



รูปภาพจาก : www.pixabay.com

บทที่ 6 โมเมนตัมและการชน

กฎการเคลื่อนที่ของนิวตัน งานและพลังงาน ต่างอธิบายการเคลื่อนที่ในมุมมองที่ต่างกัน แต่ในปัญหาของระบบซึ่งมีวัตถุเป็นจำนวนมาก วิธีการดังกล่าวยังคงมีความซับซ้อนอยู่พอสมควร ในบทนี้จะอธิบายการเคลื่อนที่ของระบบวัตถุผ่านมุมมองของโมเมนตัม กฎการอนุรักษ์โมเมนตัม และปัญหาการชนกันของวัตถุ

โมเมนตัมเชิงเส้นและการดล (Linear Momentum and Impulse)

พิจารณา

$$\Sigma \vec{F} = m\vec{a}$$

$$\Sigma \vec{F} = m \frac{d\vec{v}}{dt}$$

$$\Sigma \vec{F} = \frac{dm\vec{v}}{dt}$$

$$\Sigma \vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} \quad ; \quad \vec{p} \equiv m\vec{v}$$

$$\int \Sigma \vec{F} dt = \int d\vec{p}$$

$$\vec{I} = \Delta \vec{p}$$



โมเมนตัมเชิงเส้นและการดล (Linear Momentum and Impulse)

โมเมนตัมเชิงเส้น (Linear Momentum ; $\vec{p}$ [N·s, kg·m/s]) คือ ปริมาณทางฟิสิกส์เชิงเวกเตอร์ซึ่งบอกถึงความสามารถในการเคลื่อนที่ของวัตถุ

$$\vec{p} \equiv m\vec{v}$$

m คือ มวลของวัตถุ

$\vec{v}$ คือ ความเร็วของวัตถุ

การดล (Impulse ; $\vec{I}$ [N·s, kg·m/s]) คือ แรงรวมทั้งหมดที่กระทำกับวัตถุในช่วงเวลานี้

$$\vec{I} = \int \Sigma \vec{F} dt = \vec{F}_{av} \Delta t = \Delta \vec{p}$$

โมเมนตัมและการชน (Momentum and Collisions)

$\Sigma \vec{F}$ คือ แรงลัพธ์ที่กระทำกับวัตถุ

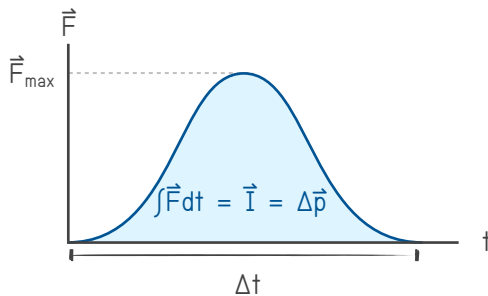
t คือ เวลา

Δt คือ ช่วงเวลาที่พิจารณา

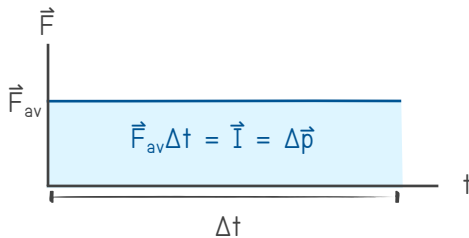
$\vec{F}_{av}$ คือ แรงลัพธ์เฉลี่ยที่กระทำกับวัตถุในช่วงเวลา Δt

$\Delta \vec{p}$ คือ การเปลี่ยนแปลงโมเมนตัมของวัตถุในช่วงเวลา Δt

การหาการดลและการเปลี่ยนแปลงโมเมนตัมจากกราฟ $\vec{F}$ กับ t



วาดกราฟใหม่โดยกำหนดให้พื้นที่ใต้กราฟในช่วงเวลา Δt ยังคงเท่าเดิม



ข้อสังเกต

โมเมนตัมเป็นปริมาณเวกเตอร์ การบวกหรือลบโมเมนตัมต้องคำนึงถึงทิศทางเสมอ

โมเมนตัมเปลี่ยนแปลงในทิศทางเดียวกับแรงลัพธ์ของวัตถุ

การดลทำให้เกิดการเปลี่ยนแปลงโมเมนตัมของวัตถุ

Problem 6.1

ปล่อยวัตถุมวล 2.00 kg จากความสูง 210 m ให้ตกลงมาอย่างอิสระภายใต้แรงโน้มถ่วงของโลก เมื่อวัตถุดังกล่าวกระทบพื้นจะมีโมเมนตัมขนาดเท่าใด?

Answer : 128 kg·m/s

Problem 6.2

จงแสดงว่า $K = \frac{|\vec{p}|^2}{2m}$ เมื่อ K คือ พลังงานจลน์, $\vec{p}$ คือ โมเมนตัมเชิงเส้น และ m คือ มวล?

Answer : $\frac{|\vec{p}|^2}{2m}$

Problem 6.3

วัตถุชิ้นที่หนึ่งและชิ้นที่สองมีพลังงานจลน์เท่ากัน แต่วัตถุชิ้นที่หนึ่งมีมวลเป็น 4 เท่าของวัตถุชิ้นที่สอง วัตถุชิ้นที่สองจะมีขนาดโมเมนตัมเป็นกี่เท่าของวัตถุชิ้นที่หนึ่ง?

Answer : 0.5

โมเมนตัมและการชน (Momentum and Collisions)

Problem 6.4

เมื่อโยนวัตถุมวล m ด้วยความเร็วต้นขนาด u เอียงทำมุม θ กับแนวนอน ที่จุดสูงสุดวัตถุจะมีโมเมนตัมขนาดเท่าใด?

Answer : $m u \cos \theta$

Problem 6.5

มวล 4.0 kg เคลื่อนที่ด้วยความเร็วต้นขนาด 10 m/s ผ่านพื้นซึ่งมีความหนืดคงที่ จนหยุดนิ่ง การดลที่เกิดขึ้นกับวัตถุดังกล่าวมีขนาดเท่าใด?

Answer : $40 \text{ kg}\cdot\text{m/s}$

Problem 6.6

ก้อนมวล 2.5 kg กระแทกตะปูด้วยความเร็วขนาด 10 m/s แล้วหยุดนิ่งภายในเวลา 0.050 s จงหาขนาดแรงเฉลี่ยที่เกิดขึ้นกับก้อนดังกล่าว?

Answer : 500 N

โมเมนตัมและการชน (Momentum and Collisions)

Problem 6.7

วัตถุมวล 1.0 kg ถูกกระทำให้เคลื่อนที่จากหยุดนิ่งจนมีอัตราเร็วเท่ากับ 10 m/s ภายในเวลา 2.0 ms จงหาขนาดของแรงเฉลี่ยที่เกิดขึ้นกับวัตถุดังกล่าว?

Answer : 5.0 kN

Problem 6.8

วัตถุมวล m เคลื่อนที่ชนกำแพงด้วยความเร็วขนาด v และเคลื่อนที่สะท้อนกลับมากในทิศสวนทางกับตอนเข้าชนด้วยความเร็วขนาด v เท่ากัน ถ้าแรงเฉลี่ยที่กำแพงกระทำกับวัตถุเท่ากับ F วัตถุดังกล่าวจะใช้เวลาในการชนกำแพงเป็นเท่าใด?

Answer : $\frac{2mv}{F}$

โมเมนตัมและการชน (Momentum and Collisions)

Problem 6.9

ปล่อยวัตถุมวล m จากความสูง H กระแทกพื้น ทำให้วัตถุกระเด็นขึ้นในแนวดิ่งไปเป็นระยะสูงสุดเท่ากับ h ในการกระแทกพื้นดังกล่าวทำให้วัตถุมีโมเมนตัมเปลี่ยนไปขนาดเท่าใด?

$$\text{Answer : } m\sqrt{2g}(\sqrt{h} + \sqrt{H})$$

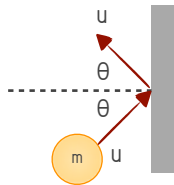
Problem 6.10

ปล่อยวัตถุมวล m จากความสูง H กระแทกพื้น ทำให้วัตถุกระเด็นขึ้นในแนวตั้งไปเป็นระยะสูงสุดเท่ากับ h ถ้าเวลาในการกระทบพื้นเท่ากับ $\sqrt{\frac{2}{g}}$ จงหาแรงเฉลี่ยที่พื้นกระทำกับวัตถุ?

Answer : $mg(\sqrt{h} + \sqrt{H})$

Problem 6.11

วัตถุมวล m เคลื่อนที่เข้าชนกำแพงด้วยความเร็วขนาด u เอียงทำมุม θ เทียบกับเส้นตั้งฉากกับระนาบของกำแพง ทำให้วัตถุกระเด็นออกมาด้วยความเร็วขนาด u เอียงทำมุม θ เทียบกับเส้นตั้งฉากกับระนาบของกำแพง ภายในเวลา t ดังรูปด้านล่าง จงหาแรงเฉลี่ยที่เกิดขึ้นกับวัตถุดังกล่าว?



$$\text{Answer : } \frac{2mu\cos\theta}{t}$$

Problem 6.12

วัตถุมวล 50 g เคลื่อนที่เข้าชนกำแพงด้วยความเร็วขนาด 20 m/s เอียงทำมุม 30° เทียบกับระนาบของกำแพง ทำให้วัตถุกระเด็นออกมาด้วยความเร็วขนาดเท่าเดิม เอียงทำมุม 30° เทียบกับระนาบของกำแพง ภายในเวลา 0.20 ms แรงเฉลี่ยที่เกิดขึ้นกับวัตถุดังกล่าวมีขนาดเท่าใด?

Answer : 5.0 kN

Problem 6.13

วัตถุมวล m เคลื่อนที่ด้วยความเร็ว u ไปทางทิศ $+x$ ถูกแรงกระทำทำให้ความเร็วของวัตถุเปลี่ยนไป โดยมีขนาดเท่ากับ v และเคลื่อนที่เบนจากเดิมเป็นมุม θ จงหาขนาดการดลที่เกิดขึ้นกับวัตถุดังกล่าว?

Answer : $m\sqrt{v^2 + u^2 - 2uv\cos\theta}$

Problem 6.14

อนุภาคมวล m kg เคลื่อนที่ด้วยความเร็วขนาด v m/s พุ่งระดมใส่จานข้างหนึ่งของตาชั่งด้วยอัตรา f อนุภาค/วินาที โดยมีทิศทางเอียงทำมุม θ เทียบกับแนวตั้งฉากของจานตาชั่งและสะท้อนออกมาจากจานด้วยมุม และอัตราเร็วเดียวกัน ต้องวางมวลเท่าใดบนจานตาชั่งอีกข้างเท่าใดเพื่อให้ตาชั่งสมดุล?

$$\text{Answer : } \frac{2mvf\cos\theta}{g}$$

Problem 6.15

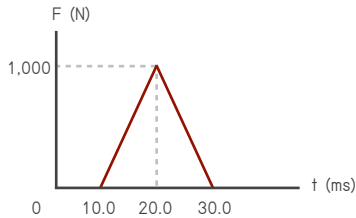
ฉีดสายน้ำพุ่งความหนาแน่น ρ ออกจากท่อทรงกระบอกรัศมี r ในแนวราบด้วยความเร็วขนาด v เข้ากระทบกำแพงในแนวตั้งฉากพอดี ถ้าไม่มีการสะท้อนกลับของสายน้ำ จงหาขนาดแรงที่สายน้ำกระทำกับกำแพงดังกล่าว?

$$\text{Answer : } \rho\pi r^2 v^2$$

โมเมนตัมและการชน (Momentum and Collisions)

Problem 6.16

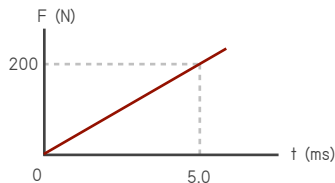
วัตถุมวล 200 g เคลื่อนที่กระทบตั้งฉากกับกำแพง และกระเด็นกลับออกมาในทิศตั้งฉากกับกำแพงด้วยอัตราเร็วเท่ากับตอนที่เข้าชนกำแพง โดยแรงที่กระทำกับวัตถุดังกล่าวเป็นไปตามกราฟด้านล่าง จงหาอัตราเร็วของวัตถุดังกล่าวที่กระเด็นออกมา?



Answer : 25.0 m/s

Problem 6.17

วัตถุมวล 100 g ถูกแรงกระทำดังกราฟด้านล่าง จงหาขนาดแรงเฉลี่ยที่เกิดขึ้นกับวัตถุดังกล่าวในช่วง 0 - 5.00 ms?

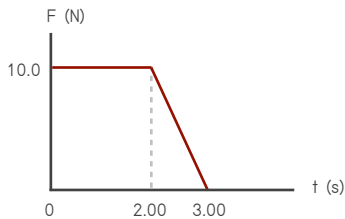


Answer : 100 N

โมเมนตัมและการชน (Momentum and Collisions)

Problem 6.18

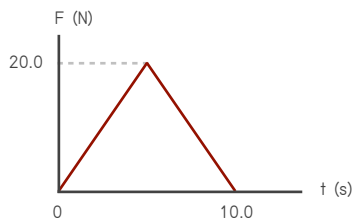
วัตถุมวล 5.00 kg เดิมอยู่นิ่ง ถูกแรงกระทำดังกราฟด้านล่าง ความเร็วของวัตถุที่เวลา 3.00 s มีขนาดเป็นเท่าใด?



Answer : 5.00 m/s

Problem 6.19

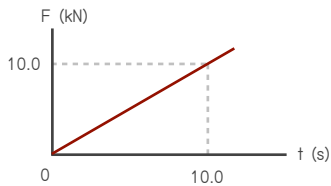
จากกราฟด้านล่าง การเปลี่ยนแปลงโมเมนตัมมีขนาดเท่าใด?



Answer : $100 \text{ N}\cdot\text{s}$

Problem 6.20

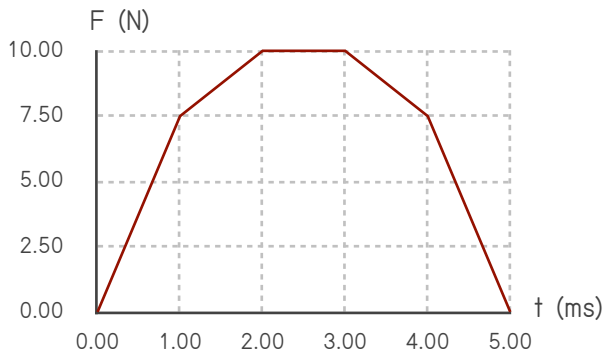
วัตถุมวล 0.200 kg มีความเร็วขนาด 400 m/s เข้าชนกองทราย ทำให้เกิดแรงต้านกระทำกับวัตถุดังกราฟด้านล่าง วัตถุจะเคลื่อนที่หลังจากเข้าชนกองทรายจนหยุดนิ่งเป็นเวลาเท่าใด?



Answer : 0.400 s

Problem 6.21

มีแรงมากระทำกับวัตถุมวล 3.50 kg ดังรูปด้านล่าง จงหา



โมเมนตัมและการชน (Momentum and Collisions)

- a) การคลที่เกิดขึ้นกับวัตถุมีขนาดเป็นเท่าใด?
- b) แรงเฉลี่ยที่กระทำกับวัตถุมีขนาดเท่าใด?
- c) โมเมนตัมของวัตถุเปลี่ยนไปขนาดเท่าใด?
- d) ถ้าเริ่มต้นวัตถุอยู่นิ่ง หลังจากแรงดังกล่าวกระทำ วัตถุจะมีความเร็วขนาดเท่าใด?

Answer : a) $35.0 \text{ mN}\cdot\text{s}$, b) 7.00 N , c) $35.0 \times 10^{-3} \text{ kg}\cdot\text{m/s}$
and d) 10 mm/s

โมเมนตัมและการชน (Momentum and Collisions)

Problem 6.22

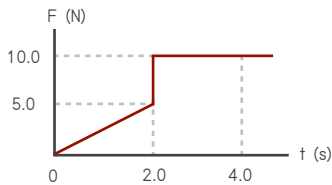
วัตถุมวล m เดิมอยู่นิ่ง ถูกแรง $F(t) = at$ มากระทำในช่วงเวลา 0 ถึง $\frac{a}{4b}$
เมื่อ a และ b เป็นค่าคงที่ซึ่งมากกว่าศูนย์ แรงเฉลี่ยมีขนาดเท่าใด?

Answer : $\frac{a^2}{8b}$

โมเมนตัมและการชน (Momentum and Collisions)

Problem 6.23

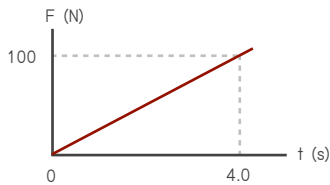
วัตถุมวล 4.0 kg อยู่นิ่งบนพื้นราบซึ่งมีค่าสัมประสิทธิ์ความเสียดทานสถิตเท่ากับ 0.20 และค่าสัมประสิทธิ์ความเสียดทานจลน์เท่ากับ 0.10 มีแรง F มาดึงวัตถุในแนวราบ โดยแรง F มีขนาดดังกราฟด้านล่าง ถ้าความเร่งเนื่องจากแรงโน้มถ่วงของโลกเท่ากับ 10 m/s^2 ความเร็วของวัตถุที่เวลา 5.0 s มีขนาดเป็นเท่าใด?

Answer : 3.0 m/s

โมเมนตัมและการชน (Momentum and Collisions)

Problem 6.24

วัตถุมวล 10 kg อยู่นิ่งบนพื้นราบซึ่งมีค่าสัมประสิทธิ์ความเสียดทานสถิตเท่ากับ 0.40 และค่าสัมประสิทธิ์ความเสียดทานจลน์เท่ากับ 0.20 มีแรง F มาดึงวัตถุในแนวราบ โดยแรง F มีขนาดดังกราฟด้านล่าง ถ้าความเร่งเนื่องจากแรงโน้มถ่วงของโลกเท่ากับ 10 m/s^2 ความเร็วของวัตถุที่เวลา 4.0 s มีขนาดเป็นเท่าใด?

Answer : 12 m/s

โมเมนตัมและการชน (Momentum and Collisions)

Problem 6.25 Challenge

วัตถุมวล m เดิมอยู่นิ่ง ถูกแรง $F(t) = at - bt^2$ มากระทำในช่วงเวลา 0 ถึง $\frac{a}{4b}$ เมื่อ a และ b เป็นค่าคงที่ซึ่งมากกว่าศูนย์ จงหาว่าแรงสูงสุดมีขนาดมากกว่าแรงเฉลี่ยเท่าใด?

$$\text{Answer : } \frac{7a^2}{48b}$$

การอนุรักษ์โมเมนตัม (Conservation of Momentum)

พิจารณาในกรณี

$$\Sigma \vec{F} = 0$$

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = 0$$

$$\frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t} = 0$$

$$\Delta \vec{p} = 0$$

$\therefore$

$$\Sigma \vec{p}_f = \Sigma \vec{p}_i$$



การอนุรักษ์โมเมนตัม (Conservation of Momentum)

เมื่อแรงลัพธ์ที่กระทำกับระบบเป็นศูนย์ (ระบบอยู่ในสมดุลการเคลื่อนที่)

โมเมนตัมรวมของระบบจะอนุรักษ์ (โมเมนตัมรวมของระบบจะคงที่ตลอดเวลา)

เขียนเป็นสมการได้ดังนี้

$$\Sigma \vec{p}_f = \Sigma \vec{p}_i \quad ; \quad \Sigma \vec{F} = 0$$

$\Sigma \vec{F}$ คือ แรงลัพธ์ของระบบ

$\Sigma \vec{p}_f$ คือ โมเมนตัมรวมของระบบในตอนสุดท้ายที่พิจารณา

$\Sigma \vec{p}_i$ คือ โมเมนตัมรวมของระบบในตอนเริ่มต้นที่พิจารณา

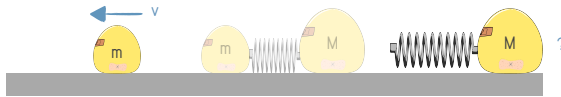
ข้อสังเกต

โมเมนตัมของระบบจะมีการอนุรักษ์ เมื่อแรงลัพธ์ที่กระทำกับระบบเป็นศูนย์เท่านั้น

โมเมนตัมและการชน (Momentum and Collisions)

Problem 6.26

มวล m และ M อยู่บนพื้นซึ่งประมาณได้ว่าไม่มีแรงเสียดทาน และมวลทั้งสองได้อัดสปริงซึ่งมีมวลเบามากๆ ที่อยู่ระหว่างมวลทั้งสองเข้าหากันดังรูปด้านล่าง หลังจากปล่อยมวลทั้งสองจากการอัด มวล m ได้เคลื่อนที่ด้วยความเร็วขนาด v จงหาความเร็วของมวล M ?



Answer : $v_M = \frac{mv}{M}$ and ทิศตรงข้ามกับความเร็วของมวล m

Problem 6.27

วัตถุมวล 3.00 g มีความเร็วขนาด 300 m/s เคลื่อนที่เข้าชนวัตถุมวล 600 g ซึ่งอยู่นิ่ง หลังการชน มวล 600 g มีความเร็วขนาด 1.00 m/s ในทิศเดียวกับที่มวล 3.00 g และมวล 3.00 g ทะลุผ่านมวล 600 g ความเร็วของมวล 3.00 g จะมีความเร็วหลังชนขนาดเท่าใด?

Answer : 100 m/s

โมเมนตัมและการชน (Momentum and Collisions)

Problem 6.28

เด็กคนหนึ่งมวล 60.0 kg นั่งนิ่งๆ อ่านหนังสือฟิสิกส์มวล 1.50 kg ด้วยความโมโหที่อ่านหนังสือฟิสิกส์ไม่รู้เรื่องจึงปาหนังสือดังกล่าวออกไปในแนวระดับด้วยความเร็วขนาด 5.00 m/s ถ้าไม่คิดถึงแรงเสียดทานที่เกิดขึ้นกับเด็กคนดังกล่าว หลังจากการปาหนังสือ เด็กคนนั้นควรมีความเร็วขนาดเท่าใด?

Answer : 0.125 m/s

Problem 6.29

วัตถุมวล 5.00 g เคลื่อนที่ด้วยอัตราเร็ว 100 m/s ทะลุแผ่นโลหะมวล 800 g ซึ่งแขวนด้วยเชือกยาว ทันทีที่มวล 5.00 g ทะลุแผ่นโลหะ แผ่นโลหะนั้นมีอัตราเร็ว 2.00 m/s ในทิศเดียวกับความเร็วที่มวล 5.00 g เข้ามาชน การชนดังกล่าวทำให้โมเมนตัมของมวล 5.00 g เปลี่ยนแปลงไปเท่าใด?

Answer : $-1.60 \text{ kg}\cdot\text{m/s}$

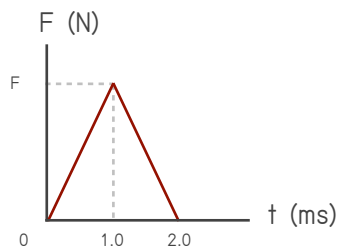
Problem 6.30

วัตถุมวล 10 kg เคลื่อนที่ไปทางทิศ $+x$ ด้วยอัตราเร็ว 50 m/s วัตถุนี้ได้ชนกับอีกวัตถุหนึ่งซึ่งเคลื่อนที่มาในทิศ $-x$ ด้วยอัตราเร็ว 30 m/s ถ้าหลังการชนวัตถุทั้งสองเคลื่อนที่ติดกันไปในทิศ $+x$ ด้วยอัตราเร็ว 20 m/s วัตถุก้อนที่เคลื่อนที่เข้ามาในทิศ $-x$ จะมีมวลเท่าใด?

Answer : 6.0 kg

Problem 6.31

วัตถุมวล 100 kg เคลื่อนที่ด้วยอัตราเร็ว 25 m/s เข้าชนวัตถุมวล 25 kg ซึ่งอยู่นิ่ง หลังการชนวัตถุทั้งสองได้เคลื่อนที่ติดกันไป ถ้าแรงในการชนที่เกิดขึ้นกับวัตถุมวล 25 kg เป็นไปตามกราฟด้านล่าง จงหาแรงสูงสุดที่กระทำกับวัตถุดังกล่าว?



โมเมนตัมและการชน (Momentum and Collisions)

Answer : 0.50 MN

Problem 6.32

วัตถุมวล 1.0 kg ถูกยิงออกไปด้วยความเร็วขนาด 500 m/s โดยที่ทิศทางเอียงทำมุม 53° กับแนวนอน ถ้าเครื่องยิงวัตถุนี้มีมวล 2,000 kg วางอยู่บนพื้นราบไร้แรงเสียดทาน และมีระบบสปริงป้องกันการดีดถอยหลัง ทำให้เครื่องยิงถอยหลังในแนวนอนเป็นระยะ 0.25 m จงหาค่าคงที่ของสปริงดังกล่าว?

Answer : 2.0 kN/m

โมเมนตัมและการชน (Momentum and Collisions)

Problem 6.33

คนมวล 60 kg ยืนอยู่บนแผ่นกระดานมวล 10 kg ถ้าทั้งคนและแผ่นกระดานกำลังเคลื่อนที่ไปบนพื้นราบลื่นด้วยอัตราเร็ว 6.0 m/s ถ้าต้องการหยุดการเคลื่อนที่ของแผ่นกระดาน คนบนแผ่นกระดานจะต้องเคลื่อนที่อย่างไร?

Answer : เคลื่อนที่ไปด้านหลังด้วยอัตราเร็ว 7.0 m/s

Problem 6.34

รถยนต์มวล 1,800 kg จอดอยู่นิ่งบนแพมวล 200 kg ถ้ารถยนต์ดังกล่าวเคลื่อนที่ด้วยความเร็วขนาด 1.00 m/s เทียบกับแพ แพจะเคลื่อนที่ด้วยความเร็วขนาดเท่าใด?

Answer : 0.900 m/s

Problem 6.35

นกบินในแนวระดับด้วยอัตราเร็ว u ได้ฟันเมล็ดพืชออกจากปากด้วยอัตราเร็ว v สัมพัทธ์กับนก ปรากฏว่าทันทีหลังที่นกฟันเมล็ดพืช เมล็ดพืชดังกล่าวได้แตกออกเป็นสองชิ้น ซึ่งมีมวลเท่ากันพอดี ชิ้นหนึ่งตกลงในแนวดิ่ง อีกชิ้นจะมีความเร็วขนาดเท่าใด (เมื่อประมาณว่าโลกอยู่นิ่ง)?

Answer : $2(v + u)$

Problem 6.36

วัตถุเคลื่อนที่แบบโพรเจกไทล์เมื่อถึงจุดสูงสุดวัตถุมีอัตราเร็วต้น u และวัตถุได้แตกออกเป็นสองชิ้น ซึ่งมีมวลเท่ากัน ชิ้นหนึ่งตกลงในแนวดิ่ง อีกชิ้นจะมีอัตราเร็วเท่าใด?

Answer : $2u$

Problem 6.37

ยิงวัตถุมวล m ออกไปด้วยอัตราเร็ว u ทำมุม θ กับแนวระดับ เมื่อไปถึงจุดสูงสุด วัตถุได้แตกตัวออกเป็นสองชิ้น โดยชิ้นที่มีมวล $\frac{m}{3}$ ได้ตกลงมาในแนวดิ่ง วัตถุทั้งสองชิ้นจะตกถึงพื้นราบห่างกันเท่าใด?

Answer : $\frac{3u^2 \sin \theta \cos \theta}{2g}$

Problem 6.38

เด็กสองคนนั่งนิ่งๆ อยู่ที่หัวเรือ และอีกคนนั่งนิ่งๆ อยู่ที่ท้ายเรือ ถ้าเรือลอยอยู่นิ่งๆ และบนเรือมีเพียงเด็กสองคนกับหนังสือฟิสิกส์ไว้อ่านแก้เบื่ออีกหนึ่งเล่ม โดยมีมวลทั้งหมดรวมกันเป็น 250 kg และหนังสือฟิสิกส์มีมวล 1.00 kg

- ขณะที่เด็กซึ่งอยู่หัวเรือโยนหนังสือฟิสิกส์ออกไปในแนวราบด้วยความเร็วขนาด 5.00 m/s ความเร็วของเรือจะเป็นอย่างไร?
- ในขณะที่เด็กซึ่งอยู่ท้ายเรือรับหนังสือฟิสิกส์จนหนังสืออยู่นิ่งพอดี ความเร็วของเรือจะเป็นอย่างไร?

Answer : a) ความเร็วจะมีขนาด 0.0201 m/s ในทิศจากท้ายเรือไปหัวเรือ
and b) เรือจะอยู่นิ่งๆ

Problem 6.39

มนุษย์โดยเฉลี่ยมีมวลประมาณ 70 kg โดยเฉลี่ยในการผายลมแต่ละครั้งของมนุษย์ จะปล่อยมวลออกมาประมาณ 111×10^{-6} kg และมีขนาดความเร็วเฉลี่ยประมาณ 0.0034 m/s ถ้ามองว่ามนุษย์นั่งอยู่นิ่งๆ ในขณะที่ทำการผายลม และประมาณว่ามวลทั้งหมดที่ถูกผายลมออกมาเคลื่อนที่ลงในแนวดิ่ง ในการผายลมแต่ละครั้งโดยเฉลี่ยจะทำให้มนุษย์ลอยขึ้นจากพื้นได้สูงที่สุดเป็นระยะประมาณเท่าใด?

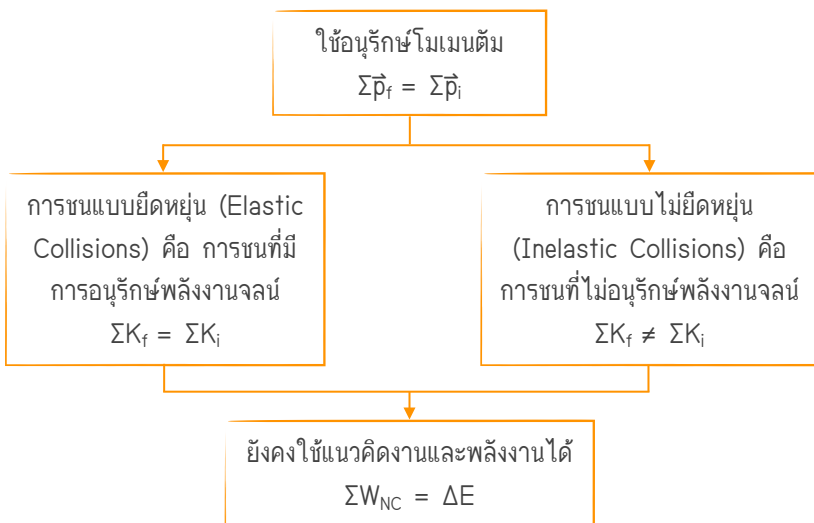
Answer : 1.5×10^{-18} m

การชน (Collisions)



การชน (Collisions)

การชน (Collisions) ในทางฟิสิกส์ คือ การที่วัตถุมีแรงกระทำระหว่างกันเป็นแรงคู่ปฏิกิริยา (การชนกันของวัตถุในทางฟิสิกส์ วัตถุอาจจะไม่สัมผัสกันก็ได้) ดังนั้นปัญหาการชนกันของวัตถุจึงเป็นหนึ่งในปัญหาที่แรงลัพธ์ในระบบเป็นศูนย์ จึงใช้แนวคิดการอนุรักษ์โมเมนตัมมาช่วยวิเคราะห์ปัญหาได้



ข้อสังเกต

การชนทั้งแบบยืดหยุ่นและแบบไม่ยืดหยุ่นมีการอนุรักษ์โมเมนตัมของระบบ ผลรวมโมเมนตัมของระบบเป็นศูนย์ แต่พลังงานจลน์รวมของระบบอาจไม่เป็นศูนย์ก็ได้

โมเมนตัมและการชน (Momentum and Collisions)

Problem 6.40

วัตถุมวล 1.00 kg มีความเร็วขนาด 550 m/s ในแนวระดับ พุ่งเข้าชนวัตถุมวล 10.0 kg ซึ่งอยู่นิ่งบนพื้นลื่น หลังการชนมวลทั้งสองได้เคลื่อนที่ติดกันไปตามแนวระดับ จงหาพลังงานจลน์ที่ลดลงของระบบมวลดังกล่าว?

Answer : 0.138 MJ

Answer : เป็นการชนแบบไม่ยืดหยุ่น

โมเมนตัมและการชน (Momentum and Collisions)

Problem 6.43

วัตถุมวล m_1 เคลื่อนที่ด้วยความเร็ว u_1 เข้าชนกับมวล m_2 ซึ่งเคลื่อนที่ด้วยความเร็วขนาด u_2 ในทิศทางเดียวกับมวล m_1 ถ้ามวลทั้งสองเข้าชนกันอย่างยืดหยุ่น จงหาความเร็วของมวลทั้งสองหลังการชน?

โมเมนตัมและการชน (Momentum and Collisions)

$$\text{Answer : } v_1 = \frac{(m_1 - m_2)}{m_1 + m_2} u_1 + \frac{(2m_2)}{m_1 + m_2} u_2$$

$$\text{and } v_2 = \frac{(2m_1)}{m_1 + m_2} u_1 + \frac{(m_2 - m_1)}{m_1 + m_2} u_2$$

ข้อสังเกต

สำหรับการชนของวัตถุสองชิ้นแบบยืดหยุ่น (มวล m_1 ชนกับมวล m_2)

จะได้ว่า $\vec{v}_1 + \vec{u}_1 = \vec{v}_2 + \vec{u}_2$

v_1 คือ ความเร็วหลังชนของวัตถุมวล m_1

u_1 คือ ความเร็วก่อนชนของวัตถุมวล m_1

v_2 คือ ความเร็วหลังชนของวัตถุมวล m_2

u_2 คือ ความเร็วก่อนชนของวัตถุมวล m_2

โมเมนตัมและการชน (Momentum and Collisions)

Problem 6.44

วัตถุมวล m เคลื่อนที่ด้วยความเร็ว u เข้าชนมวล $5m$ ซึ่งอยู่นิ่ง ถ้าความเร็ว u มีทิศทางอยู่ในแนวเส้นตรงซึ่งผ่านจุดศูนย์กลางมวลของวัตถุทั้งสอง ถ้าการชนดังกล่าวเป็นการชนแบบยืดหยุ่น จงหาความเร็วหลังการชนของวัตถุทั้งสอง?

$$\text{Answer : } -\frac{2u}{3}$$

Problem 6.45

วัตถุมวล m_1 เคลื่อนที่ด้วยความเร็ว u เข้าชนมวล m_2 ซึ่งอยู่นิ่ง ถ้าความเร็ว u มีทิศทางอยู่ในแนวเส้นตรงซึ่งผ่านจุดศูนย์กลางมวลของวัตถุทั้งสอง ถ้าการชนดังกล่าวเป็นการชนแบบยืดหยุ่น จงหาอัตราส่วนของ $m_2 : m_1$ ที่ทำให้วัตถุทั้งสองมีความเร็วหลังการชนขนาดเท่ากัน แต่มีทิศทางตรงข้ามกัน?

Answer : 3

โมเมนตัมและการชน (Momentum and Collisions)

Problem 6.46

อนุภาคมวล m_1 เคลื่อนที่ด้วยความเร็ว u เข้าชนอนุภาคมวล m_2 ซึ่งอยู่นิ่ง ถ้าการชนดังกล่าวเป็นการชนแบบยืดหยุ่น จงหาอัตราส่วนพลังงานจลน์ของอนุภาค m_1 หลังชน : พลังงานจลน์ของอนุภาค m_1 ก่อนชน?

$$\text{Answer : } \left(\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} \right)^2$$

โมเมนตัมและการชน (Momentum and Collisions)

Problem 6.47

จงแสดงว่าในกรณีที่หลังจากการชนแล้วมวลของวัตถุทั้งสองติดกันไป นั้นเป็นการชนแบบไม่ยืดหยุ่น?

โมเมนตัมและการชน (Momentum and Collisions)

Problem 6.48

จงแสดงว่าในกรณีวัตถุระเบิดออกจากกันเป็นสองก้อน นั้นเป็นการชนแบบไม่ยืดหยุ่น?

โมเมนตัมและการชน (Momentum and Collisions)

ข้อสังเกต

การระเบิด หรือการชนที่วัตถุติดกันหลังการชนจะเป็นการชนแบบไม่ยืดหยุ่นเสมอ แต่การชนที่หลังการชนวัตถุไม่ได้ติดกันอาจจะเป็นการชนแบบยืดหยุ่นหรือไม่ยืดหยุ่นก็ได้

Problem 6.49

วัตถุมวล 1.00 kg เคลื่อนที่ในแนวระดับด้วยความเร็วขนาด 20.0 m/s เข้าชนมวล 4.00 kg ซึ่งอยู่นิ่งบนพื้นซึ่งมีสัมประสิทธิ์ความเสียดทานจลน์ระหว่างพื้นกับวัตถุเท่ากับ 0.200 ถ้าหลังการชนมวล 1.00 kg หยุดนิ่ง วัตถุมวล 4.00 kg จะไกลไปบนพื้นได้ไกลเท่าใด?

Answer : 6.38 m

Problem 6.50

ปล่อยลูกตุ้มมวล 3,000 kg ในแนวดิ่งจากความสูง 5.00 m เหนือเสาเข็มซึ่งมีมวล 1,000 kg หลังจากลูกตุ้มกระทบกับเสาเข็ม ปรากฏว่าลูกตุ้มไม่มีการกระดอนและเคลื่อนที่ติดไปกับเสาเข็ม ทำให้เสาเข็มจมลงไปในดินเป็นระยะ 25.0 cm แรงต้านเฉลี่ยที่ดินกระทำกับเสาเข็มเป็นเท่าใด (กำหนดให้ค่าความเร่งเนื่องแรงโน้มถ่วงของโลกเท่ากับ 10 m/s^2)?

Answer : 0.490 MN

Problem 6.51

ก้อนมวล 500 g ตอกตะปูมวล 5.00 g ในแนวราบเข้าไปยังเนื้อไม้ ถ้าความเร็วของค้อนตอนสัมผัสตะปูมีขนาดเท่ากับ 10.0 m/s และหลังจากค้อนสัมผัสกับตะปู ไม่มีการกระดอนของค้อนเกิดขึ้น (ค้อนเคลื่อนที่ติดไปกับตะปู) แรงต้านเฉลี่ยที่เนื้อไม้กระทำกับตะปูเท่ากับ 1,000 N ตะปูจะเข้าไปในเนื้อไม้เป็นระยะเท่าใด?

Answer : 2.48 cm

โมเมนตัมและการชน (Momentum and Collisions)

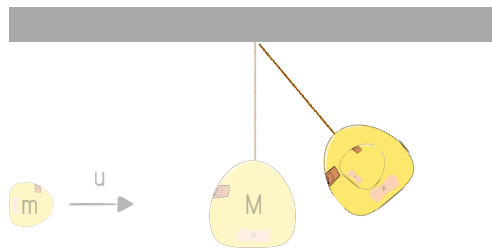
Problem 6.52

มวล $2m$ มีความเร็ว u ในทิศ $+x$ วิ่งเข้าชนมวล $3m$ ซึ่งติดกับสปริงเบา มีค่าคงที่ของสปริงเท่ากับ k ถ้ามวลทั้งสองอยู่บนพื้นลื่น และหลังการชนมวลทั้งสองติดกันไป สปริงจะหดเข้าไปได้มากที่สุดเป็นระยะเท่าใด?

$$\text{Answer : } 2u\sqrt{\frac{m}{5k}}$$

Problem 6.53

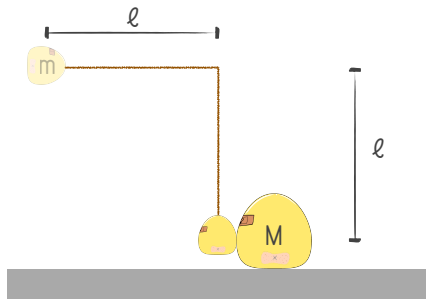
วัตถุมวล M ถูกแขวนอยู่ในแนวดิ่งด้วยเชือกมวลเบาหลายๆ เชือกมวล m ยิงเข้าไปในแนวระดับด้วยความเร็ว u ทำให้มวล m ฝังอยู่ในมวล M ถ้าไม่คิดแรงต้านอากาศมวลทั้งสองจะเคลื่อนที่ไปได้สูงสุดเท่าใดเมื่อเทียบกับระดับเดิม?



$$\text{Answer : } \frac{m^2 u^2}{2g(m + M)^2}$$

Problem 6.54

จากรูปด้านล่าง ปล่อยวัตถุมวล m จากหยุดนิ่งให้เคลื่อนที่เป็นส่วนหนึ่งของวงกลมรัศมี ℓ ลงมาชนมวล M ถ้าการชนระหว่างมวล m กับ M เป็นการชนแบบยืดหยุ่น จงหาอัตราเร็วของวัตถุทั้งสองหลังการชนดังกล่าว?

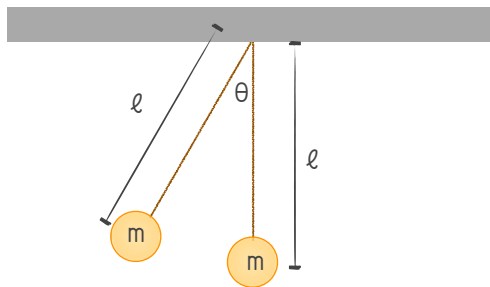


โมเมนตัมและการชน (Momentum and Collisions)

$$\text{Answer : } |\vec{v}| = \left(\frac{M - m}{M + m}\right)\sqrt{2g\ell} \text{ and } |\vec{V}| = \left(\frac{2m}{M + m}\right)\sqrt{2g\ell} \neq$$

Problem 6.55

จากรูปด้านล่าง ปลอยลูกตุ้มเล็กหลายๆ มวล m จากหยุดหนึ่งและเชือกเบาเอียงทำมุม θ กับแนวดิ่ง ให้เคลื่อนที่เป็นส่วนหนึ่งของวงกลมรัศมี ℓ ลงมาชนลูกตุ้มเล็กหลายๆ มวล m ถ้าหลังการชนลูกตุ้มทั้งสองเคลื่อนที่ติดกัน ลูกตุ้มทั้งสองจะเคลื่อนที่ไปได้สูงสุดเป็นระยะเท่าใด?

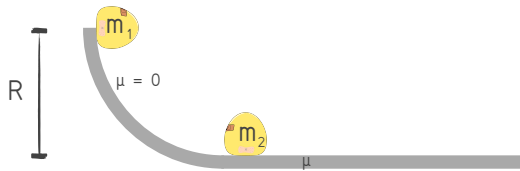


โมเมนตัมและการชน (Momentum and Collisions)

$$\text{Answer : } \frac{\ell(1 - \cos\theta)}{4}$$

Problem 6.56

ปล่อยวัตถุมวล m_1 เคลื่อนที่ไถลงมาจากผิวโค้งส่วนหนึ่งของทรงกลมรัศมี R เข้าชนวัตถุมวล m_2 ซึ่งอยู่นิ่งบนพื้นราบ ดังรูปด้านล่าง ถ้าพื้นโค้งไม่มีแรงเสียดทาน แต่พื้นราบมีสัมประสิทธิ์ความเสียดทานจลน์ระหว่างพื้นกับวัตถุเท่ากับ μ และหลังการวัตถุทั้งสองเคลื่อนที่ติดกัน มวล m_2 จะเคลื่อนที่ไปเป็นระยะเท่าใด?

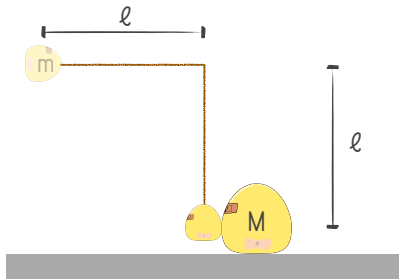


โมเมนตัมและการชน (Momentum and Collisions)

$$\text{Answer : } \frac{R}{\mu} \left(\frac{m_1}{m_1 + m_2} \right)^2$$

Problem 6.57

จากรูปด้านล่าง ปล่อยัตถุมวล m จากหยุดหนึ่งให้เคลื่อนที่เป็นส่วนหนึ่งของวงกลมรัศมี ℓ ลงมาชนมวล M ถ้าการชนระหว่างมวล m กับ M เป็นการชนแบบยืดหยุ่น และสัมประสิทธิ์ความเสียดทานจลน์ระหว่างพื้นกับมวล M เท่ากับ μ มวล M จะเคลื่อนที่ไปตามแนวราบได้ไกลเท่าใด?



โมเมนตัมและการชน (Momentum and Collisions)

$$\text{Answer : } \frac{\ell}{\mu} \left(\frac{2m}{M + m} \right)^2$$

Problem 6.58

ห้รถจักร 5 คัน มีขนาดและมวลเท่ากัน จอดอยู่บนรางรถไฟในแนวเส้นตรงเดียวกัน โดยแต่ละคันจอดห่างเป็นระยะเท่ากัน ถ้าคันแรกวิ่งเข้าชนคันที่สองภายในเวลา t ถ้าในการชนกันทุกครั้ง หลังการชนรถจักรจะเคลื่อนที่ติดกันไปเสมอ จงหาเวลาทั้งหมดก่อนที่จะคันสุดท้ายจะถูกชน?

โมเมนตัมและการชน (Momentum and Collisions)

Answer : 10t

Problem 6.59

มวล m เคลื่อนที่ในแนวราบเข้าชนมวล M ซึ่งติดกับสปริงเบา มีค่าคงที่ของสปริงเท่ากับ k ถ้ามวลทั้งสองอยู่บนพื้นลื่น และหลังการชนมวลทั้งสองติดกันไป ทำให้สปริงหดเข้าไปได้มากที่สุดเป็นระยะ x อัตราเร็วเข้าชนของมวล m เป็นเท่าใด?

โมเมนตัมและการชน (Momentum and Collisions)

$$\text{Answer : } \frac{x}{m} \sqrt{k(M + m)}$$

Problem 6.60

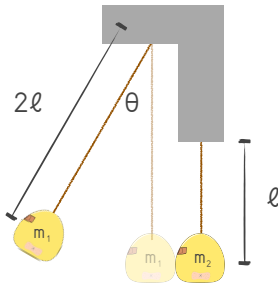
วัตถุขนาดเล็กมวล m ชิดกับวัตถุขนาดเล็กมวล M โดย m อยู่บนมวล M ถ้าปล่อยวัตถุทั้งสองจากหยุดหนึ่งลงมาจากความสูง h เมื่อวัตถุ M กระทบพื้นทำให้กระเด็นขึ้นชนกับวัตถุมวล m ถ้าการชนกันเป็นการชนอย่างยืดหยุ่น อัตราส่วนของ $M : m$ ต้องเป็นเท่าใด M จึงจะหยุดนิ่งหลังการชนกัน และการชนกันดังกล่าวจะทำให้มวล m ขึ้นไปสูงสุดเป็นระยะเท่าใด?

โมเมนตัมและการชน (Momentum and Collisions)

Answer : $\frac{M}{m} = 3$ and $4h$

Problem 6.61

วัตถุมวล m_1 และ m_2 มีขนาดเท่ากัน เริ่มต้นจากหยุดนิ่ง ดังรูปด้านล่าง ถ้าปล่อยให้มวล m_1 เคลื่อนที่เข้าชนมวล m_2 ทำให้มวล m_2 กระเด็นเคลื่อนที่ขึ้นไปจนเชือกที่ผูกมวล m_2 อยู่ในแนวระดับพอดี มุม θ จะเป็นเท่าใด เมื่อสัมประสิทธิ์ความยืดหยุ่นของการชน $e = 0.5$ (Hint : $e = -\frac{v_1 - v_2}{u_1 - u_2}$)?



โมเมนตัมและการชน (Momentum and Collisions)

$$\text{Answer : } \cos^{-1}\left(\frac{1}{9}\right)$$

โมเมนตัมและการชน (Momentum and Collisions)

Problem 6.62

ในการทดลองการชนของรถทดลอง 2 คัน บนพื้นที่ประมาณได้ว่าไม่มีแรงเสียดทาน โดยให้มวล $m_1 = 0.50 \text{ kg}$ เคลื่อนที่เข้าชนมวล m_2 ซึ่งจอดนิ่งอยู่ ภายหลังการชน มวลทั้งสองเคลื่อนที่ติดกันไป เมื่อนำแถบกระดาษซึ่งผ่านเครื่องเคาะสัญญาณเวลาที่ติดกับรถมวล m_1 ปรากฏว่าวัดระยะในช่วง 4 ช่วงจุดแรก (ก่อนชน) ได้เท่ากับ 8.0 cm และวัดระยะในช่วง 4 ช่วงจุดหลัง (หลังชน) ได้เท่ากับ 6.0 cm ถ้าเครื่องเคาะสัญญาณเวลาที่ใช้ในการทดลองมีความถี่เท่ากับ 50 Hz มวล m_2 จะเป็นเท่าใด?

Answer : 0.2 kg

โมเมนตัมและการชน (Momentum and Collisions)

Problem 6.63

วัตถุมวล $1,500 \text{ kg}$ เคลื่อนที่ด้วยความเร็ว $25.0 \text{ m/s} \hat{i}$ ชนกับวัตถุมวล $2,500 \text{ kg}$ ซึ่งเคลื่อนที่ด้วยความเร็ว $20.0 \text{ m/s} \hat{j}$ ถ้าหลังการชนมวลทั้งสองได้ติดกันไป จงหาว่าหลังการชนมวลทั้งสองมีความเร็วขนาดเท่าใด และทำมุมเท่าใดเทียบกับแกน x ?

Answer : $v = 15.6 \text{ m/s}$ and $\theta = 53.1^\circ$

โมเมนตัมและการชน (Momentum and Collisions)

Problem 6.64

วัตถุมวล m_1 เคลื่อนที่ด้วยความเร็วขนาด u ชนกับวัตถุมวล m_2 ซึ่งอยู่นิ่ง หลังการชนมวลทั้งสองเคลื่อนที่ต้งฉากกัน และมวล $m_1 = m_2$ โดยมวล m_1 มีความเร็วขนาด v ความเร็วของมวล m_2 จะมีขนาดเป็นเท่าใด?

Answer : $\sqrt{u^2 - v^2}$

Problem 6.65

วัตถุมวล m_1 เคลื่อนที่ด้วยความเร็วขนาด u ชนกับวัตถุมวล m_2 ซึ่งอยู่นิ่ง หลังการชนมวล m_1 มีความเร็วขนาด v และเคลื่อนที่ต้งฉากกับแนวการเคลื่อนที่เดิม ถ้ามวลทั้งสองเคลื่อนที่ต้งฉากกัน โมเมนตัมของมวล m_2 หลังการชนจะมีขนาดเท่าใด?

Answer : $m_1 \sqrt{u^2 + v^2}$

โมเมนตัมและการชน (Momentum and Collisions)

Problem 6.66

วัตถุมวล m_1 เคลื่อนที่ด้วยความเร็วขนาด u ชนกับวัตถุมวล m_2 ซึ่งอยู่นิ่ง หลังการชนมวลทั้งสองเคลื่อนที่ต้งฉากกัน และมวล m_1 เคลื่อนที่ทำมุม θ จากแนวเดิม ถ้ามวล $m_1 = m_2$ ความเร็วหลังการชนของวัตถุทั้งสองมีขนาดเท่าใด?

Answer : $v_1 = u \cos \theta$ and $v_2 = u \sin \theta$

โมเมนตัมและการชน (Momentum and Collisions)

Problem 6.67

วัตถุมวล 800 kg เคลื่อนที่ด้วยความเร็วขนาด 15 m/s ในทิศตะวันออก และวัตถุ
มวล 1,000 kg เคลื่อนที่ด้วยความเร็วขนาด 10 m/s ในทิศเหนือ หลังจากชนกัน
วัตถุทั้งสองเคลื่อนที่ติดกันไป ระบบวัตถุดังกล่าวสูญเสียพลังงานจลน์จากการชน
เท่าใด?

Answer : 72 kJ

Problem 6.68

วัตถุมวล m_1 เคลื่อนที่ด้วยความเร็วขนาด 8 m/s เข้าชนวัตถุมวล m_2 ซึ่งอยู่นิ่ง หลังการชนมวล m_1 เคลื่อนที่เบนออกจากแนวเดิมด้วยความเร็วขนาด 4 m/s และมวล m_2 มีขนาดความเร็วเปลี่ยนไปเป็น 6 m/s ถ้าการชนเป็นการชนแบบยืดหยุ่น อัตราส่วนของ $\frac{m_1}{m_2}$ เป็นเท่าใด?

Answer : $\frac{3}{4}$

Problem 6.69

วัตถุมวล m_1 เคลื่อนที่ด้วยความเร็วขนาด 10 m/s ในทิศ +x เข้าชนวัตถุมวล m_2 ซึ่งอยู่ติดกับมวล m_3 และมวลทั้งสองอยู่นิ่ง หลังการชนมวล m_1 เคลื่อนที่ด้วยความเร็วขนาด 7 m/s ในทิศ +x มวล m_2 เคลื่อนที่ด้วยความเร็วขนาด 4 m/s ในทิศ +y ถ้า $m_1 = m_2 = m_3$ และวัตถุทั้งสามเคลื่อนที่บนระนาบ xy เท่านั้น หลังการชนมวล m_3 จะมีความเร็วขนาดเท่าใด?

โมเมนตัมและการชน (Momentum and Collisions)

Answer : 5 m/s

Problem 6.70

วัตถุมวล 13m เดิมอยู่นิ่ง เกิดระเบิดออกเป็น 3 ชิ้น โดยหลังระเบิดมวล m มีความเร็วขนาด 20 m/s ทำมุม 37° กับแกน x มวล 4m มีความเร็วขนาด 5 m/s ในทิศ -y และมวล 8m มีความเร็วขนาดเท่าใด?

โมเมนตัมและการชน (Momentum and Collisions)

Answer : $\sqrt{5}$ m/s

Problem 6.71

วัตถุมวล m เคลื่อนที่ในทิศ $+x$ ด้วยความเร็วขนาด v หลังจากนั้นเกิดการระเบิดออกเป็น 3 ชิ้น โดย

ชิ้นที่หนึ่งเคลื่อนที่ในทิศ $+x$ ด้วยความเร็วขนาด $4v$

ชิ้นที่สองเคลื่อนที่ในทิศ $+y$ ด้วยความเร็วขนาด $\frac{v}{3}$

ชิ้นที่สามเคลื่อนที่ในทิศ $-y$ ด้วยความเร็วขนาด $\frac{2v}{3}$

จงหาอัตราส่วนของ มวลชิ้นที่ 1 : มวลชิ้นที่ 2 : มวลชิ้นที่ 3?

โมเมนตัมและการชน (Momentum and Collisions)

$$\text{Answer : } m_1 : m_2 : m_3 = 1 : 2 : 1$$

Problem 6.72

วัตถุมวล $3m$ เคลื่อนที่ด้วยความเร็ว u เกิดการระเบิดออกเป็น 3 ก้อนตั้งฉากกัน โดยแต่ละก้อนมีมวล m เท่ากันและมีอัตราเร็วเท่ากันทั้งสามก้อน จงหาอัตราเร็วของวัตถุทั้งสามก้อน?

$$\text{Answer : } \sqrt{3}u$$

โมเมนตัมและการชน (Momentum and Collisions)

Problem 6.73

เริ่มต้นมวล m_1 , m_2 และ m_3 เชื่อมติดกันและอยู่นิ่ง หลังจากนั้นได้เกิดการระเบิด ทำให้มวลทั้งสามเคลื่อนที่ไปบนระนาบ xy โดยมวล m_1 ทำมุม 90° กับมวล m_2 , มวล m_2 ทำมุม 120° กับมวล m_3 และมวล m_3 ทำมุม 150° กับมวล m_1 ถ้าทั้งสามชิ้นมีอัตราเร็วเท่ากัน มวล m_1 เป็นกี่เท่าของมวล m_2 ?

Answer : $\sqrt{3}$

Problem 6.74

เริ่มต้นมวล $3m$ อยู่นิ่ง หลังจากนั้นได้เกิดการระเบิดออกเป็นสามชิ้น โดยแต่ละชิ้นมีมวลเท่ากับ m เคลื่อนที่บนระนาบ xy และต่างทำมุมกัน 120° จงหาอัตราส่วนของ อัตราเร็วชิ้นที่ 1 : อัตราเร็วชิ้นที่ 2 : อัตราเร็วชิ้นที่ 3?

Answer : $v_1 : v_2 : v_3 = 1 : 1 : 1$

โมเมนตัมและการชน (Momentum and Collisions)

Problem 6.75

วัตถุมวล $3m$ เคลื่อนที่ด้วยความเร็ว u เกิดการระเบิดออกเป็น 3 ก้อนตั้งฉากกัน โดยแต่ละก้อนมีมวล m เท่ากันและมีอัตราเร็วเท่ากันทั้งสามก้อน จงหาว่าการระเบิดครั้งนี้ระบบจะมีพลังงานเพิ่มขึ้นเท่าใด?

Answer : $3mu^2$

การเคลื่อนที่ของระบบอนุภาค (System of Many Particles) [Additional]



ทบทวนจุดศูนย์กลางมวล

จุดศูนย์กลางมวล (The Center of mass ; $\vec{r}_{cm}$ [m]) คือ ตำแหน่งเฉลี่ยของมวลวัตถุ หรือ ตำแหน่งเฉลี่ยโดยการใช้มวลของวัตถุมาถ่วงน้ำหนักการเคลื่อนที่

$$\vec{r}_{cm} = x_{cm}\hat{i} + y_{cm}\hat{j} + z_{cm}\hat{k}$$

ในกรณีที่มวลเป็นจุด $\vec{r}_{cm} = \frac{\sum m x}{M}\hat{i} + \frac{\sum m y}{M}\hat{j} + \frac{\sum m z}{M}\hat{k} \quad ; M = \sum m$

ในกรณีที่มวลไม่เป็นจุด $\vec{r}_{cm} = \frac{\int x dm}{M}\hat{i} + \frac{\int y dm}{M}\hat{j} + \frac{\int z dm}{M}\hat{k} \quad ; M = \int dm$

ในการอินทิเกรตอาจจะต้องมีการเปลี่ยนมวลเล็กๆ dm ให้อยู่ในรูปของความหนาแน่น λ , σ หรือ ρ ขึ้นอยู่กับลักษณะของมวล dm ดังนี้

1-D ความหนาแน่นเชิงเส้น $\lambda = \frac{dm}{d\ell} \quad ; d\ell$ คือ ความยาวของมวล dm

2-D ความหนาแน่นเชิงพื้นที่ $\sigma = \frac{dm}{dA} \quad ; dA$ คือ พื้นที่ของมวล dm

3-D ความหนาแน่นเชิงปริมาตร $\rho = \frac{dm}{dV} \quad ; dV$ คือ ปริมาตรของมวล dm



การเคลื่อนที่ของระบบอนุภาค

ความเร็วศูนย์กลางมวล (Velocity of the Center of Mass ; $\vec{v}_{cm}$ [m/s])

$$\vec{v}_{cm} = \frac{d\vec{r}_{cm}}{dt}$$

$$\vec{v}_{cm} = \frac{\sum m d\vec{r}}{M dt} = \frac{\sum m \vec{v}}{M} \quad ; \quad \vec{r}_{cm} = \frac{\sum m \vec{r}}{M}$$

$$M \vec{v}_{cm} = \sum m \frac{d\vec{r}}{dt}$$

$$M \vec{v}_{cm} = \sum m \vec{v}$$

$$\vec{p}_{cm} = \sum \vec{p}$$

∴ โมเมนตัมของจุดศูนย์กลางมวลจะเท่ากับโมเมนตัมรวมของระบบ

ความเร่งศูนย์กลางมวล (Acceleration of the Center of Mass ; $\vec{a}_{cm}$ [m/s²])

$$\vec{a}_{cm} = \frac{d\vec{v}_{cm}}{dt}$$

$$\vec{a}_{cm} = \frac{\sum m d\vec{v}}{M dt} = \frac{\sum m \vec{a}}{M} \quad ; \quad \vec{v}_{cm} = \frac{\sum m \vec{v}}{M}$$

$$M \vec{a}_{cm} = \sum m \frac{d\vec{v}}{dt}$$

$$M \vec{a}_{cm} = \sum m \vec{a}$$

$$\vec{F}_{cm} = \sum \vec{F}$$

∴ แรงที่กระทำของจุดศูนย์กลางมวลจะเท่ากับแรงลัพธ์ที่กระทำกับวัตถุ

โมเมนตัมและการชน (Momentum and Collisions)

Problem 6.76 Challenge

ระบบอนุภาคซึ่งประกอบด้วยมวล 2.00 kg มีความเร็ว $2.00\hat{i} + 1.00\hat{j} \text{ m/s}$ และมวล 3.00 kg มีความเร็ว $2.00\hat{i} + 6.00\hat{j} \text{ m/s}$ จงหาความเร็วที่จุดศูนย์กลางมวลและโมเมนตัมรวมของระบบ?

Answer : $\vec{v}_{\text{cm}} = 2.00\hat{i} + 4.00\hat{j} \text{ m/s}$ and $\Sigma \vec{p} = 10.0\hat{i} + 20.0\hat{j} \text{ kg}\cdot\text{m/s}$

Problem 6.77 Challenge

เด็กสองคนนั่งนิ่งๆ อยู่ที่หัวเรือ และอีกคนนั่งนิ่งๆ อยู่ที่ท้ายเรือ ถ้าเรือลอยอยู่นิ่งๆ และบนเรือมีเพียงเด็กสองคนกับหนังสือฟิสิกส์ไว้อ่านแก้เบื่ออีกหนึ่งเล่ม โดยมีมวลทั้งหมดรวมกันเป็น 250 kg และหนังสือฟิสิกส์มีมวล 1.00 kg

- ขณะที่เด็กซึ่งอยู่หัวเรือโยนหนังสือฟิสิกส์ออกไปในแนวราบด้วยความเร็วขนาด 5.00 m/s ความเร็วของเรือจะเป็นอย่างไร?
- ในขณะที่เด็กซึ่งอยู่ท้ายเรือรับหนังสือฟิสิกส์จนหนังสืออยู่นิ่งพอดี ความเร็วของเรือจะเป็นอย่างไร?

Answer : a) ความเร็วขนาด 0.0201 m/s ในทิศจากท้ายเรือไปหัวเรือ
and b) เรือจะอยู่นิ่งๆ

Problem 6.78 Challenge

นักบินอวกาศมวล M แบกอุปกรณ์มวล m ติดออกมาเพื่อซ่อมสถานีอวกาศ แต่เกิดเหตุทำให้อุปกรณ์ที่รั้งนักบินอวกาศกับสถานีอวกาศได้หลุดออก จนทำให้นักบินอวกาศอยู่ห่างจากประตูเข้าสถานีอวกาศเป็นระยะ d และกำลังมีความเร็ว u ในทิศออกจากประตูเข้าสถานีอวกาศ แต่ด้วยการฝึกฝนมาอย่างดี นักบินอวกาศจึงปาอุปกรณ์มวล m ทิ้งไปด้วยความเร็ว u เทียบกับนักบินอวกาศ ในทิศออกจากประตูเข้าสถานีอวกาศ นักบินอวกาศจะใช้เวลาเท่าใดในการเคลื่อนที่เข้าสถานีอวกาศได้พอดี (สมมติให้สถานีอวกาศมีมวลมากกว่านักบินอวกาศมากๆ ตอนเริ่มต้นสถานีอวกาศอยู่นิ่งเมื่อเทียบกับนักบินอวกาศ และ $M > m$)?

Answer : ไม่มีทางที่นักบินอวกาศจะเข้ามาสู่สถานีอวกาศ

Problem 6.79 Challenge

มวล m สองก้อนเล็กมากๆ จนประมาณได้ว่าเป็นจุดอยู่ห่างกัน ℓ ผูกติดกันด้วยเชือกตึงมวลเบามากๆ เดิมอยู่นิ่ง ถ้ามีแรงขนาด F คงที่มาดึงตรงกลางเชือกในทิศตั้งฉากกับแนวยาวของเส้นเชือก โดยแรงดังกล่าวกระทำอย่างต่อเนื่องเป็นระยะ d จงหาขนาดความเร็วของมวลทั้งสอง?

$$\text{Answer : } \sqrt{\frac{F(2d - \ell)}{2m}}$$

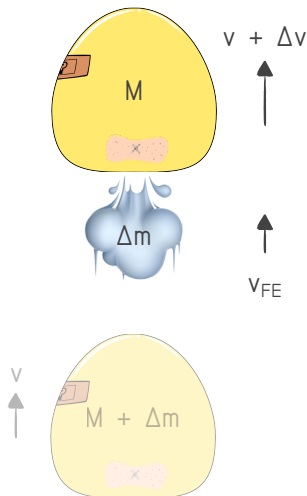
การขับเคลื่อนจรวด (Rocket Propulsion) [Additional]

กำหนดให้

$\vec{v}_{FE}$ คือ ความเร็วของเชื้อเพลิงเทียบกับโลก

$\vec{v}_{FR}$ คือ ความเร็วของเชื้อเพลิงเทียบกับจรวด ให้เท่ากับ μ

$\vec{v}_{RE}$ คือ ความเร็วของจรวดเทียบกับโลก ให้เท่ากับ $\vec{v}$



จากรูปด้านบน จะได้

$$\vec{v}_{FE} = \vec{v}_{FR} + \vec{v}_{RE}$$

$$\vec{v}_{FE} = (-\mu) + v \quad ; \text{ให้ทิศขึ้นเป็น } +$$

$$\vec{v}_{FE} = v - \mu$$

โมเมนตัมและการชน (Momentum and Collisions)

พิจารณาการอนุรักษ์โมเมนตัม

$$\begin{aligned}\text{จาก} \quad \Sigma \vec{p}_f &= \Sigma \vec{p}_i \\ M(v + \Delta v) + \Delta m(v - \mu) &= (M + \Delta m)v \\ Mv + M\Delta v + v\Delta m - \mu\Delta m &= Mv + v\Delta m \\ M\Delta v &= \mu\Delta m\end{aligned}$$

พิจารณาการเปลี่ยนแปลงทีละน้อยๆ จะได้

$$Mdv = \mu dm$$

เนื่องจากเชื้อเพลิง dm ที่ปล่อยออกมา จะเท่ากับมวลของจรวดที่ลดลง $-dM$

$$\begin{aligned}Mdv &= -\mu dM \\ \int dv &= -\mu \int \frac{1}{M} dM \\ v &= -\mu \ln M + C\end{aligned}$$

ถ้าตอนเริ่มต้นจรวดมีมวล M_0 และมีความเร็ว u

$$\text{จะได้} \quad u = -\mu \ln M_0 + C$$

$$C = u + \mu \ln M_0$$

$$\therefore \quad v = u + \mu \ln \frac{M_0}{M}$$

แรงขับเคลื่อนจรวด (Thrust)

$$|\vec{F}_{\text{Thrust}}| = M|\vec{a}| = M\left|\frac{d\vec{v}}{dt}\right| = M\left|\frac{\mu dm}{Mdt}\right| = \mu\left|\frac{-dM}{dt}\right| = \mu\left|\frac{dM}{dt}\right|$$

Problem 6.80 Challenge

ยานอวกาศกำลังเคลื่อนที่ออกจากฐานยิงบนผิวโลก โดยเชื้อเพลิงถูกเผาไหม้ด้วยอัตรา $1.50 \times 10^4 \text{ kg/s}$ และเชื้อเพลิงถูกปล่อยออกมาด้วยอัตราเร็ว $2.50 \times 10^4 \text{ m/s}$ จงหาขนาดความเร่งของยานอวกาศที่ยกตัวจากพื้นโลก ถ้ามวลเริ่มต้นของยานอวกาศเท่ากับ $3.00 \times 10^4 \text{ kg}$?

Answer : 12.5 km/s^2

Problem 6.81 Challenge

ยิงจรวดในอวกาศไปในแนวแกน x ด้วยความเร็วต้นเท่ากับ 0 และตำแหน่ง $x = 0$ ถ้ามวลของจรวดเป็นไปตามสมการ $M(t) = me^{-t}$ และจรวดขับเชื้อเพลิงออกไปด้วยความเร็วของเชื้อเพลิงเทียบกับจรวดเท่ากับ μ จงหาระยะทางของวัตถุที่เวลา t ใดๆ?

Answer : $\frac{\mu t^2}{2}$

โมเมนตัมและการชน (Momentum and Collisions)

