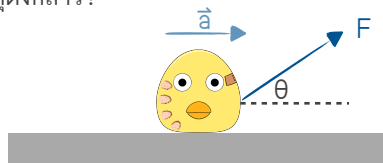
มีวัตถุมวล m วางนิ่งอยู่บนพื้นเอียงซึ่งพื้นดังกล่าวเอียงมุม θ กับแนวระดับ และมีแรง F ดันวัตถุขึ้นตามแนวพื้นเอียงดังรูปด้านล่าง จงเขียนแผนภาพอิสระของวัตถุดังกล่าว?



Answer :

Problem 3.16

มีวัตถุมวล m ถูกแรง F กระทำจนมีความเร่งขนาด a ดังรูปด้านล่าง จงเขียนแผนภาพอิสระของวัตถุดังกล่าว?



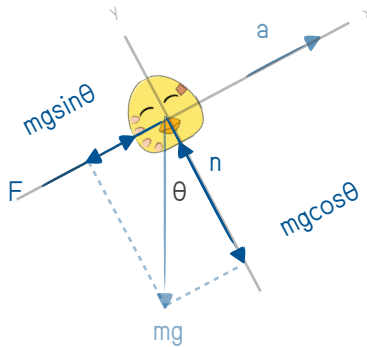
Answer :

แรงและกฎการเคลื่อนที่ (Forces and The Laws of Motion)



การวิเคราะห์ปัญหาด้วยกฎการเคลื่อนที่ของนิวตัน

- 1) วาดแผนภาพอิสระ (F.B.D.) แต่ละวัตถุ
- 2) เลือกระบบพิกัด และแกนอ้างอิงหลักของระบบพิกัดที่เลือกใช้ให้เหมาะสม (ในระบบพิกัดคาร์ทีเซียน แกนอ้างอิงหลัก คือ แกน x , y และ z) เพื่อง่ายในการแก้ปัญหา ควรเลือกแกนให้ทับเวกเตอร์ในแผนภาพอิสระให้มากที่สุด (นับรวมเวกเตอร์ความเร็วด้วย) เพื่อแยกองค์ประกอบน้อยเวกเตอร์ที่สุด
- 3) ทำการแยกองค์ประกอบเวกเตอร์ทุกๆ แรงในแผนภาพอิสระ และความเร่งของวัตถุ เขาแกนอ้างอิงหลักให้ครบทุกเวกเตอร์

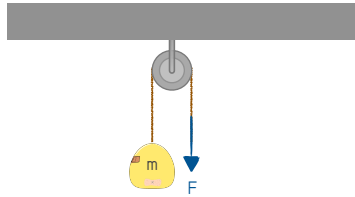


- 4) ใช้กฎข้อ 2 ของนิวตันเพื่อสร้างสมการเชิงพีชคณิตจากแผนภาพอิสระที่แยกองค์ประกอบเวกเตอร์ในข้อ 3) เรียบร้อยแล้ว โดยคิดแยกทีละวัตถุ ในขั้นตอนนี้ต้องเข้าใจว่าการใช้กฎข้อ 2 ของนิวตันได้นั้น ผู้สังเกตจะต้องอยู่ในกรอบอ้างอิงเฉื่อยตามกฎข้อ 1 ของนิวตันด้วย
- 5) แก่สมการที่ได้จากข้อ 4) เพื่อหาคำตอบที่ต้องการ (ในขั้นตอนนี้อาจต้องใช้กฎข้อ 3 ของนิวตันเข้ามาช่วยในการแก้ปัญหา)

แรงและการเคลื่อนที่ (Forces and The Laws of Motion)

Problem 3.17

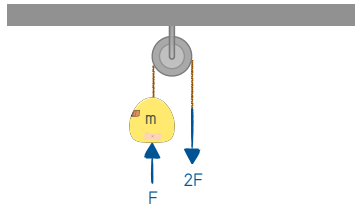
จากรูปด้านล่าง ออกแรง F ดึงวัตถุผ่านรอกซึ่งถือได้ว่าเบามากๆ และเชือกไม่มีการหย่อน วัตถุมวล m จะเคลื่อนที่ขึ้นด้วยความเร่งเท่าใด?



$$\text{Answer : } \frac{F - mg}{m}$$

Problem 3.18

จากรูปด้านล่าง ออกแรง F ดันวัตถุขึ้นและออกแรง $2F$ ดึงวัตถุผ่านรอกซึ่งถือได้ว่าเบามากๆ วัตถุมวล m จะเคลื่อนที่ขึ้นด้วยความเร่งเท่าใด?

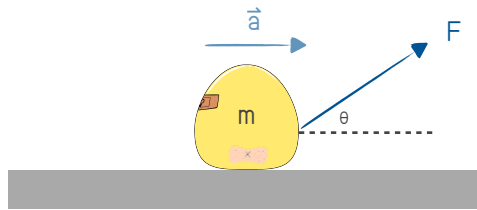


$$\text{Answer : } \frac{3F - mg}{m}$$

แรงและกฎการเคลื่อนที่ (Forces and The Laws of Motion)

Problem 3.19

ออกแรง F เหยียดขึ้นทำมุม θ กับแนวระดับ ดึงวัตถุมวล m ทำให้วัตถุเคลื่อนที่ไปในแนวระดับ ดังรูปด้านล่าง ถ้าพื้นเป็นพื้นลื่นประมาณได้ว่าไม่มีแรงเสียดทาน จงหาแรงแนวฉากที่พื้นกระทำกับวัตถุ และขนาดความเร่งของวัตถุ?

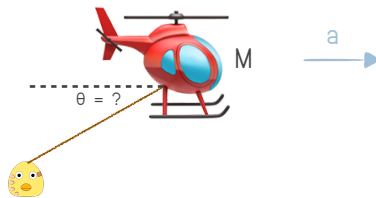


$$\text{Answer : } n = mg - F\sin\theta \quad \text{and} \quad a = \frac{F\cos\theta}{m}$$

แรงและการเคลื่อนที่ (Forces and The Laws of Motion)

Problem 3.20

เฮลิคอปเตอร์มวล M เคลื่อนที่ในแนวระดับด้วยความเร่งคงที่ a มีเชือกผูกติดกับมวลก้อนหนึ่ง เพื่อดึงมวลดังกล่าวให้เคลื่อนที่ไปในแนวระดับด้วยความเร่งเดียวกัน ดังรูปด้านล่าง เชือกดังกล่าวเอียงทำมุมเทียบกับแนวระดับเป็นเท่าใด?



Answer : $\tan^{-1}\left(\frac{g}{a}\right)$

Problem 3.21

ชั่งน้ำหนักวัตถุมวล m ด้วยเครื่องชั่งสปริง ขณะอยู่ในลิฟต์ จงหาน้ำหนักที่เครื่องชั่งสปริงอ่านค่าได้ในกรณีต่างๆ ดังต่อไปนี้

- ลิฟต์เคลื่อนที่ขึ้นด้วยความเร่งขนาด a ?
- ลิฟต์เคลื่อนที่ขึ้นด้วยความหน่วงขนาด a ?
- ลิฟต์เคลื่อนที่ขึ้นด้วยความเร็วคงที่?
- ลิฟต์เคลื่อนที่ลงด้วยความเร่งขนาด a ?
- ลิฟต์เคลื่อนที่ลงด้วยความหน่วงขนาด a ?
- ลิฟต์เคลื่อนที่ลงด้วยความเร็วคงที่?

Answer : a) $m(g + a)$, b) $m(g - a)$, c) mg ,

d) $m(g - a)$, e) $m(g + a)$, f) mg

แรงและกฎการเคลื่อนที่ (Forces and The Laws of Motion)

Problem 3.22

ในขณะที่วัตถุกำลังตกลงมาอย่างอิสระภายใต้แรงโน้มถ่วงของโลก จะอ่านค่าน้ำหนักที่ชั่งด้วยเครื่องชั่งสปริงได้เท่าใด?

Answer : 0 N

Problem 3.23

วัตถุมวลรวม M มีแรงขับเคลื่อนคงที่กำลังเคลื่อนที่ขึ้นด้วยความเร่ง a ถ้าวัตถุดังกล่าวทิ้งมวลออกมา m ความเร่งของวัตถุดังกล่าวจะเป็นเท่าใด?

Answer : $\frac{Ma + mg}{M - m}$

แรงและการเคลื่อนที่ (Forces and The Laws of Motion)

Problem 3.24

วัตถุซึ่งมีแรงขับเคลื่อนคงที่และมีมวล M กำลังร่วงลงด้วยความเร่ง a_1 ซึ่งถือว่าอันตรายมากๆ ถ้าต้องการลดความเร่งให้เหลือ a_2 (ในทิศทางลงเช่นเดิม) ซึ่งทำให้วัตถุตกลงพื้นอย่างปลอดภัย จะต้องเอามวลออกจากวัตถุดังกล่าวเท่าใด?

$$\text{Answer : } \left(\frac{a_1 - a_2}{g - a_2} \right) M$$

แรงและการเคลื่อนที่ (Forces and The Laws of Motion)

Problem 3.25

วัตถุมวล m วางอยู่บนพื้นเอียง โดยพื้นเอียงดังกล่าวเอียงทำมุม θ กับแนวระดับ ถ้าพื้นเอียงประมาณได้ว่าไม่มีแรงเสียดทาน จงหาแรงแนวฉากที่พื้นเอียงกระทำกับวัตถุ และขนาดความเร่งของวัตถุ?

Answer : $n = mg\cos\theta$ and $|a| = g\sin\theta$

Problem 3.26

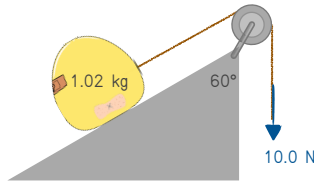
วัตถุมวล 1.02 kg วางอยู่บนพื้นเอียง โดยพื้นเอียงดังกล่าวเอียงทำมุม 30° กับแนวระดับ ถ้าพื้นเอียงไม่มีแรงเสียดทาน จงหาขนาดความเร่งของวัตถุ?

Answer : 4.90 m/s^2

แรงและกฎการเคลื่อนที่ (Forces and The Laws of Motion)

Problem 3.27

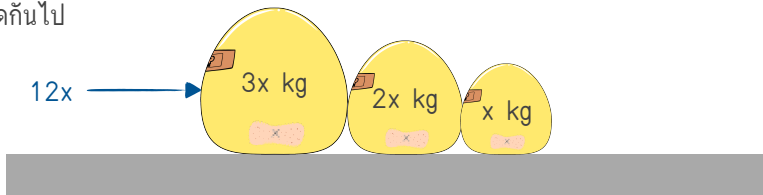
ออกแรง 10.0 N ดึงวัตถุมวล 1.02 kg ซึ่งอยู่บนพื้นเอียงทำมุม 60° กับแนวดิ่ง ดังรูปด้านล่าง ถ้าเชือกและรอกเบามากๆ วัตถุจะเคลื่อนที่ด้วยความเร่งขนาดเท่าใด?



Answer : 4.90 m/s^2

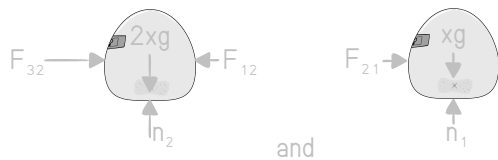
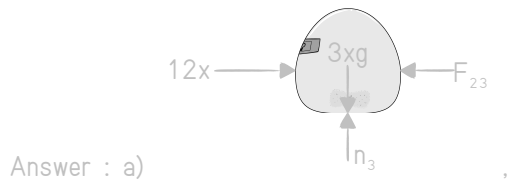
Problem 3.28

ออกแรง $12x\text{ N}$ ผลักวัตถุมวล $3x\text{ kg}$ ซึ่งติดกับมวล $2x\text{ kg}$ และมวล $2x\text{ kg}$ ติดกับมวล $x\text{ kg}$ ดังรูปด้านล่าง ถ้าวัตถุทั้งสามอยู่บนพื้นลื่นและวัตถุทั้งสามเคลื่อนที่ติดกันไป



- จงเขียนแผนภาพอิสระสำหรับวัตถุทั้งสามชิ้น?
- จงหาความเร่งของวัตถุทั้งสามชิ้น?
- จงหาขนาดของแรงที่มวล $3x$ กระทำกับมวล $2x$ และขนาดของแรงที่มวล $2x$ กระทำกับมวล x ?

แรงและกฎการเคลื่อนที่ (Forces and The Laws of Motion)

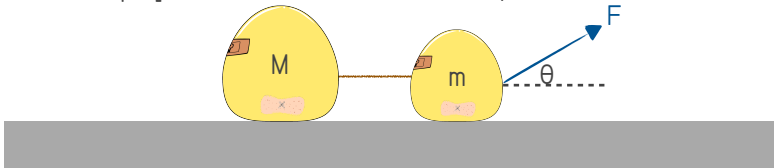


b) 2 m/s^2 and c) $|\vec{F}_{32}| = 6x \text{ N}$ and $|\vec{F}_{21}| = 2x \text{ N}$

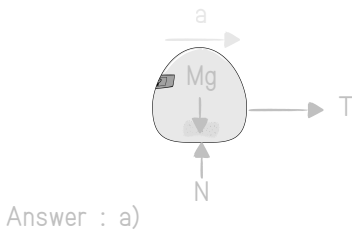
แรงและกฎการเคลื่อนที่ (Forces and The Laws of Motion)

Problem 3.29

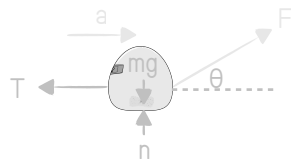
ออกแรงดึงวัตถุตั้งรูปด้านล่าง ถ้าเชือกตึงและเบามากๆ



- จงเขียนแผนภาพอิสระสำหรับวัตถุทั้งสอง?
- จงหาความเร่งของวัตถุ?
- จงหาแรงตึงในเส้นเชือก?



and



$$\text{b) } \frac{F \cos \theta}{M + m} \text{ and c) } \frac{MF \cos \theta}{M + m}$$

Problem 3.30

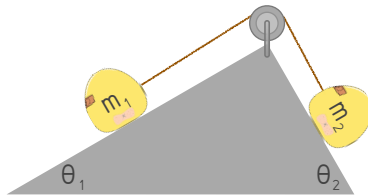
มวล m และ M วางอยู่บนพื้นลื่น ($M > m$) เมื่อออกแรงขนาด F กระทำกับมวล m ในทิศขนานกับพื้น ทำให้มวลทั้งสองเคลื่อนที่ติดกันไปด้วยความเร่งขนาด a และเมื่อออกแรงขนาด F กระทำกับมวล M ในทิศขนานกับพื้น ทำให้มวลทั้งสองเคลื่อนที่ติดกันไปด้วยความเร่งขนาด a ขนาดของแรงที่มวลทั้งสองกระทำกันในสองกรณีมีขนาดต่างกันเท่าใด?

แรงและการเคลื่อนที่ (Forces and The Laws of Motion)

$$\text{Answer : } \frac{(M - m)F}{M + m}$$

Problem 3.31

จากรูปด้านล่าง ถ้าพื้นลื่นมากๆ จนประมาณได้ว่าไม่มีแรงเสียดทาน รอกเบา
มากๆ เชือกตึงและเบามากๆ จงหาแรงดึงในเส้นเชือกที่เกิดขึ้นเมื่อวัตถุทั้งสองเคลื่อนที่
ไปพร้อมกัน (กำหนดให้ $m_2 > m_1$ และ $\theta_2 > \theta_1$)?

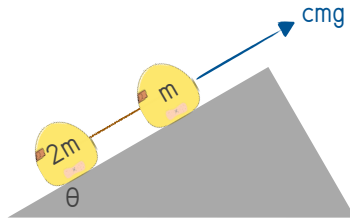
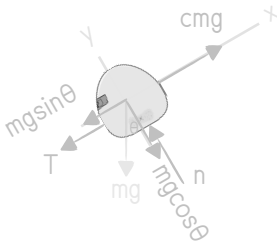


$$\text{Answer : } \frac{m_1 m_2 g (\sin \theta_1 + \sin \theta_2)}{m_1 + m_2}$$

แรงและการเคลื่อนที่ (Forces and The Laws of Motion)

Problem 3.32

มวล m และ $2m$ ผูกต่อกันด้วยเชือกเบา วางบนพื้นซึ่งเอียงทำมุม θ กับแนวระดับ ถ้าออกแรงซึ่งมีขนาดเป็น c เท่าของน้ำหนักมวล m ดังรูปด้านล่าง ทำให้วัตถุทั้งสองเคลื่อนที่ขึ้นไปตามพื้นเอียง แรงดึงในเส้นเชือกดังกล่าวมีขนาดเท่าใด?

พิจารณา F.B.D. ของมวล m 

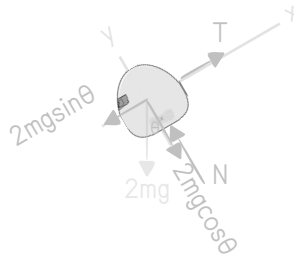
จะได้

$$\Sigma F_x = ma_x$$

$$cmg - mgsin\theta - T = ma \quad \dots (1)$$

$$(1) + (2) ; \quad cmg - mgsin\theta - T + T - 2mgsin\theta = 3ma$$

a แทนใน (2) จะได้

พิจารณา F.B.D. ของมวล $2m$ 

จะได้

$$\Sigma F_x = ma$$

$$T - 2mgsin\theta = 2ma \quad \dots (2)$$

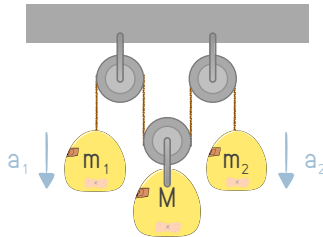
$$a = g\left(\frac{c}{3} - \sin\theta\right)$$

$$T = \frac{2cmg}{3} \quad \#$$

แรงและการเคลื่อนที่ (Forces and The Laws of Motion)

Problem 3.33

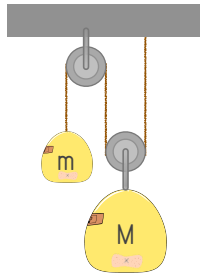
จากระบบรอกดังรูปด้านล่าง ถ้ามวล m_1 กำลังเคลื่อนที่ลงด้วยความเร่ง a_1 และมวล m_2 กำลังเคลื่อนที่ลงด้วยความเร่ง a_2 ถ้าวางทั้งหมดเบาๆ ไม่มีความฝืด เชือกตึง และเบามาก มวล M จะเคลื่อนที่ขึ้นหรือลงด้วยความเร่งขนาดเท่าใด?



Answer : เคลื่อนที่ขึ้นด้วยความเร่งขนาด $\frac{a_1 + a_2}{2}$

Problem 3.34

ระบบรอกดังรูปด้านล่าง ถ้ารอกเบามากและไม่มีแรงเสียดทาน เชือกตึงและเบามาก จงหาความเร่งของมวล M เมื่อ $M > 2m$? (Hint : การกระจัดของมวล m จะเป็นสองเท่าของมวล M)

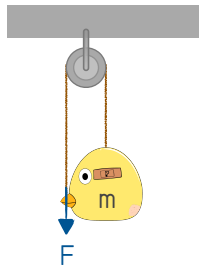


แรงและกฎการเคลื่อนที่ (Forces and The Laws of Motion)

$$\text{Answer : } \frac{(M - 2m)g}{M + 4m}$$

Problem 3.35

จากรูปด้านล่าง ลูกไก่มวล m ดึงเชือกด้วยแรง F ลูกไก่ดังกล่าวจะเคลื่อนที่ขึ้นด้วยความเร็วเท่าใด (กำหนดให้เชือกเบาและตึง รอกเบาและไม่มีมวล)?

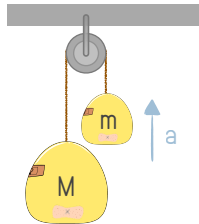


แรงและการเคลื่อนที่ (Forces and The Laws of Motion)

$$\text{Answer : } \frac{2F - mg}{m}$$

Problem 3.36

จากรูปด้านล่าง ถ้าวัตถุมวล m กำลังไต่ขึ้นตามเชือกด้วยความเร่ง a วัตถุมวล M จะเคลื่อนที่ด้วยความเร่งขนาดเท่าใด (กำหนดให้เชือกเบาและตึง รอกเบาและไม่มีมวล)?

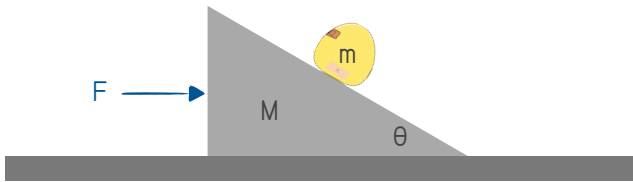


$$\text{Answer : } \frac{m(a + g) - Mg}{M}$$

แรงและการเคลื่อนที่ (Forces and The Laws of Motion)

Problem 3.37

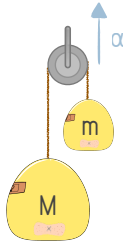
จากรูปด้านล่าง ถ้าไม่คำนึงถึงแรงเสียดทาน ต้องออกแรง F ขนาดเท่าใด เพื่อให้วัตถุมวล m ไม่ไถลลงมาจากพื้นเอียงมวล M ?



Answer : $(M + m)g \tan \theta$ #

Problem 3.38

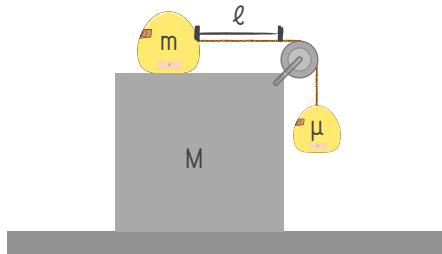
จากรูปด้านล่าง ดึงรอกขึ้นด้วยความเร่งขนาด α รอกจะเห็นวัตถุทั้งสองมีความเร่งขนาดเท่าใด (กำหนดให้เชือกเบามากและตึง รอกเบามากและไม่มีความฝืด)?



$$\text{Answer : } \frac{(M - m)(g + \alpha)}{M + m}$$

Problem 3.39 Challenge

จากรูปด้านล่าง ถ้าไม่คำนึงถึงแรงเสียดทานในทุกผิวสัมผัส และระบบเริ่มต้นจากหยุดนิ่ง จงหาว่ามวล m จะเคลื่อนที่หลุดจากมวล M ภายในเวลาประมาณเท่าใด (กำหนดให้เชือกเบามากและตึง รอกเบามากและไม่มีควมฝืด)?



แรงและการเคลื่อนที่ (Forces and The Laws of Motion)

$$\text{Answer : } \sqrt{\frac{2\ell(M\mu + \mu m + mM)}{(M + m)\mu g}}$$

แรงเสียดทาน (Forces of Friction)

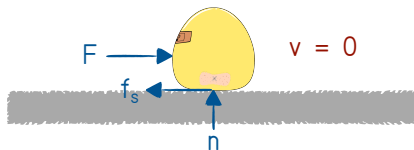


สมบัติของแรงเสียดทาน

1) แรงเสียดทานระหว่างผิววัตถุแปรผันตามแรงแนวฉากระหว่างผิวสัมผัส ($f \propto n$)
มีทิศทางขนานกับผิวสัมผัสระหว่างวัตถุ และต้านการเคลื่อนที่ แบ่งออกเป็น 2 กรณี

1.1) เมื่อความเร็วระหว่างผิวสัมผัสเป็นศูนย์ (อยู่นิ่งเทียบกับผิวสัมผัส)

$$f_s \leq \mu_s n$$



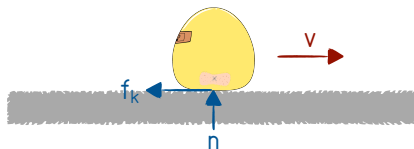
f_s คือ ขนาดของแรงเสียดทานสถิต (Static Friction)

μ_s คือ สัมประสิทธิ์ความเสียดทานสถิต (Coefficient of Static Friction)

n คือ ขนาดแรงแนวฉากที่กระทำกับวัตถุ

1.2) เมื่อความเร็วระหว่างผิวสัมผัสไม่เป็นศูนย์ (เคลื่อนที่เทียบกับผิวสัมผัส)

$$f_k = \mu_k n$$



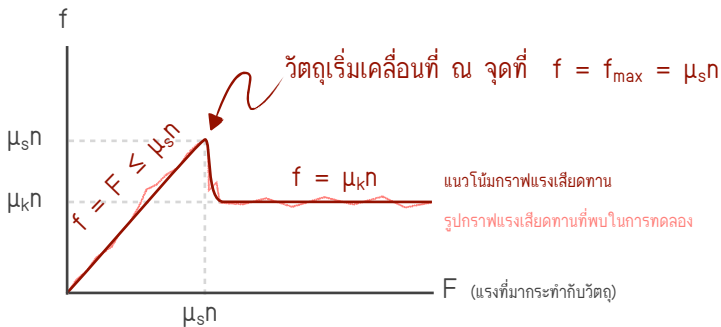
f_k คือ ขนาดของแรงเสียดทานจลน์ (Kinetic Friction)

μ_k คือ สัมประสิทธิ์ความเสียดทานจลน์ (Coefficient of Kinetic Friction)

n คือ ขนาดแรงแนวฉากที่กระทำกับวัตถุ

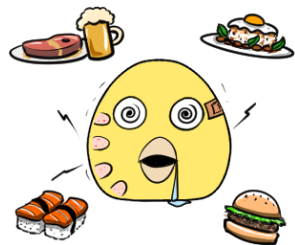
แรงและกฎการเคลื่อนที่ (Forces and The Laws of Motion)

โดยปกติ $\mu_s > \mu_k$ ดังนั้น $f_{s,max} > f_k$ จึงสรุปได้ว่าแรงเสียดทานมากที่สุด คือ $f_{max} = f_{s,max} = \mu_s n$



2) แรงเสียดทานขึ้นกับลักษณะระหว่างผิวสัมผัสและไม่ขึ้นกับขนาดของผิวสัมผัส ถึงแม้ว่าการเพิ่มพื้นที่ผิวสัมผัสระหว่างวัตถุให้มากขึ้นจะเป็นการเพิ่มบริเวณที่เกิดแรงเสียดทาน แต่การเพิ่มพื้นที่จะเป็นการกระจายแรงแนวฉาก ซึ่งแรงแนวฉากโดยรวมยังคงเท่าเดิม จึงส่งผลให้แรงเสียดทานเท่าเดิมโดยไม่ขึ้นกับพื้นที่ผิวสัมผัส

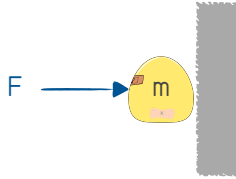
3) แรงเสียดทานจลน์ไม่ขึ้นกับความเร็วของวัตถุ ถึงแม้ว่าสัมประสิทธิ์ความเสียดทานจลน์อาจแตกต่างกันตามความเร็วของวัตถุ แต่เบื้องต้นจะไม่คำนึงถึงความซับซ้อนในประเด็นนี้



แรงและกฎการเคลื่อนที่ (Forces and The Laws of Motion)

Problem 3.40

ออกแรง F ดันวัตถุมวล m ในแนวระดับให้อยู่นิ่งติดกับผนังดังรูปด้านล่าง
สัมประสิทธิ์ความเสียดทานสถิตระหว่างผนังกับวัตถุมีค่าเป็นไปได้น้อยที่สุดเท่าใด?



Answer : $\frac{mg}{F}$

Problem 3.41

ทำการทดลองเพื่อหาสัมประสิทธิ์ความเสียดทานสถิตอย่างง่าย โดยการวางวัตถุมวล m ให้อยู่บนพื้นเอียงซึ่งสามารถปรับมุมเอียงได้ เมื่อปรับมุมเอียงเพิ่มขึ้นเรื่อยๆ จนเมื่อพื้นเอียงทำมุม θ กับแนวนอน วัตถุได้เริ่มเคลื่อนที่ไถลงมาตามพื้นเอียง จงหาค่าสัมประสิทธิ์ความเสียดทานสถิตจากการทดลองนี้?

Answer : $\tan\theta$

แรงและการเคลื่อนที่ (Forces and The Laws of Motion)

Problem 3.42

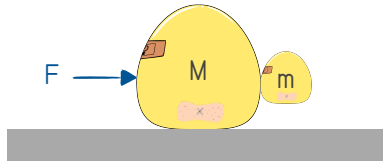
วัตถุมวล m วางบนพื้นซึ่งเอียงทำมุม θ กับแนวนอน ปรากฏว่ามวลดังกล่าวไถลงตามพื้นเอียงด้วยความเร่ง cg เมื่อ $0 < c < \sin\theta$ สัมประสิทธิ์ความเสียดทานจลน์ระหว่างมวลดังกล่าวกับพื้นเป็นเท่าใด?

$$\text{Answer : } \frac{\sin\theta - c}{\cos\theta}$$

แรงและการเคลื่อนที่ (Forces and The Laws of Motion)

Problem 3.43

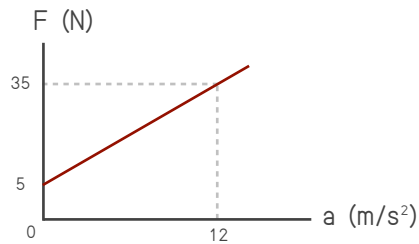
ออกแรงขนาด F ในแนวระดับ ผลักมวล M ให้เคลื่อนที่ไปบนพื้นลื่น ถ้าในขณะที่เคลื่อนที่มีมวล m สัมผัสกับผิวของมวล M ดังรูปด้านล่าง ถ้าแรง F มีขนาดน้อยสุดที่ทำให้มวล m เคลื่อนที่ไปพร้อมกับมวล M โดยไม่ไถลลงมา สัมประสิทธิ์ความเสียดทานสถิตระหว่างมวลทั้งสองเป็นเท่าใด?



$$\text{Answer : } \frac{(M + m)g}{F}$$

Problem 3.44

ในการทดลองออกแรงขนานกับพื้นด้วยวัตถุให้พื้นเคลื่อนที่ไปบนพื้นราบ ด้วยแรงขนาดต่างๆ ได้กราฟความสัมพันธ์ระหว่างขนาดของแรงและขนาดของความเร่งดังกราฟด้านล่าง สมบัติของความเสียดทานจลน์ระหว่างพื้นกับวัตถุเป็นเท่าใด?

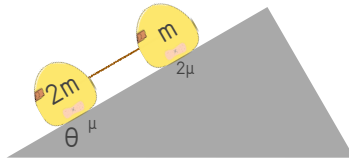


แรงและกฎการเคลื่อนที่ (Forces and The Laws of Motion)

Answer : 0.2

Problem 3.45

มวล m และ $2m$ ผูกต่อกันด้วยเชือกเบา วางบนพื้นซึ่งเอียงทำมุม θ กับแนวระดับ ดังรูปด้านล่าง ถ้าสัมประสิทธิ์ความเสียดทานจลน์ระหว่างพื้นกับมวล m และ $2m$ เท่ากับ 2μ และ μ ตามลำดับ ขณะที่มวลทั้งสองเคลื่อนที่ลงตามพื้นเอียงด้วยความเร่งเท่ากัน แรงดึงในเส้นเชือกดังกล่าวมีขนาดเท่าใด?



แรงและการเคลื่อนที่ (Forces and The Laws of Motion)

$$\text{Answer : } \frac{2\mu mg \cos \theta}{3}$$

Problem 3.46

ออกแรง 4.2 N ขนานกับพื้นราบดึงวัตถุมวล 1.0 kg ทำให้วัตถุเริ่มเคลื่อนที่จากหยุดนิ่งไปบนพื้นราบ เมื่อลดแรงลงมาเหลือ 3.8 N ส่งผลให้วัตถุดังกล่าวเคลื่อนที่ด้วยความเร็วคงที่ ถ้าวัตถุดังกล่าวมีมวลเพิ่มขึ้นเป็น 5.0 kg จะต้องออกแรงดึงวัตถุขนานกับพื้นราบขนาดเท่าใด วัตถุจึงจะมีความเร่งขนาด 2.0 m/s^2 ?

Answer : 29 N

แรงและกฎการเคลื่อนที่ (Forces and The Laws of Motion)

Problem 3.47

วัตถุมวล 4.00 kg เดิมอยู่นิ่งบนพื้นราบ มีแรงขนาด 12.0 N มากระทำกับวัตถุในทิศเอียงขึ้นทำมุม 45.0° กับแนวระดับ ถ้าสัมประสิทธิ์ความเสียดทานสถิตระหว่างพื้นกับวัตถุเท่ากับ 0.300 และสัมประสิทธิ์ความเสียดทานจลน์ระหว่างพื้นกับวัตถุเท่ากับ 0.250 จงหาแรงเสียดทานที่เกิดขึ้นกับวัตถุดังกล่าว?

Answer : 8.49 N

Problem 3.48

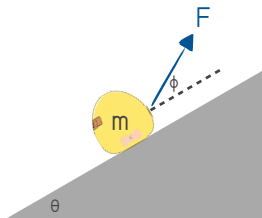
วัตถุวางบนพื้นซึ่งเอียงทำมุม θ กับแนวระดับ ถ้าออกแรง F ดึงวัตถุขึ้นในแนวนอนกับพื้นเอียง จะทำให้วัตถุเคลื่อนที่ขึ้นตามพื้นเอียงด้วยความเร็วคงที่ แต่ถ้าออกแรง P ($P < F$) ดึงวัตถุขึ้นในแนวนอนกับพื้นเอียง จะทำให้วัตถุเคลื่อนที่ลงตามพื้นเอียงด้วยความเร็วคงที่ สัมประสิทธิ์ความเสียดทานจลน์ระหว่างพื้นเอียงกับวัตถุเป็นเท่าใด?

แรงและกฎการเคลื่อนที่ (Forces and The Laws of Motion)

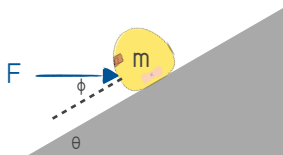
$$\text{Answer : } \frac{(F - P)\sin\theta}{(F + P)\cos\theta}$$

Problem 3.49

วัตถุมวล m วางบนพื้นซึ่งเอียงทำมุม θ กับแนวระดับ ออกแรงขนาด F ดึงวัตถุจากหยุดนิ่งทำมุม ϕ ดังรูปด้านล่าง ทำให้วัตถุเริ่มเคลื่อนที่ได้พอดี



ออกแรงขนาด F ดันวัตถุจากหยุดนิ่งทำมุม ϕ ดังรูปด้านล่าง วัตถุดังกล่าวจะเคลื่อนที่ขึ้นหรือไม่?



แรงและกฎการเคลื่อนที่ (Forces and The Laws of Motion)

แรงและกฎการเคลื่อนที่ (Forces and The Laws of Motion)

Answer : วัตถุไม่เคลื่อนที่ขึ้น

Problem 3.50

วัตถุมวล 5.4 kg ถูกวางไว้บนพื้นเอียง โดยพื้นดังกล่าวเอียงทำมุม 53° กับแนวระดับ มีสัมประสิทธิ์ความเสียดทานสถิตระหว่างพื้นกับวัตถุเท่ากับ 0.40 และสัมประสิทธิ์ความเสียดทานจลน์ระหว่างพื้นกับวัตถุเท่ากับ 0.20 จงหาแรงเสียดทานของวัตถุในกรณีดังต่อไปนี้

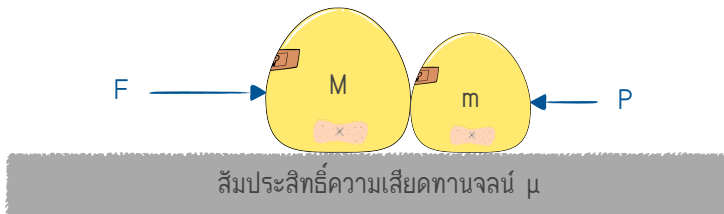
- a) เมื่อมีแรง 19.6 N มากระทำกับวัตถุในทิศลงตามแนวพื้นเอียง?
- b) เมื่อมีแรง 19.6 N มากระทำกับวัตถุในทิศขึ้นตามแนวพื้นเอียง?

แรงและกฎการเคลื่อนที่ (Forces and The Laws of Motion)

Answer : a) 6.4 N and b) 6.4 N

Problem 3.51

จากรูปด้านล่าง ถ้าสัมประสิทธิ์ความเสียดทานจลน์ระหว่างพื้นกับวัตถุทั้งสองเท่ากับ μ และ $F > P$ จงหาแรงกระทำระหว่างวัตถุทั้งสอง เมื่อวัตถุทั้งสองมีการเคลื่อนที่ติดกันไป?

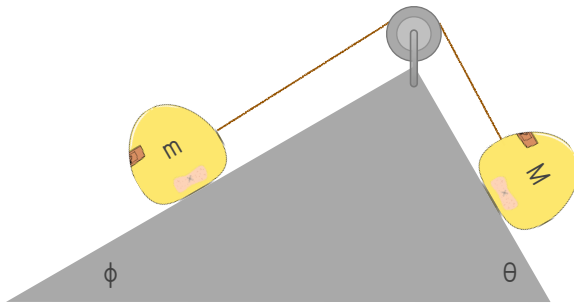


แรงและกฎการเคลื่อนที่ (Forces and The Laws of Motion)

$$\text{Answer : } \frac{mF + MP}{M + m}$$

Problem 3.52

จากรูปด้านล่าง $M > m$ และ $\theta > \phi$ เมื่อวัตถุทั้งสองเคลื่อนที่ไปพร้อมกัน โดยสัมประสิทธิ์ความเสียดทานจลน์ระหว่างพื้นกับวัตถุทั้งสองเท่ากับ μ ให้เชือกเบามากและตึง รอกเบามากและไม่มีมวลผิด จงหาความเร่งของวัตถุทั้งสอง?

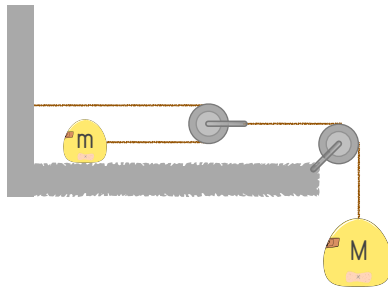


แรงและการเคลื่อนที่ (Forces and The Laws of Motion)

$$\text{Answer : } \frac{(M(\sin\theta - \mu\cos\theta) - m(\sin\phi + \mu\cos\phi))g}{M + m}$$

Problem 3.53

จากรูปด้านล่าง ถ้าสัมประสิทธิ์ความเสียดทานจลน์ระหว่างพื้นกับมวล m เท่ากับ μ เชือกเบาและตึง รอกเบาและไม่มีมวลฝืด เมื่อระบบวัตถุมีการเคลื่อนที่ จงหาแรงดึงในเส้นเชือกที่ยึดติดกับผนัง?

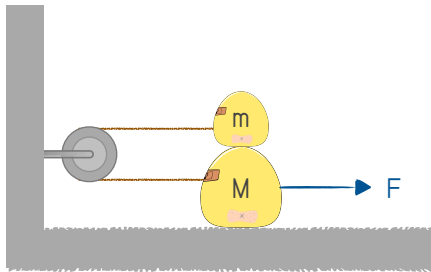


แรงและการเคลื่อนที่ (Forces and The Laws of Motion)

$$\text{Answer : } \frac{(2 + \mu)mMg}{4m + M}$$

Problem 3.54 Challenge

จากรูปด้านล่าง ถ้าสัมประสิทธิ์ความเสียดทานจลน์ระหว่างมวล M กับมวล m เท่ากับ μ_1 สัมประสิทธิ์ความเสียดทานจลน์ระหว่างพื้นกับมวล M เท่ากับ μ_2 เชือกเบาและตึง รอกเบาและไม่มีมวลฝืด จงหาแรงดึงในเส้นเชือกเมื่อวัตถุทั้งสองมีการเคลื่อนที่?

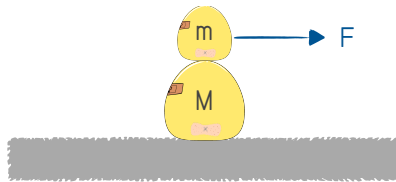


แรงและการเคลื่อนที่ (Forces and The Laws of Motion)

$$\text{Answer : } m\left(\frac{F - (\mu_1 + \mu_2)mg + (\mu_1 - \mu_2)Mg}{m + M}\right)$$

Problem 3.55 Challenge

จากรูปด้านล่าง ถ้าสัมประสิทธิ์ความเสียดทานสถิตระหว่างมวล M กับมวล m เท่ากับ μ_1 สัมประสิทธิ์ความเสียดทานจลน์ระหว่างพื้นกับมวล M เท่ากับ μ_2 จงหาแรง F มากที่สุดที่ทำให้มวลทั้งสองเคลื่อนที่ติดไปด้วยกัน?



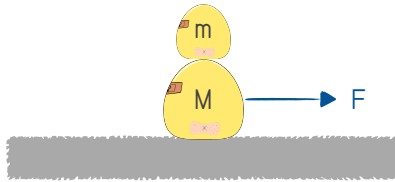
แรงและการเคลื่อนที่ (Forces and The Laws of Motion)

$$\text{Answer : } \frac{(\mu_1 - \mu_2)(m + M)mg}{M}$$

แรงและกฎการเคลื่อนที่ (Forces and The Laws of Motion)

Problem 3.56 Challenge

จากรูปด้านล่าง ถ้ามวล $m = 1.00 \text{ kg}$, มวล $M = 2.00 \text{ kg}$, แรง $F = 20.0 \text{ N}$, สัมประสิทธิ์ความเสียดทานสถิตระหว่างมวล M กับมวล m เท่ากับ 0.400 , สัมประสิทธิ์ความเสียดทานจลน์ระหว่างมวล M กับมวล m เท่ากับ 0.200 , สัมประสิทธิ์ความเสียดทานสถิตระหว่างพื้นกับมวล M เท่ากับ 0.300 และ สัมประสิทธิ์ความเสียดทานจลน์ระหว่างพื้นกับมวล M เท่ากับ 0.200 จงหาขนาด ความเร่งของวัตถุทั้งสอง?



แรงและกฎการเคลื่อนที่ (Forces and The Laws of Motion)

Answer : $a_m = 1.96 \text{ m/s}^2$ and $a_M = 6.08 \text{ m/s}^2$

แรงขึ้นกับเวลา (Time Dependent Forces) [Additional]



การพิจารณาปัญหาที่แรงขึ้นกับเวลา

$$\vec{F}(t) = m\vec{a}$$

จะได้ความเร่งขึ้นกับเวลา

$$\vec{a}(t) = \frac{\vec{F}(t)}{m}$$

จะได้ความเร็วขึ้นกับเวลา

$$\vec{v}(t) = \int \vec{a}(t) dt$$

จะได้ตำแหน่งขึ้นกับเวลา

$$\vec{r}(t) = \int \vec{v}(t) dt$$

Problem 3.57 Challenge

มีแรง $\vec{F}(t) = 2t\hat{i} - 9.8\hat{j}$ N มากระทำกับวัตถุมวล 2.0 kg โดยที่เวลา $t = 0$ นั้น $\vec{v}(0) = 0$ m/s และ $\vec{r}(0) = 5.0\hat{i}$ m

- จงหาความเร่งของวัตถุที่เวลา t ใดๆ?
- จงหาความเร็วของวัตถุที่เวลา t ใดๆ?
- จงหาตำแหน่งของวัตถุที่เวลา t ใดๆ?

แรงและการเคลื่อนที่ (Forces and The Laws of Motion)

$$\text{Answer : a) } \hat{t}\hat{i} - 4.9\hat{j} \text{ m/s}^2, \text{ b) } \frac{t^2}{2}\hat{i} - 4.9t\hat{j} \text{ m/s}$$

$$\text{and c) } \left(\frac{t^3}{6} + 5.0\right)\hat{i} - \frac{4.9t^2}{2}\hat{j} \text{ m}$$

แรงขึ้นกับความเร็ว (Velocity Dependent Forces) [Additional]



การพิจารณาปัญหาที่แรงขึ้นความเร็ว

$$\vec{F}(v) = m\vec{a}$$

$$\vec{F}(v) = m \frac{d\vec{v}}{dt}$$

$$\int \frac{d\vec{v}}{\vec{F}(v)} = \int \frac{dt}{m}$$

หลังจากทำการอินทิเกรตจะสามารถจัดรูปให้ได้ความเร็วที่ขึ้นกับเวลาออกมา $v(t)$

และสามารถหาตำแหน่งขึ้นกับเวลาได้จาก $\vec{r}(t) = \int \vec{v}(t) dt$

เช่น ในกรณีแรงต้านในกรณีที่วัตถุเคลื่อนที่ผ่านของเหลวหรือแก๊สด้วยความเร็วต่ำ ($\vec{R}$)

$$\vec{R} = -b\vec{v}$$

b คือ ค่าคงที่ขึ้นกับสมบัติของตัวกลาง รูปทรงของวัตถุ และขนาดของวัตถุ

$\vec{v}$ คือ ความเร็วของวัตถุเทียบกับตัวกลางที่วัตถุเคลื่อนที่ผ่าน

หรือ แรงต้านอากาศ (Drag Force) ในกรณีที่วัตถุเคลื่อนที่ด้วยความเร็วสูง

$$\vec{R} = \frac{1}{2} D \rho A v^2 (-\hat{v})$$

D คือ สัมประสิทธิ์ของแรงต้านอากาศ

ρ คือ ความหนาแน่นของอากาศ

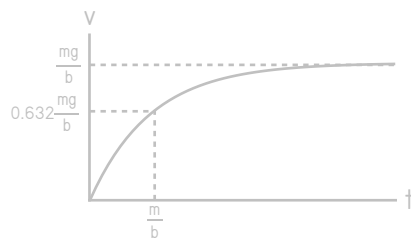
A คือ พื้นที่หน้าตัดซึ่งตั้งฉากกับความเร็วของวัตถุ

v คือ อัตราเร็วของวัตถุ

แรงและการเคลื่อนที่ (Forces and The Laws of Motion)

Problem 3.58 Challenge

ปล่อยวัตถุมวล m ให้ตกลงมาจากหยุดนิ่งภายใต้แรงโน้มถ่วงและแรงต้านอากาศ โดยค่าคงที่ของแรงต้านเท่ากับ b จงวาดกราฟอัตราเร็วกับเวลาของวัตถุ?



Answer :



อัตราเร็วสุดท้าย (Terminal Speed)

อัตราเร็วสุดท้าย (Terminal Speed ; v_T) คือ อัตราเร็วของวัตถุคงที่ซึ่งเกิดขึ้นในช่วงที่แรงลัพธ์เป็นศูนย์ หรืออยู่ในสภาวะสมดุลการเคลื่อนที่ ($\Sigma F = 0$)

Problem 3.59 Challenge

หยดน้ำฝนตกลงมาโดยประมาณว่าความเร็วต้นเป็นศูนย์ มีมวลประมาณ 3.4×10^{-5} kg และมีค่าคงที่ของแรงต้านอากาศ (b) ประมาณ 3.7×10^{-5} kg/s ถ้าหยดน้ำฝนดังกล่าวจะตกถึงพื้นโลกด้วยอัตราเร็วค่อนข้างคงที่และไม่สูงมากนัก อัตราเร็วนั้นเป็นเท่าใด?

Answer : 9.0 m/s

Problem 3.60 Challenge

ยิงวัตถุทรงกลมรัศมี r มวล m ลงมาตามแนวตั้งผ่านอากาศความหนาแน่น ρ ด้วยความเร็วสูงจนสมการแรงต้านอากาศเป็น $R = \frac{1}{2} D \rho A v^2$ ถ้าสัมประสิทธิ์ของแรงต้านระหว่างอากาศกับมวลวัตถุดังกล่าวเป็น D จงหาอัตราเร็วสุดท้ายของวัตถุดังกล่าว?

Answer : $\frac{1}{r} \sqrt{\frac{2mg}{D\rho\pi}}$

แรงและการเคลื่อนที่ (Forces and The Laws of Motion)

Problem 3.61 Challenge

วัตถุมวล m เคลื่อนที่ตามแนวราบด้วยความเร็วต้นสูงมากๆ เท่ากับ u โดยมีแรงต้านอากาศแปรผันตามอัตราเร็วกำลังสอง และค่าคงที่ของการแปรผันนั้นเท่ากับ b จงหาอัตราเร็วของวัตถุที่เวลาใดๆ และความเร็วสุดท้ายของวัตถุดังกล่าว?

$$\text{Answer : } v(t) = \frac{mu}{m + but} \text{ and } v_T = 0 \text{ m/s}$$

Problem 3.62 Challenge

ปล่อยวัตถุขนาดเล็กมากๆ จากหยดน้ำให้เคลื่อนที่ลงมาในน้ำ (ไม่คำนึงผลจากแรงลอยตัว) พบว่าก่อนวัตถุถึงพื้นใต้ น้ำ วัตถุมีความเร็วคงที่ประมาณ 9.80 m/s ถ้ายังวัตถุขึ้นในแนวตั้งจากพื้นน้ำด้วยอัตราเร็วต้น 4.90 m/s โดยแรงต้านที่กระทำกับวัตถุมีขนาดแปรผันตามอัตราเร็วของวัตถุ

- ถ้าไม่คิดแรงต้านของน้ำ วัตถุจะขึ้นไปได้ระยะสูงสุดเท่าใด?
- ถ้าคิดแรงต้านของน้ำ วัตถุจะขึ้นไปได้ระยะสูงสุดเท่าใด?

แรงและกฎการเคลื่อนที่ (Forces and The Laws of Motion)

แรงและการเคลื่อนที่ (Forces and The Laws of Motion)

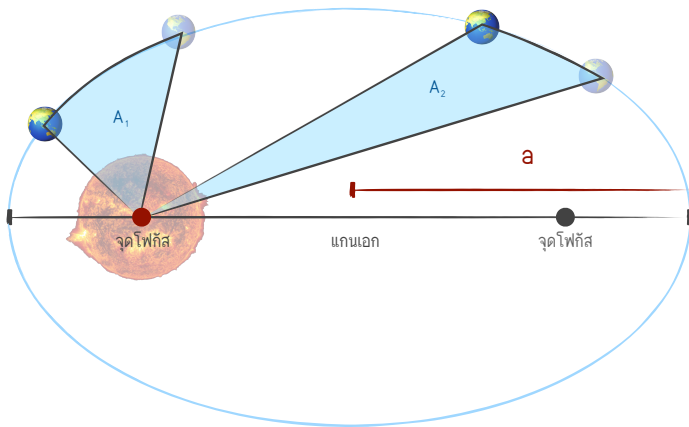
Answer : a) 1.23 m and b) 0.926 m



กฎของเคปเลอร์ (Kepler's Law) [Additional]



กฎของเคปเลอร์ (Kepler's Law)



กฎข้อ 1 วงโคจรของดาวเคราะห์ทุกดวงเป็นวงรีซึ่งมีดวงอาทิตย์เป็นจุดโฟกัสจุดหนึ่ง

กฎข้อ 2 เส้นตรงซึ่งลากระหว่างดาวเคราะห์กับดวงอาทิตย์ กวาดพื้นที่เท่ากันในช่วงระยะเวลาเท่ากัน ($A_1 = A_2$)

กฎข้อ 3 กำลังสองของคาบการโคจรของดาวเคราะห์แปรผันตรงกับกำลังสามของกึ่งแกนเอกของวงโคจร เขียนเป็นสมการดังนี้ $T^2 \propto a^3$

จากผลงานของ Johannes Kepler (ในปี ค.ศ. 1608) ได้ผลักดันให้เกิดคำถามที่ตามมา อีกคำถามหนึ่ง คือ “อะไรทำให้ดาวเคราะห์ต้องโคจรรอบดวงอาทิตย์เป็นวงรี?”

Problem 3.63 Challenge

ดวงจันทร์โคจรรอบโลกโดยมีระยะกึ่งแกนเอกประมาณ 384,399 km และมีคาบการโคจรรอบโลกประมาณ 27.3216 วัน ถ้านักภูเข้อ 3 ของเคปเลอร์มาใช้อธิบายการโคจรของดวงจันทร์รอบโลก จะได้ค่าคงที่ของการแปรผันเป็นเท่าใด?

Answer : $1.31421 \times 10^{-14} \text{ d}^2/\text{km}^3$

Problem 3.64 Challenge

จากข้อมูลดาวเคราะห์ในตารางด้านล่าง จงใช้กฎการเคลื่อนที่ของดาวเคราะห์ของเคปเลอร์เพื่อคำนวณข้อมูลที่หายไป x_1 , x_2 , x_3 , T_1 และ T_2 ?

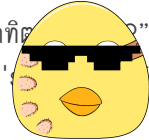
ดาว	ระยะกึ่งแกนเอก (AU)	คาบการโคจร (วัน)
พุธ	x_1	88.0
ศุกร์	0.723	T_1
โลก	1.00	365
อังคาร	x_2	687
พฤหัสบดี	5.20	T_2
เสาร์	x_3	10,758

แรงและกฎการเคลื่อนที่ (Forces and The Laws of Motion)

Answer : $x_1 = 0.387 \text{ AU}$, $x_2 = 1.52 \text{ AU}$, $x_3 = 9.54 \text{ AU}$,
 $T_1 = 224 \text{ วัน}$ and $T_2 = 4,330 \text{ วัน}$

กฎความโน้มถ่วงสากลของนิวตัน (Newton's Law of Universal Gravitation)

คำถามที่ว่า “อะไรทำให้ดาวเคราะห์ต้องโคจรรอบดวงอาทิตย์?” ทำให้นิวตันได้ค้นพบกฎความโน้มถ่วงสากลของนิวตัน (Newton's Universal Gravitation) และได้ตีพิมพ์ผลงานในปี ค.ศ. 1681



กฎความโน้มถ่วงสากลของนิวตัน (Newton's Law of Universal Gravitation)

$$m_1 \quad \rightarrow \quad F_{21} = \frac{Gm_2m_1}{r^2} \quad \quad F_{12} = \frac{Gm_1m_2}{r^2} \quad \leftarrow \quad m_2$$

r

กฎความโน้มถ่วงสากลของนิวตัน อธิบายว่า ทุกจุดมวลจะดึงดูดทุกๆ จุดมวลอื่นๆ โดยแรงกระทำผ่านเส้นตรงที่เชื่อมจุดทั้งสอง และขนาดของแรงดึงดูดนี้จะแปรผันตรงกับผลคูณระหว่างมวลของวัตถุทั้งสอง และจะแปรผกผันกับกำลังสองของระยะห่างระหว่างวัตถุทั้งสอง เขียนเป็นสมการได้ดังนี้

$$\vec{F}_{12} = \frac{Gm_1m_2}{r^2}(-\hat{r}_{12})$$

$\vec{F}_{12}$ คือ แรงที่มวล m_1 กระทำกับมวล m_2

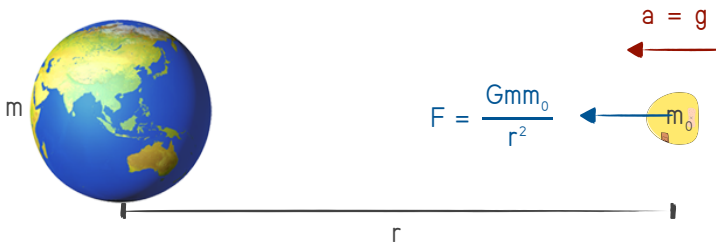
m_1 และ m_2 คือ มวลของวัตถุที่มีแรงดึงดูดระหว่างกัน

$\hat{r}_{12}$ คือ เวกเตอร์หนึ่งหน่วยที่ชี้จากมวล m_1 ไปยังมวล m_2 และเครื่องหมายลบ (-) บอกว่าแรงมีทิศทางดึงดูดทั้งสองเข้าหากัน (ชี้เข้ามามวล m_1)

G คือ ค่าคงที่ความโน้มถ่วงสากล (Universal Gravitational Constant) ในปัจจุบันยอมรับกันที่ประมาณ $6.67408 \times 10^{-11} \text{ N}\cdot\text{m}^2/\text{kg}^2$

แรงและกฎการเคลื่อนที่ (Forces and The Laws of Motion)

Henry Cavendish ได้ทำการทดลองโดยใช้หลักการ Torsion Balance เพื่อหาค่า G ในปี ค.ศ. 1797-1798 การทดลองดังกล่าวได้ค่า $G \approx 6.674 \times 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{kg}^2$



สนามโน้มถ่วง (Gravitational Field ; g [m/s^2]) คือ แรงโน้มถ่วงที่กระทำกับมวลทดสอบต่อมวลทดสอบนั้น

$$g = \frac{\vec{F}}{m_0} = \frac{Gmm_0}{m_0 r^2}(-\hat{r}) = \frac{Gm}{r^2}(-\hat{r})$$

m_0 คือ มวลทดสอบ

m คือ มวลซึ่งทำให้เกิดสนามโน้มถ่วง

$\hat{r}$ คือ เวกเตอร์หนึ่งหน่วยที่ออกจากมวล m และเครื่องหมายลบ (-) บอกว่าสนามโน้มถ่วงมีทิศทางชี้เข้าหามวล m

ข้อสังเกต

น้ำหนักของวัตถุมีค่าไม่คงตัวขึ้นกับระยะห่างจากจุดศูนย์กลางโลก
ขนาดของแรงดึงดูดที่โลกกระทำต่อวัตถุมีขนาดเท่ากับขนาดของวัตถุที่กระทำต่อโลก



แรงและกฎการเคลื่อนที่ (Forces and The Laws of Motion)

Problem 3.65

ดวงจันทร์มวลประมาณ 7.35×10^{22} kg, โลกมวลประมาณ 5.97×10^{24} kg, ดวงอาทิตย์มวล 1.98×10^{30} kg, ระยะห่างเฉลี่ยระหว่างโลกกับดวงจันทร์ประมาณ 0.384×10^9 m และระยะห่างเฉลี่ยระหว่างโลกกับดวงอาทิตย์ประมาณ 150×10^9 m จงหาแรงที่ดวงอาทิตย์ดึงดูดโลกและแรงที่ดวงจันทร์ดึงดูดโลก (กำหนดให้ค่าความโน้มถ่วงสากลเท่ากับ 6.67×10^{-11} N·m²/kg²)?

Answer : แรงที่ดวงอาทิตย์ดึงดูดโลก = 35.0×10^{21} N
and แรงที่ดวงจันทร์ดึงดูดโลก 0.198×10^{21} N

Problem 3.66

จงหาอัตราส่วนของแรงโน้มถ่วงที่กระทำต่อวัตถุเมื่ออยู่บนผิวโลกต่อแรงโน้มถ่วงที่กระทำต่อวัตถุเมื่ออยู่สูงจากพื้นผิวโลกเป็นระยะเท่ากับรัศมีของโลก?

Answer : 4

Problem 3.67

วัตถุสามชิ้นอยู่บนระนาบ xy โดยที่วัตถุมวล m อยู่ที่ตำแหน่ง $(-r, 0)$, วัตถุมวล $2m$ อยู่ที่ตำแหน่ง $(0, 0)$ และวัตถุมวล $3m$ อยู่ที่ตำแหน่ง $(r, 0)$ แรงที่เกิดขึ้นกับวัตถุมวล $2m$ มีขนาดเท่าใด?

$$\text{Answer : } \frac{4Gm^2}{r^2}$$

Problem 3.68

ดาวเคราะห์ซึ่งมีมวลเป็น N เท่าของมวลโลกและมีรัศมีเท่ากับโลก จะมีค่าความโน้มถ่วงที่ผิวดาวเคราะห์ดังกล่าวเป็นกี่เท่าของค่าความโน้มถ่วงที่ผิวของโลก?

$$\text{Answer : } N$$

แรงและการเคลื่อนที่ (Forces and The Laws of Motion)

Problem 3.69

วัตถุมวล M อยู่ระหว่างมวล m และ $4m$ โดยมวล m และ $4m$ อยู่ห่างกันเป็นระยะ r ถ้าต้องการให้มวล M อยู่ในสมดุลของแรงโน้มถ่วงระหว่างมวลทั้งสอง มวล M ต้องอยู่ห่างจากมวล $4m$ เท่าใด?

$$\text{Answer : } \frac{2r}{3}$$

แรงและกฎการเคลื่อนที่ (Forces and The Laws of Motion)

Problem 3.70

ดาวเคราะห์ซึ่งมีรัศมีเป็น N เท่าของรัศมีโลกและมีมวลเท่ากับโลก จะมีค่าความโน้มถ่วงที่ผิวดาวเคราะห์เป็นกี่เท่าของค่าความโน้มถ่วงที่ผิวของโลก?

$$\text{Answer : } \frac{1}{N^2}$$

Problem 3.71

ดาวเคราะห์ทรงกลมรัศมี r มีค่าความโน้มถ่วงที่พื้นผิวดาวเคราะห์เท่ากับ g ความหนาแน่นของดาวเคราะห์ดังกล่าวเป็นเท่าใด?

$$\text{Answer : } \frac{3g}{4G\pi r}$$

แรงและกฎการเคลื่อนที่ (Forces and The Laws of Motion)

Problem 3.72

ดาวเคราะห์มวล 9 เท่าของมวลโลก มีความหนาแน่น $\frac{1}{3}$ ของความหนาแน่นโลก
ค่าความโน้มถ่วงที่ผิวของดาวเคราะห์ดังกล่าวเป็นกี่เท่าของความโน้มถ่วงที่ผิวโลก?

Answer : 1

Problem 3.73

ดาวเคราะห์ซึ่งมีมวลเท่ากับโลก เมื่อทดลองปล่อยวัตถุให้ตกอย่างอิสระที่บริเวณผิวดาวเคราะห์ดังกล่าว พบว่าความเร็วที่วัตถุตกกระทบพื้นเป็น 2 เท่าของการทดลองในแบบเดียวกันบนโลกเมื่อปล่อยจากความสูงเท่ากัน รัศมีของดาวเคราะห์ดังกล่าวเป็นกี่เท่าของรัศมีโลก?

Answer : $\frac{1}{2}$ ของรัศมีโลก

แรงและกฎการเคลื่อนที่ (Forces and The Laws of Motion)

Problem 3.74

ทดลองปล่อยวัตถุให้ตกอย่างอิสระบนดวงจันทร์ซึ่งมีความโน้มถ่วงเป็น $\frac{1}{6}$ เท่าของความโน้มถ่วงที่ผิวโลก วัตถุดังกล่าวจะใช้เวลาในการเคลื่อนที่เป็นกี่เท่าของการทดลองในแบบเดียวกันบนผิวโลก โดยปล่อยวัตถุจากความสูงระดับเดียวกัน?

Answer : $\sqrt{6}$

แรงและกฎการเคลื่อนที่ (Forces and The Laws of Motion)



Pinfist : มัธยมศึกษาตอนปลาย และอุดมศึกษา