

ของแข็งและของไหล (Solids and Fluids)



รูปภาพจาก : www.pixabay.com

บทที่ 9 ของแข็งและของไหล

คำถามหนึ่งที่น่าสนใจเกี่ยวกับรูปร่างของวัตถุ คือ “วัตถุสามารถเปลี่ยนรูปร่างได้อย่างไร?” ในบทนี้จะอธิบายถึงปริมาณทางฟิสิกส์ที่ใช้อธิบายการเปลี่ยนรูปร่างของวัตถุ และอธิบายพฤติกรรมของของไหลซึ่งมีรูปร่างไม่คงตัว เพื่อขยายแนวคิดในการอธิบายการเคลื่อนที่ของวัตถุ

สถานะของสสาร (States of Matter)



สถานะของสสาร (States of Matter)

ของแข็ง (Solid) คือ สสารที่โมเลกุลมีแรงยึดเหนี่ยวกันมากพอที่จะทำให้สสารมีรูปร่าง (ไม่เปลี่ยนรูปร่างตามภาวะ) และปริมาตรที่แน่นอน

ของไหล (Fluid) คือ สสารที่โมเลกุลมีแรงยึดเหนี่ยวไม่มากพอที่จะทำให้สสารมีรูปร่างที่ไม่แน่นอน (เปลี่ยนรูปร่างตามภาวะ)

ของเหลว (Liquid) คือ ของไหลที่มีปริมาตรแน่นอน

แก๊ส (Gas) คือ ของไหลที่มีปริมาตรไม่แน่นอน

พลาสมา (Plasma) คือ แก๊สที่มีสภาพเป็นไอออน

ความหนาแน่น (Density ; ρ [kg/m³])

$$\rho = \frac{m}{V}$$

m คือ มวลของวัตถุ

V คือ ปริมาตรของวัตถุ

ความถ่วงจำเพาะ หรือความหนาแน่นสัมพัทธ์ (Specific Gravity or Relative Density ; SG [ไม่มีหน่วย]) คือ ความหนาแน่นของสสารเทียบกับความหนาแน่นของน้ำที่อุณหภูมิ 4 °C ที่ความดันบรรยากาศ

$$SG = \frac{\rho}{\rho_4}$$

ρ คือ ความหนาแน่นของวัตถุ

ρ_4 คือ ความหนาแน่นของน้ำที่อุณหภูมิ 4 °C ที่ความดันบรรยากาศ (1,000 kg/m³)

ของแข็งและของไหล (Solids and Fluids)

จากมุมมองข้างต้นในการแบ่งประเภทสสาร ทำให้เกิดปัญหาสำคัญที่ว่า “แมวเป็นของไหลหรือไม่?” เพื่อตอบปัญหาดังกล่าวอาจใช้แนวคิดของ Deborah Number (De) ในการอธิบายสถานะของสสาร ดังนี้

$$De = \frac{\tau}{T}$$

τ คือ ช่วงเวลาในการเปลี่ยนรูปร่างตามภาวะ (Relaxation Time)

T คือ ช่วงเวลาที่ใช้ในการพิจารณา

โดย $De \gg 1$ ตีความได้ว่าเป็นของแข็ง และ $De \ll 1$ ตีความได้ว่าเป็นของไหล

โดยปกติแมวจะใช้เวลาประมาณ 1 s จนถึง 1 min ในการเปลี่ยนรูปร่างตามภาวะ ดังนั้นเมื่อเทียบกับช่วง T น้อยๆ จะได้ $De \gg 1$ นั่นคือ แมวมีสถานะเป็นของแข็ง และเมื่อพิจารณาในช่วงเวลา T มากๆ จะได้ $De \ll 1$ นั่นคือ แมวมีสถานะเป็นของไหล

ในระดับช่วงเวลากติในชีวิตประจำวันของมนุษย์ (ระดับชั่วโมง) จึงพอจะสรุปได้ว่าแมวมีสถานะเป็นของไหล ($De \ll 1$) แต่ยังคงต้องพิจารณาในประเด็นอื่นๆ ต่อไปอีก เช่น Reynolds-Weissenberg Number ซึ่งเป็นเลขที่แสดงถึงความสม่ำเสมอของของไหล เนื่องจากแมวมีจิตสำนึก ในหลายครั้งแมวมีการหมุนตัวเอง และเปลี่ยนรูปร่างตัวเองโดยไม่ต้องมีพลังงานภายนอกมากระตุ้น ทำให้การคำนวณ Relaxation Time ไม่ใช่เรื่องง่าย

จากหลักการเดียวกันเมื่อพิจารณาธารน้ำแข็งแบบไทม์แลปส์ (Timelapse) เป็นเวลายาวนานหลายปี จะเห็นภาพธารน้ำแข็งไหลลงมาจากภูเขาได้อย่างชัดเจน เห็นได้ว่าในช่วงเวลา T มากๆ ($De \ll 1$) ธารน้ำแข็งมีสถานะเป็นของไหลได้เช่นกัน



การเสียรูปของของแข็ง (The Deformation of Solids)

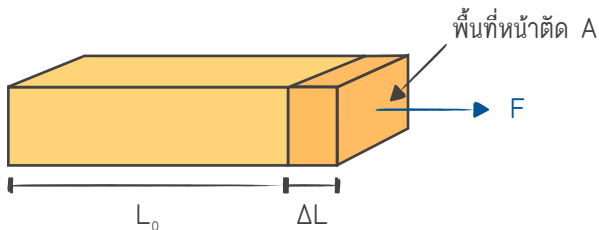


การเสียรูปของของแข็ง (The Deformation of Solids)

สภาพยืดหยุ่น (Elasticity) คือ สมบัติของวัสดุที่มีการเปลี่ยนแปลงรูปร่างเมื่อมีแรงมากระทำและสามารถคืนตัวกลับสู่รูปร่างเดิมเมื่อหยุดออกแรงกระทำ

สภาพพลาสติก (Plasticity) คือ กรณีที่วัสดุเปลี่ยนรูปร่างไปอย่างถาวร โดยผิววัสดุไม่มีการฉีกขาดหรือแตกหัก

ความเค้น (Stress ; σ [Pa, N/m², kg/m·s²])



$$\sigma = \frac{|F_{\perp}|}{A}$$

$|F_{\perp}|$ คือ ขนาดของแรงซึ่งตั้งฉากกับระนาบพื้นที่หน้าตัด A

A คือ ขนาดพื้นที่หน้าตัดที่แรง F มากระทำ

ความเครียด (Strain ; ϵ [ไม่มีหน่วย])

$$\epsilon = \frac{\Delta L}{L_0}$$

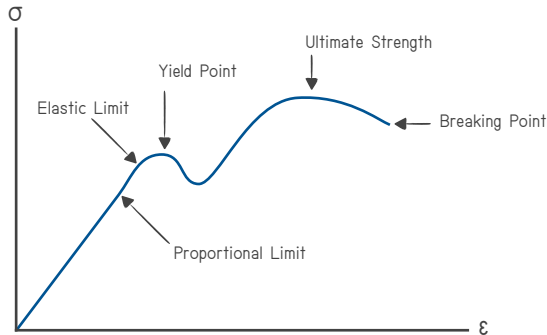
ΔL คือ ความยาวที่เปลี่ยนไปของวัตถุ (ตั้งฉากกับพื้นที่หน้าตัด)

L_0 คือ ความยาวเริ่มต้นของวัตถุก่อนมีแรงมากระทำ (ตั้งฉากกับพื้นที่หน้าตัด)

ของแข็งและของไหล (Solids and Fluids)

โมดูลัสของยัง (Young's Modulus ; Y [Pa, N/m², kg/m·s²])

$$Y = \frac{\sigma}{\epsilon}$$



ขีดจำกัดการแปรผันตรง (Proportionall Limit) คือ จุดสุดท้ายที่กราฟจะเป็นเส้นตรง โดยช่วงก่อนหน้านี้กราฟจะเป็นเส้นตรง และมีพฤติกรรมตามกฎของฮุก (Hook's Law)

ขีดจำกัดสภาพยืดหยุ่น (Elastic Limit) คือ จุดสุดท้ายที่วัตถุจะกลับมายาวเท่าเดิมได้เมื่อลดความเค้นลง ซึ่งเป็นจุดที่บอกถึงความเค้นสูงสุดที่ไม่ทำให้วัตถุเปลี่ยนรูปไปอย่างถาวร

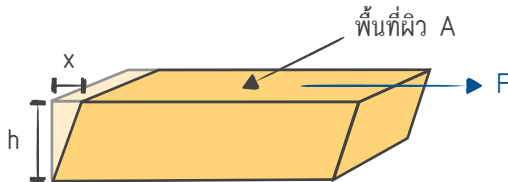
จุดคราก (Yield Point) คือ เป็นจุดที่แบ่งระหว่างพฤติกรรมการคืนรูปกับการคงรูปในกรณีของโลหะจุดนี้ถูกใช้เป็นที่รับความเค้นได้สูงที่สุดโดยที่วัตถุไม่เกิดความเสียหาย แต่ในกรณีของพลาสติกวัตถุจะยืดออกอย่างถาวร ซึ่งการยืดออกนี้อาจทำให้พื้นที่หน้าตัดลดลงจนทำให้ค่าความเค้นเพิ่มขึ้นอย่างช้าๆ

ความแข็งแรงสูงสุด (Ultimate Strength) คือ จุดที่วัตถุทนต่อความเค้นได้สูงสุดก่อนที่จะเกิดการแตกหักหรือขาดออก

จุดแตกหัก (Breaking Point) คือ จุดที่วัตถุแตกหักหรือขาดออกจากกัน

ของแข็งและของไหล (Solids and Fluids)

ความเค้นเฉือน (Shear Stress ; τ [Pa, N/m², kg/m·s²])



$$\tau = \frac{||F||}{A}$$

τ คือ ความเค้นเฉือน

$||F||$ คือ ขนาดของแรงซึ่งขนานกับระนาบพื้นที่ผิว A

A คือ ขนาดพื้นที่ผิวที่แรง F มากระทำ

ความเครียดเฉือน (Shear Strain ; γ [ไม่มีหน่วย])

$$\gamma = \frac{x}{h}$$

γ คือ ความเครียดเฉือน

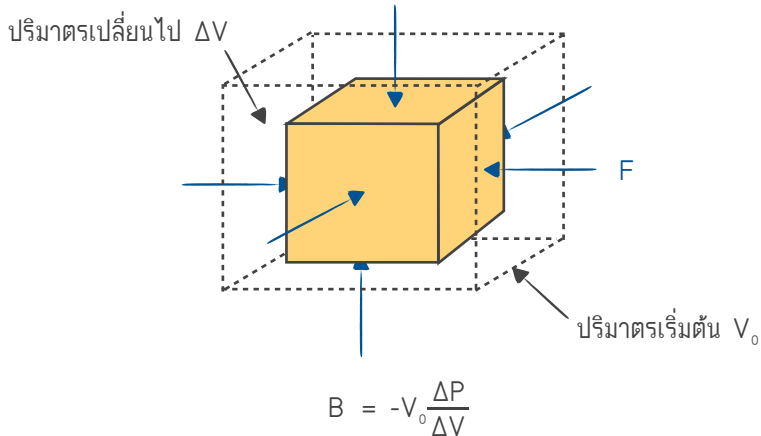
x คือ ระยะที่ผิว A เลื่อนไป

h คือ ระยะห่างระหว่างระนาบผิวสองด้าน

โมดูลัสเฉือน (Shear Modulus ; S [Pa, N/m², kg/m·s²])

$$S = \frac{\tau}{\gamma}$$

โมดูลัสเชิงปริมาตร (Bulk Modulus ; B [Pa, N/m², kg/m·s²])



ΔP คือ ความดันที่เปลี่ยนไปของวัตถุ

ΔV คือ ปริมาตรของวัตถุที่เปลี่ยนไป

V_0 คือ ปริมาตรเริ่มต้นของวัตถุ

ข้อสังเกต

ความเค้นเป็นผลที่เกิดจากแรงที่กระทำต่อวัตถุ

วัตถุที่ถูกแรงกระทำเกินขีดจำกัดสภาพยืดหยุ่น จะเสียรูปร่างอย่างถาวร

สภาพพลาสติกอาจเป็นสมบัติของวัสดุอื่นที่ไม่ทำมาจากพลาสติก

อัตราส่วนระหว่างความเค้นตามยาวกับความเครียดตามยาวของวัสดุมีค่าคงที่

ในช่วงไม่เกินขีดจำกัดการแปรผันตรง

วัสดุที่มีความเค้นที่ขีดจำกัดสภาพยืดหยุ่นสูงกว่าจะเปลี่ยนแปลงรูปร่างได้

ยากกว่า

วัสดุที่มีค่ามอดูลัสของยังมาก ต้องใช้แรงภายนอกขนาดมากกว่า เพื่อให้วัสดุเปลี่ยนรูปร่าง (วัสดุที่มีค่ามอดูลัสของยังสูงกว่าจะเปลี่ยนแปลงรูปร่างได้น้อยกว่า)

Problem 9.1

แขวนมวล M ไว้กับปลายเส้นลวด ทำให้เส้นลวดยืดออก 0.49% ของความยาวเดิม ถ้าเส้นลวดมีพื้นที่หน้าตัด 0.20 mm^2 และมีค่ามอดูลัสของยังส์เท่ากับ $2.0 \times 10^{11} \text{ N/m}^2$ มวล M จะมีค่าเท่าใด?

Answer : 20 kg

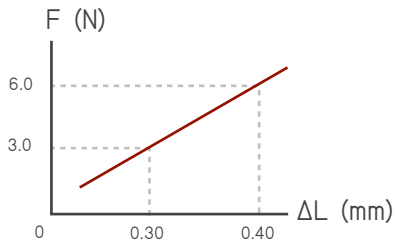
Problem 9.2

ลวดโลหะสองชนิด ยาวเท่ากัน มีพื้นที่หน้าตัด 0.10 และ 0.18 cm^2 ตามลำดับ เมื่อดึงลวดสองชนิดด้วยแรงเท่ากัน ลวดจะยืดออกเท่ากับ 0.30 และ 0.20 cm ตามลำดับ จงหาค่าอัตราส่วนของมอดูลัสของลวดเส้นที่หนึ่งต่อลวดเส้นที่สอง?

Answer : $\frac{6}{5}$

Problem 9.3

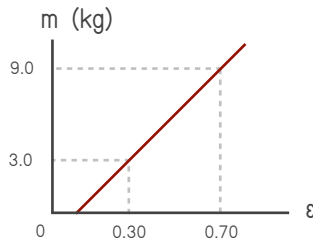
จากการทดลองความเค้นและความเครียดตามยาวของเส้นลวด โดยเส้นลวดมีความยาวเริ่มต้น 1.0 m และมีพื้นที่หน้าตัด $6.0 \times 10^{-8} \text{ m}^2$ มีความสัมพันธ์ระหว่างแรงที่ใช้ดึง (F) กับความยาวของเส้นลวดที่เปลี่ยนไป (ΔL) ดังรูปด้านล่าง ค่ามอดูลัสของยังส์ของเส้นลวดดังกล่าวเป็นเท่าใด?



Answer : $5.0 \times 10^{11} \text{ N/m}^2$

Problem 9.4

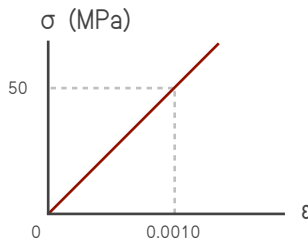
ลวดโลหะพื้นที่หน้าตัด $1.0 \times 10^{-4} \text{ m}^2$ ถ่วงด้วยตุ้มน้ำหนัก มีความสัมพันธ์ระหว่างมวลของตุ้มน้ำหนัก (m) กับความเครียดที่เกิดขึ้นกับเส้นลวด (ϵ) ดังรูปด้านล่าง ค่ามอดูลัสของยังส์ของเส้นลวดดังกล่าวเป็นเท่าใด?



Answer : $1.5 \times 10^6 \text{ N/m}^2$

Problem 9.5

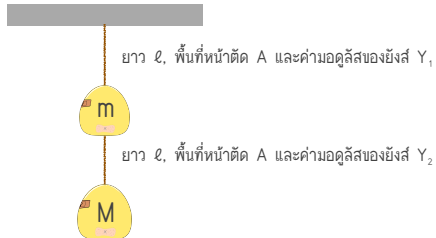
ลวดโลหะยาว 1.0 m เส้นผ่านศูนย์กลาง 0.10 cm มีความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นที่เกิดขึ้นกับเส้นลวด (σ) กับความเครียดที่เกิดขึ้นกับเส้นลวด (ϵ) ดังรูปด้านล่าง ถ้าใช้ลวดดังกล่าวยกน้ำหนัก 1,000 N ลวดจะยืดออกเท่าใด?



Answer : 2.5 cm

Problem 9.6

จากรูปด้านล่าง มวล M เป็นเท่าใด ลวดทั้งสองจึงจะยืดออกเท่ากัน



$$\text{Answer : } \frac{mY_2}{Y_1 - Y_2}$$

Problem 9.7

ลวดโลหะชนิดหนึ่งมีค่ามอดูลัสของยังส์เท่ากับ $2 \times 10^{10} \text{ N/m}^2$ มีค่าความเค้นที่จุดคราก (Yield Point) เท่ากับ $3 \times 10^9 \text{ N/m}^2$ ถ้าลวดโลหื่อดังกล่าวยาว 10 m และมีพื้นที่หน้าตัด 10 mm^2 จะต้องแขวนมวลเท่าใด เพื่อให้ลวดโลหื่อดังกล่าวยืดออกจนมีความยาว 12 m?

Answer : ลวดโลหะจะขาดก่อนที่จะยาวถึง 12 m

Problem 9.8

ลวดเส้นหนึ่งประกอบด้วยส่วนที่เป็นเหล็กและทองแดงต่อกัน มีพื้นที่หน้าตัดเท่ากับ 0.25 cm^2 และมีความยาวรวมทั้งหมด 3.0 m เมื่อดึงลวดนี้ด้วยแรง $10,000 \text{ N}$ ทำให้ลวดยาวกว่าเดิม 0.80 cm จงหาความยาวเดิมของลวดในส่วนของเหล็ก เมื่อค่ามอดูลัสของยังส์ของเหล็กเท่ากับ $2.0 \times 10^{11} \text{ N/m}^2$ และของทองแดงเท่ากับ $1.2 \times 10^{11} \text{ N/m}^2$?

ของแข็งและของไหล (Solids and Fluids)

Answer : 1.5 m

Problem 9.9

ลวดเส้นหนึ่งมีค่าความเค้นที่จุดคราก (Yield Point) เท่ากับ $2.0 \times 10^9 \text{ N/m}^2$ และมีพื้นที่หน้าตัด $1.5 \times 10^{-4} \text{ m}^2$ จะใช้ลวดดังกล่าวดึงมวล 2,000 kg ขึ้นในแนวดิ่งด้วยความเร่งสูงสุดเท่าใด เพื่อให้ลวดดังกล่าวยังไม่เกิดความเสียหาย?

Answer : 5.2 m/s²

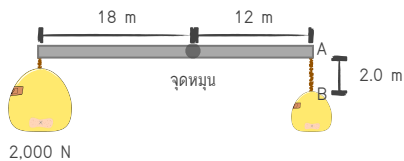
Problem 9.10

ลวดโลหะยาว 2.00 m พื้นที่หน้าตัด 0.0500 cm^2 มีค่ามอดูลัสของยังส์เท่ากับ $2.00 \times 10^{11} \text{ N/m}^2$ ถ้านำลวดดังกล่าวดึงมวล 1,000 kg จากหยุดนิ่งให้เคลื่อนที่ขึ้นในแนวดิ่งด้วยความเร่งคงที่เป็นระยะทาง 10.0 m ภายในเวลา 2.00 s ลวดดังกล่าวจะยืดออกเท่าใด?

Answer : 2.96 cm

Problem 9.11

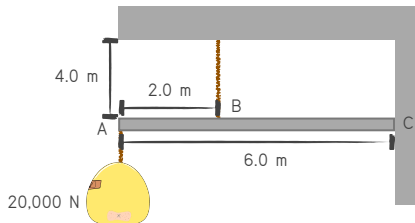
คันรับน้ำหนักดังรูปด้านล่าง เส้นลวด AB ยาว 2.0 m พื้นที่หน้าตัด 0.30 cm^2 และมีความอดุลย์ของยังส์เท่ากับ $2.00 \times 10^{11} \text{ N/m}^2$ ถ้าคันเบาและอยู่ในแนวระดับพอดี ลวด AB จะยืดออกเท่าใด?



Answer : 1.0 mm

Problem 9.12

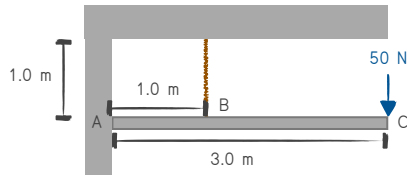
จากรูปด้านล่าง ถ้าคานเบา และลวดที่ผูกระหว่างคานกับเพดานมีความยาว 4.0 m พื้นที่หน้าตัด 0.50 cm^2 และมีค่ามอดูลัสของยังส์เท่ากับ $2.00 \times 10^{11} \text{ N/m}^2$ ลวดดังกล่าวจะยืดออกเท่าใด?



Answer : 1.2 cm

Problem 9.13

จากรูปด้านล่าง ถ้าคานเบา และลวดที่ผูกกระหว่างคานกับเพดานมีความยาว 1.0 m พื้นที่หน้าตัด 0.50 mm^2 และมีค่ามอดูลัสของยังส์เท่ากับ $2.00 \times 10^{11} \text{ N/m}^2$ ปลายที่จุด C จะต่ำกว่าแนวระดับประมาณเท่าใด?



ของแข็งและของไหล (Solids and Fluids)

Answer : 4.5 mm

Problem 9.14

ลวดเส้นหนึ่งอยู่ภายใต้ความเค้น σ และความเครียด ϵ งานที่เกิดขึ้นในหนึ่งหน่วยปริมาตรเป็นเท่าใด?

Answer : $\frac{1}{2}\sigma\epsilon$

Problem 9.15

เส้นลวดยาว L พื้นที่หน้าตัด A มีค่ามอดูลัสของยังเท่ากับ Y วางตัวอยู่ในแนวดิ่ง และมีมวล M ติดอยู่ที่ปลายด้านหนึ่งของลวดดังกล่าว ถ้าดึงมวล M ในแนวดิ่งให้เส้นลวดยืดออกเล็กน้อย มวล M จะสั่นด้วยคาบเท่าใด?

$$\text{Answer : } 2\pi\sqrt{\frac{ML}{YA}}$$

Problem 9.16

ลวดเส้นยาว 5.0 m พื้นที่หน้าตัด 0.50 mm^2 และมีค่ามอดูลัสของยังเท่ากับ $2.00 \times 10^{11} \text{ N/m}^2$ ที่ปลายเส้นลวดห้อยมวล 2.0 kg ในแนวดิ่ง ถ้าดึงมวลดังกล่าวลงเล็กน้อยแล้วปล่อยให้เกิดการสั่นแบบฮาร์มอนิกอย่างง่าย คาบการสั่นจะเป็นเท่าใด?

$$\text{Answer : } 0.063 \text{ s}$$

ความดัน (Pressure)



ความดัน (Pressure)

ความดัน (Pressure ; P [Pa, N/m², kg/m·s²])

$$P = \frac{|F_{\perp}|}{A}$$

$|F_{\perp}|$ คือ ขนาดของแรงซึ่งตั้งฉากกับระนาบพื้นที่หน้าตัด A

A คือ ขนาดพื้นที่หน้าตัดที่แรง F มากระทำ

ข้อสังเกต

แรงดันของของเหลวเป็นแรงที่ของเหลวกระทำต่อทุกผิวที่สัมผัสกับของเหลว

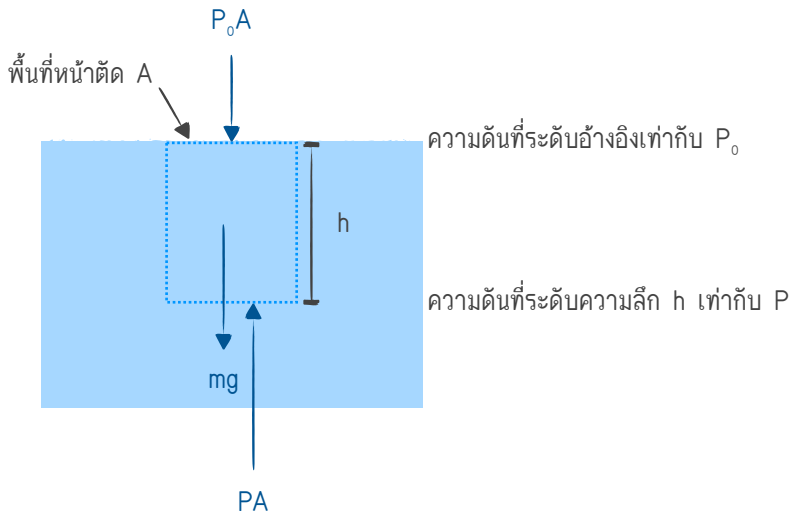
Problem 9.17

รัศมีของโลกประมาณ 6.37×10^6 m (ประมาณว่าโลกเป็นทรงกลม) มีความดันที่ผิวโลกประมาณ 1.013×10^5 Pa บรรยากาศโลกจะมีมวลประมาณเท่าใด?

Answer : 5.27×10^{18} kg

ของแข็งและของไหล (Solids and Fluids)

พิจารณาส่วนเล็กๆ ของของไหลมวล m ซึ่งอยู่นิ่ง และมีความหนาแน่นคงใน
ทุกจุดคงที่ ขนาด ρ ดังรูปด้านล่าง



จาก $\Sigma \vec{F} = m\vec{a}$

$$P A - P_0 A - mg = m(0)$$

$$P A - P_0 A - \rho V g = 0$$

$$P A - P_0 A - \rho(hA)g = 0$$

$$P - P_0 - \rho g h = 0$$

$$P = P_0 + \rho g h$$

$\therefore$ Absolute Pressure = Atmospheric Pressure + Gauge Pressure

$$P = P_0 + P_g$$



ความดันที่ระดับความลึก

$$P = P_0 + P_g$$

P คือ ความดันสมบูรณ์ (Absolute Pressure)

P_0 คือ ความดันบรรยากาศ (Atmospheric Pressure)

$$1 \text{ atm} \approx 1.013 \times 10^5 \text{ Pa}$$

P_g คือ ความดันเกจ (Gauge Pressure)

$$P_g = \rho gh \quad \rightarrow \quad P = P_0 + \rho gh$$

ρ คือ ความหนาแน่นของของไหลซึ่งคงที่

g คือ ค่าความเร่งเนื่องจากแรงดึงดูด

h คือ ระดับความลึกเทียบกับจุดอ้างอิง

จากสมการด้านบนนั้น ค่า P_0 , ρ และ g เป็นค่าคงที่ ดังนั้นที่ระดับความลึก (h) เท่ากัน ของไหลจะมีความดัน (P) เท่ากัน

Problem 9.18

ต้องใช้ความดันอย่างน้อยเท่าใด สำหรับส่งน้ำขึ้นไประดับ 30.0 m (เมื่อประมาณได้ว่าท่อมีพื้นที่หน้าตัดสม่ำเสมอ และน้ำมีความหนาแน่น $1,000 \text{ kg/m}^3$)

Answer : 294 kPa

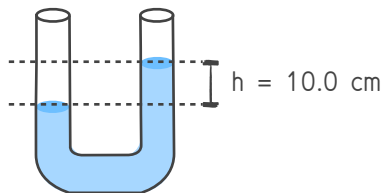
Problem 9.19

หน้าปัดนาฬิกาพื้นที่ 0.003 m^2 จมลงใต้ระดับน้ำซึ่งลึก 3.00 m ถ้าความดันที่ผิวน้ำประมาณ $1.013 \times 10^5 \text{ Pa}$ และน้ำมีความหนาแน่น $1,000 \text{ kg/m}^3$ หน้าปัดนาฬิกาจะได้รับแรงดันขนาดเท่าใด?

Answer : 0.4 kN

Problem 9.20

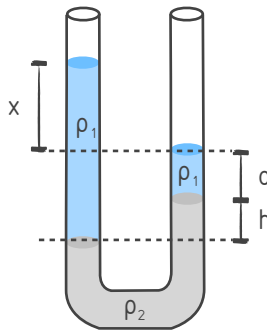
ท่อรูปตัวยู ถูกบรรจุด้วยน้ำความหนาแน่น $1,000 \text{ kg/m}^3$ เกิดความแตกต่างของระดับความสูง 10.0 cm ดังรูปด้านล่าง จงหาผลต่างความดันที่ปลายทั้งสองของท่อรูปตัวยูดังกล่าว?



Answer : 980 Pa

Problem 9.21

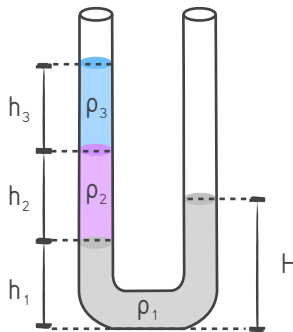
ท่อรูปตัวยูพื้นที่หน้าตัดคงที่ ใส่ของเหลวความหนาแน่น ρ_1 และ ρ_2 ดังรูปด้านล่าง จงหาความสูง x ?



Answer : $\frac{(\rho_2 - \rho_1)h}{\rho_1}$

Problem 9.22

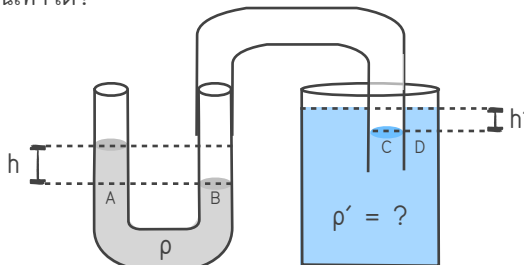
ท่อรูปตัวยูพื้นที่หน้าตัดคงที่ ใส่ของเหลวความหนาแน่น ρ_1 , ρ_2 และ ρ_3 ดังรูปด้านล่าง จงหา ρ_3 ในรูปของ ρ_1 , ρ_2 , H , h_1 , h_2 และ h_3 ?



$$\text{Answer : } \frac{\rho_1(H - h_1) - \rho_2 h_2}{h_3}$$

Problem 9.23

ท่อรูปตัวยูต่อเข้ากับท่อทรงกระบอก ดังรูปด้านล่าง ความหนาแน่นของของเหลวในท่อทรงกระบอกเป็นเท่าใด?

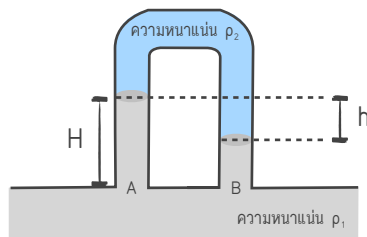


ของแข็งและของไหล (Solids and Fluids)

$$\text{Answer : } \frac{\rho h}{h'}$$

Problem 9.24

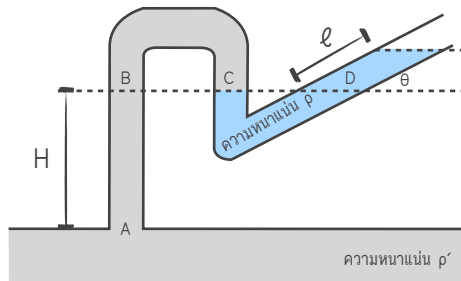
จากดังรูปด้านล่าง จงหาผลต่างความดันระหว่างจุด A กับจุด B?



$$\text{Answer : } (\rho_1 - \rho_2)gh$$

Problem 9.25

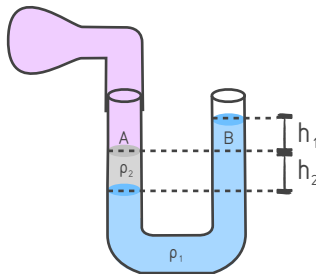
มาโนมิเตอร์สำหรับวัดความดันของเหลว ดังรูปด้านล่าง ความดันของของเหลวที่จุด A เป็นเท่าใด (กำหนดให้ความดันบรรยากาศ เท่ากับ P_0)?



Answer : $P_0 + \rho g \ell \sin \theta + \rho' g H$

Problem 9.26

ท่อรูปตัวยูต่อกับภาชนะบรรจุก๊าซ รูปด้านล่าง จงหาผลต่างความดันระหว่างจุด A กับจุด B?



ของแข็งและของไหล (Solids and Fluids)

$$\text{Answer : } (\rho_1 - \rho_2)gh_2$$

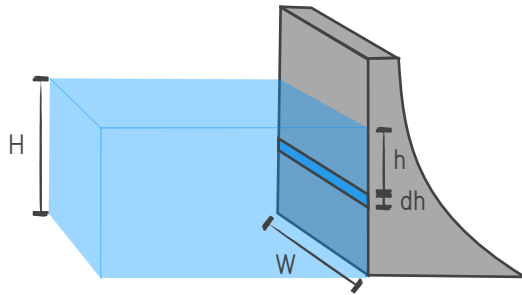
Problem 9.27

ท่อรูปตัวยูซึ่งมีพื้นที่หน้าตัดคงที่ บรรจุของเหลวความหนาแน่น ρ เป็นลึมายาว ℓ เมื่อออกแรงกดของไหลดังกล่าวเล็กน้อย จะทำให้ผิวของไหลสั่นแบบฮาร์มอนิกอย่างง่าย ด้วยคาบการสั่นเท่าใด?

$$\text{Answer : } \pi\sqrt{\frac{2\ell}{g}}$$

ของแข็งและของไหล (Solids and Fluids)

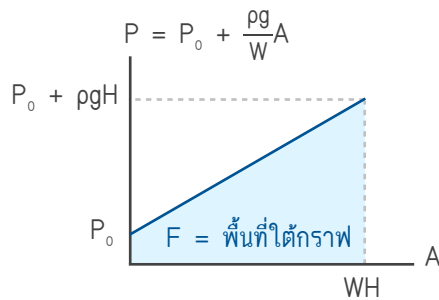
พิจารณาเขื่อนกว้าง W มีระดับน้ำในเขื่อนสูง H ดังรูปด้านล่าง



พิจารณาแรงดันที่กระทำกับเขื่อนทางฝั่งที่มีน้ำ

จาก $P = P_0 + \rho gh$

$$P = P_0 + \rho g\left(\frac{A}{W}\right)$$



จาก $P = \frac{F_1}{A}$

$$F_1 = PA$$

$$F_1 = \text{พื้นที่ใต้กราฟ } F, A$$

$$F_1 = \frac{1}{2}(P_0 + P_0 + \rho gH)(WH) = P_0WH + \frac{1}{2}\rho gWH^2$$

ของแข็งและของไหล (Solids and Fluids)

พิจารณาแรงดันที่กระทำกับเขื่อนทางฝั่งที่ไม่มีน้ำ

จาก $P = P_0$

$$\frac{F_2}{A} = P_0$$

$$F_2 = P_0 A = P_0 WH$$

พิจารณาขนาดแรงลัพธ์เนื่องจากความดันที่กระทำกับเขื่อน

จะได้

$$|F| = F_1 - F_2$$

$$|F| = P_0 WH + \frac{1}{2} \rho g WH^2 - P_0 WH$$

$$|F| = \frac{1}{2} \rho g WH^2$$

$$|F| = \left(\frac{1}{2} \rho g H\right) WH$$

$$|F| = P_{av} A$$



แรงดันที่กระทำกับเขื่อน

$$|F| = P_{av} A = \frac{1}{2} \rho g WH^2$$

$|F|$ คือ ขนาดแรงลัพธ์เนื่องจากความดันที่กระทำกับเขื่อน

P_{av} คือ ความดันเฉลี่ยที่กระทำต่อเขื่อน

A คือ พื้นที่ของเขื่อนที่สัมผัสกับน้ำ

ρ คือ ความหนาแน่นของของไหลซึ่งคงที่

g คือ ค่าความเร่งเนื่องจากแรงดึงดูด

W คือ ความกว้างของเขื่อน

H คือ ความสูงของระดับน้ำในเขื่อน

Problem 9.28

ถ้าระดับน้ำในสระว่ายน้ำรูปสี่เหลี่ยมเพิ่มเป็น 2 เท้า แรงทั้งหมดที่กระทำต่อด้านข้างของสระว่ายน้ำจะเป็นกี่เท่าของค่าเดิม?

Answer : 4

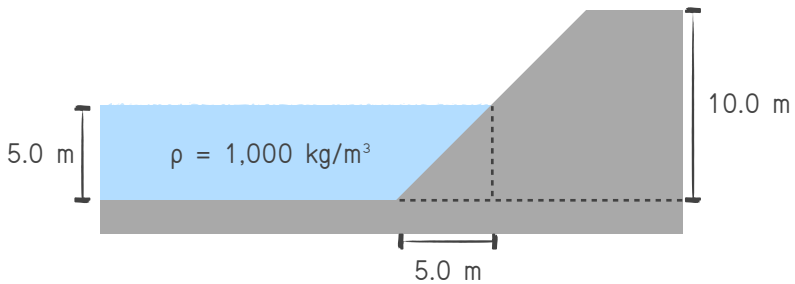
Problem 9.29

เขื่อนยาว 102 m สูง 50 m สามารถรับแรงดันได้สูงสุด 2.0×10^8 N เขื่อนดังกล่าวจะรองรับระดับน้ำได้สูงสุดเท่าใด (กำหนดให้น้ำมีความหนาแน่น $1,000 \text{ kg/m}^3$)?

Answer : 20 m

Problem 9.30

จากรูปด้านล่าง ถ้าอ่างเก็บน้ำกว้าง 100 m และความหนาแน่นของน้ำเท่ากับ $1,000 \text{ kg/m}^3$ จงหาขนาดแรงดันของน้ำที่กระทำกับผนังอ่างเก็บน้ำดังกล่าว?



Answer : 17 MN

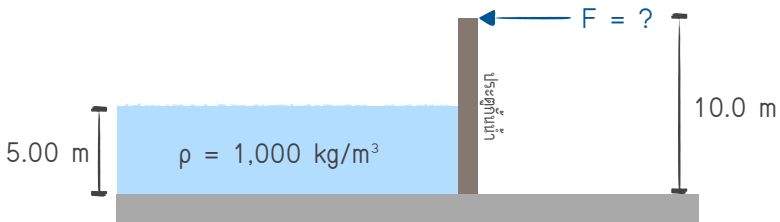
Problem 9.31

ความดันอากาศที่ผิวน้ำเท่ากับ 1.013×10^5 Pa และน้ำในเขื่อนมีความหนาแน่นเท่ากับ $1,000 \text{ kg/m}^3$ ถ้าผนังเขื่อนเอียงทำมุม 45° กับแนวระดับ ที่ระดับความลึก 100 m จากผิวน้ำ แรงลัพธ์ในแนวดิ่งจากที่กระทำกับผนังเขื่อนดังกล่าวในพื้นที่ 1 ตารางเมตร มีขนาดเท่าใด?

Answer : 1.08 MN

Problem 9.32

ประตูกันน้ำยาว 2.00 m สูง 10.0 m ตั้งรูปด้านล่าง ถ้าน้ำมีความหนาแน่นเท่ากับ $1,000 \text{ kg/m}^3$ จงหาขนาดของแรง F ที่ทำให้ประตูกันน้ำอยู่ในสภาวะสมดุล?



ของแข็งและของไหล (Solids and Fluids)

Answer : 40.8 kN

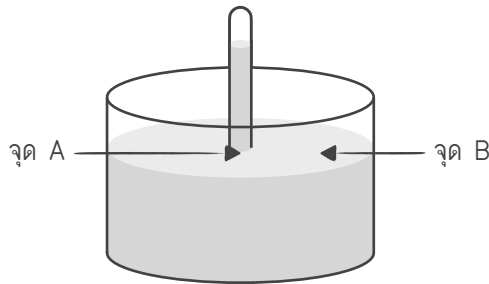
Problem 9.33

เชือกเส้นหนึ่งรับแรงได้สูงสุด 25 N นำมาผูกกับแผ่นโลหะบาง และเบามาก เพื่ออุดรูรั่วที่ก้นถังน้ำ โดยขนาดพื้นที่ของรูรั่วดังกล่าวเท่ากับ 0.010 m^2 จะสามารถใส่น้ำในถังดังกล่าวได้สูงเท่าใด (กำหนดให้น้ำมีความหนาแน่น $1,000 \text{ kg/m}^3$)?

Answer : 26 cm

บารอมิเตอร์ (Barometer)

บารอมิเตอร์ (Barometer) คือ อุปกรณ์วัดความดันวัดความดันอากาศ โดยใช้แรงเนื่องจากความดันของอากาศจะลดลงไปที่ปรอทบริเวณรอบแท่งแก้ว (ณ จุด B) ส่งผลให้ปรอทถูกดันเข้าไปในแท่งแก้วซึ่งภายในแท่งแก้วเป็นสุญญากาศ (ความดันภายในแท่งแก้วเป็นศูนย์) ดังรูปด้านล่าง



พิจารณาการเท่ากันของความดันที่จุด A และ B เนื่องจากอยู่ในระดับเดียวกัน

จาก

$$P_A = P_B$$

$$0 + \rho gh = P_0$$

$$h = \frac{P_0}{\rho g}$$

$$h = \frac{1.013 \times 10^5 \text{ Pa}}{(13.6 \times 10^3 \text{ kg/m}^3)(9.80 \text{ m/s}^2)}$$

$$h = 760 \text{ mm}$$

ของแข็งและของไหล (Solids and Fluids)

แอนนิรอยด์บาร์อมิเตอร์ (Aneroid Barometer) คือ อุปกรณ์วัดความดัน โดยอาศัยการอัดตัวของความดันจากภายนอก ทำให้แคปซูลซึ่งประกอบด้วยแผ่นไดอะแฟรม (Diaphragm Plate) สองแผ่นประกบกันเกิดการยุบตัวส่งแรงผ่านแผ่นสปริงบาง โดยเข็มชี้ค่าจะเลื่อนเปลี่ยนตำแหน่งตามความดันบรรยากาศขณะวัด

มาโนมิเตอร์ (Manometer) คือ อุปกรณ์วัดความดัน โดยอาศัยการเปรียบเทียบความต่างของระดับความสูงของของเหลวภายในหลอดแก้วสองข้างกับความดันที่รู้ค่า มีหลายรูปแบบ ได้แก่

มาโนมิเตอร์รูปตัวยู (U-Type Manometer)

มาโนมิเตอร์แบบหลอดเดี่ยว (Well-Type Manometer)

มาโนมิเตอร์แบบหลอดเอียง (Incline Manometer, Draft Gauge)



บาร์อมิเตอร์ (Barometer)

$$P_0 = \rho gh$$

P_0 คือ ความดันอากาศ

ρ คือ ความหนาแน่นของปรอท

g คือ ค่าความเร่งเนื่องจากแรงดึงดูด

h คือ ความสูงของระดับปรอทในแท่งแก้วเทียบกับระดับปรอทนอกแท่งแก้ว

ข้อสังเกต

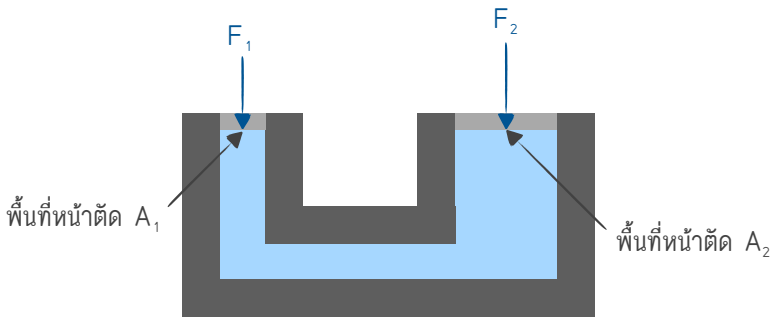
ทุกๆ ระดับความดัน 1 atm ระดับปรอทจะสูงขึ้น 760 mm

อุปกรณ์ที่ใช้วัดความดันสามารถใช้ของเหลวอื่นและวิธีอื่นๆ ในการวัดความดันนอกจากการใช้ปรอทได้

หลักของปาสคัล (Pascal's Principle)



หลักของปาสคัล (Pascal's Principle)



พิจารณาระบบของไหลซึ่งอยู่นิ่ง ดังนี้ ที่ระดับเดียวกันของไหลจะมีความดันเท่ากัน จะได้

$$P_1 = P_2$$

$$\frac{F_1}{A_1} = \frac{F_2}{A_2}$$

∴ หลักของปาสคัล (Pascal's Principle) : การเปลี่ยนแปลงความดันในของไหลจะส่งไปยังทุกจุดในของไหลรวมถึงผนังของภาชนะของไหลนั้น



Problem 9.34

แม่แรงยกน้ำหนักเครื่องหนึ่ง เมื่อออกแรง F กดที่ลูกสูบเล็ก ลูกสูบใหญ่จะยกน้ำหนักได้ W ถ้าต้องการให้แม่แรงดังกล่าวยกน้ำหนักได้เป็น 4 เท่า โดยที่ออกแรงเท่าเดิม ขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางของลูกสูบเล็กจะเป็นกี่เท่าของขนาดเดิม?

Answer : $\frac{1}{2}$

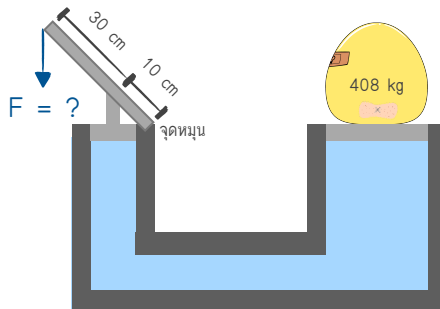
Problem 9.35

เครื่องไฮดรอลิกสองเครื่อง ลูกสูบเล็กของเครื่องที่หนึ่งมีขนาดเป็นสองเท่าของลูกสูบเล็กของเครื่องที่สอง และลูกสูบใหญ่ของเครื่องที่สองมีขนาดเป็นสองเท่าของลูกสูบใหญ่ของเครื่องที่หนึ่ง เมื่อออกแรงเท่ากันในการกดลูกสูบเล็กของทั้งสองเครื่อง ปรากฏว่าเครื่องที่หนึ่งยกน้ำหนักได้ $1,000\text{ N}$ จงหาว่าเครื่องที่สองจะยกน้ำหนักได้เท่าใด?

Answer : $4,000\text{ N}$

Problem 9.36

จากรูปด้านล่าง เครื่องไฮดรอลิกมีพื้นที่ลูกสูบใหญ่เป็น 25 เท่าของพื้นที่ลูกสูบเล็ก ถ้าต้องการยกมวล 408 kg จะต้องออกแรง F เท่าใด?



Answer : 40 N

Problem 9.37

ถ้าต้องให้น้ำซึ่งมีความหนาแน่น $1,000 \text{ kg/m}^3$ ในกระบอกลูกสูบพื้นที่หน้าตัด 200 m^2 สูงขึ้นจากเดิม 10.0 cm จะต้องแรงเพิ่มบนลูกสูบเล็ก ซึ่งมีเส้นผ่านศูนย์กลาง 7.00 cm ขนาดเท่าใด?

Answer : 3.77 N

Problem 9.38

เครื่องไฮดรอลิกลูกสูบใหญ่เส้นผ่านศูนย์กลาง D เมื่อออกแรงดันลูกสูบเล็ก ทำให้ลูกสูบเล็กทำงาน W ส่งผลให้ลูกสูบใหญ่ยกวัตถุขึ้นไปได้สูง h ความดันที่ลูกสูบเล็กเป็นเท่าใด?

Answer : $\frac{4W}{\pi D^2 h}$

Problem 9.39

ในการทดลองหาค่าคงที่ของสปริง โดยใช้เครื่องไฮดรอลิกลูกสูบใหญ่มีพื้นที่หน้าตัดเท่ากับ A และลูกสูบเล็กมีพื้นที่หน้าตัดเท่ากับ a เมื่อวางวัตถุมวล m ไว้บนลูกสูบเล็ก ทำให้สปริงซึ่งติดกับลูกสูบใหญ่หดตัวเป็นระยะ h ค่าคงที่ของสปริงดังกล่าวเป็นเท่าใด?

$$\text{Answer : } \frac{mgA}{ah}$$

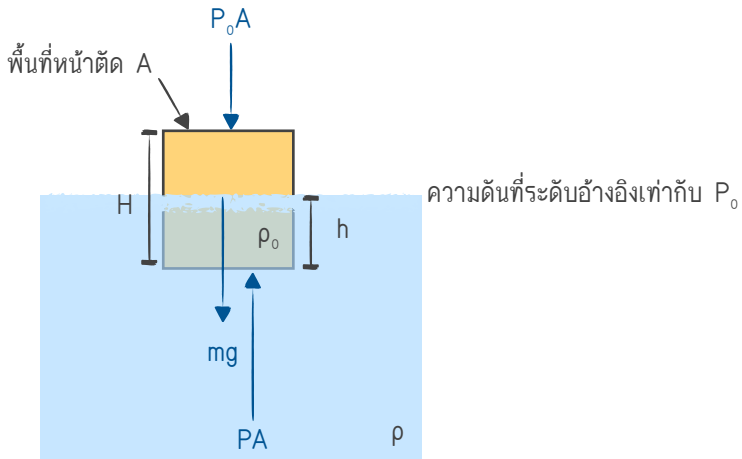
Problem 9.40

เครื่องไฮดรอลิกลูกสูบใหญ่มีพื้นที่หน้าตัดเท่ากับ A และลูกสูบเล็กมีพื้นที่หน้าตัดเท่ากับ a นำสปริงค่าคงที่ k มายึดติดกับลูกสูบเล็ก เมื่อวางมวล m บนลูกสูบใหญ่ สปริงดังกล่าวจะหดเป็นระยะเท่าใด?

$$\text{Answer : } \frac{mga}{kA}$$

แรงพยุงและหลักการของอาร์คิมิดีส (Buoyant Forces and Archimedes's Principle)

พิจารณาวัตถุมวล m ความหนาแน่น ρ_0 มีพื้นที่หน้าตัด A สูง H และมีปริมาตร $V_0 = AH$ ลอยอยู่นิ่งๆ ในของไหลความหนาแน่น ρ โดยมีส่วนที่จมจมน้ำลงไปเป็นระยะ h และมีปริมาตรส่วนที่จม $V = Ah$ ดังรูปด้านล่าง



พิจารณาผลต่างเนื่องจากแรงดัน

จะได้

$$F_B = PA - P_0 A$$

$$F_B = (P_0 + \rho gh - P_0)A$$

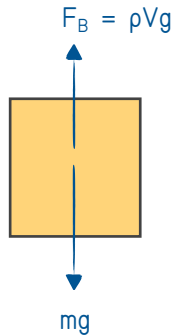
$$F_B = \rho ghA$$

$$F_B = \rho Vg$$

$$F_B = \text{น้ำหนักของของไหลที่ถูกแทนที่ด้วยวัตถุ}$$

ของแข็งและของไหล (Solids and Fluids)

ดังนั้นที่สามารถเขียน F.B.D. ได้ดังนี้



แรงลอยตัว (Buoyant Forces)

หลักของอาร์คิมิดีส (Archimedes's Principle) : “ขนาดของแรงลอยตัวเท่ากับน้ำหนักของของไหลที่ถูกแทนที่ด้วยวัตถุ”

แรงลอยตัว (Buoyant Forces : $\vec{F}_B$ [N, kg·m/s²])

$$\vec{F}_B = -\rho V \vec{g}$$

ρ คือ ความหนาแน่นของของไหลที่ถูกวัตถุเข้าไปแทนที่

V คือ ปริมาตรของของไหลที่ถูกวัตถุเข้าไปแทนที่

g คือ ความเร่งเนื่องจากแรงดึงดูด (เครื่องหมายลบบอกว่าแรงลอยตัวมีทิศทางตรงข้ามกับ $\vec{g}$)

ข้อสังเกต

วัตถุถูกแรงพยุงของเหลวกระทำทุกตำแหน่งที่วัตถุนั้นอยู่ในของเหลว

Problem 9.41

ทรงกระบอกยาว 5.00 cm มีความหนาแน่นเป็น 0.750 เท่าของความหนาแน่นน้ำ เมื่อนำทรงกระบอกดังกล่าวไปวางบนน้ำ ทรงกระบอกจะจมลึกเท่าใด?

Answer : 3.75 cm

Problem 9.42

ต้องใช้แรง 35.0 N เพื่อกดวัตถุปริมาตร 5.00 L จมจนมิดน้ำพอดี และต้องใช้แรง 20.0 N เพื่อกดวัตถุดังกล่าวให้จมจนมิดของเหลวชนิดหนึ่งพอดี ของเหลวดังกล่าวมีความหนาแน่นเป็นเท่าใด (กำหนดให้น้ำมีความหนาแน่น $1,000 \text{ kg/m}^3$)?

ของแข็งและของไหล (Solids and Fluids)

Answer : 694 kg/m^3 **Problem 9.43**

แท่งไม้ทรงลูกบาศก์ปริมาตร 1.0 m^3 ลอยนิ่งในน้ำความหนาแน่น $1,000 \text{ kg/m}^3$ ถ้าออกแรงกด 2.0 kN ปรากฏว่าผิวบนของแท่งไม้อยู่สูงจากผิวน้ำ 20 cm ความถ่วงจำเพาะของแท่งไม้ดังกล่าวเป็นเท่าใด?

Answer : 0.6

Problem 9.44

ภูเขาน้ำแข็งความหนาแน่น 917 kg/m^3 ลอยนิ่งอยู่ในน้ำทะเลซึ่งมีความหนาแน่น $1,030 \text{ kg/m}^3$ ปริมาตรของภูเขาน้ำแข็งจะจมอยู่ในน้ำทะเลคิดเป็นกี่เปอร์เซ็นต์ของปริมาตรของภูเขาน้ำแข็งทั้งหมด?

Answer : 89.0%

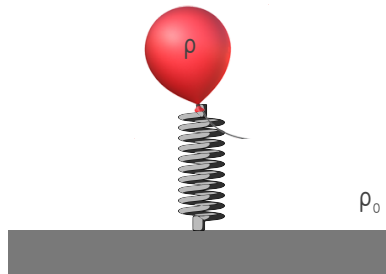
Problem 9.45

บอลลูนมวล 8.00 kg ปริมาตร 0.0600 m^3 ผูกกับเชือกเบายึดไว้กับก้นสระน้ำ ทำให้ลูกบอลลูนจมอยู่ในน้ำทั้งลูก ถ้าน้ำมีความหนาแน่น $1,000 \text{ kg/m}^3$ แรงดึงในเส้นเชือกจะมีขนาดเท่าใด?

Answer : 510 N

Problem 9.46

สปริงเบามากๆ มีค่าคงที่ k วางตามแนวดิ่ง ผูกติดกับลูกโป่งซึ่งบางและเบามากๆ มีปริมาตร V และภายในลูกโป่งบรรจุแก๊สฮีเลียมไว้เต็มปริมาตรลูกโป่ง ดังรูปด้านล่าง จงหาระยะยืดของสปริงดังกล่าว (กำหนดให้ความหนาแน่นของอากาศ เท่ากับ ρ_0 และความหนาแน่นของฮีเลียม เท่ากับ ρ)?



Answer : $\frac{(\rho_0 - \rho)Vg}{k}$

Problem 9.47

ของเหลวความหนาแน่น $\rho_1 = 1,000 \text{ kg/m}^3$ ผสมเข้ากับของเหลวความหนาแน่น $\rho_2 = 1,500 \text{ kg/m}^3$ ในอัตราส่วน 4:1 โดยปริมาตร เมื่อวางวัตถุเล็กๆ ไว้ในของเหลวที่ผสมกัน ปรากฏว่าวัตถุลอยนิ่งอยู่ในของได้เหลวดังกล่าว ความหนาแน่นของวัตถุเป็นเท่าใด?

Answer : $1,100 \text{ kg/m}^3$

Problem 9.48

วัตถุทรงกลมกลวง มีรัศมีภายใน r และรัศมีภายนอก R จมอยู่ในของเหลวความหนาแน่น ρ ถ้าวัตถุดังกล่าวจมไปครึ่งทรงกลมพอดี

- จงหาความหนาแน่นของวัตถุ?
- ต้องออกแรงกดขนาดเท่าใด วัตถุจึงจะจมทั้งทรงกลมพอดี?

ของแข็งและของไหล (Solids and Fluids)

Answer : a) $\frac{\rho R^3}{2(R^3 - r^3)}$ and b) $\frac{2}{3}\pi R^3 \rho g$

Problem 9.49

ชั่งน้ำหนักวัตถุด้วยเครื่องชั่งสปริงสองครั้ง ครั้งแรกชั่งในอากาศอ่านค่าได้ W_1 ครั้งที่สองชั่งน้ำหนักวัตถุในน้ำโดยวัตถุจมน้ำทั้งหมด อ่านค่าได้ W_2 ถ้าความหนาแน่นของน้ำเท่ากับ ρ จงหาปริมาตรและความหนาแน่นของวัตถุดังกล่าว?

$$\text{Answer : } \frac{\rho W_1}{W_1 - W_2}$$

Problem 9.50

วัตถุปริมาตร V นำมาถ่วงในของเหลวความหนาแน่น ρ แต่ไม่แตะพื้นภาชนะ เนื่องจากวัตถุถูกเชือกดึงไว้ ถ้าภาชนะดังกล่าววางอยู่บนตาชั่ง ตาชั่งดังกล่าวจะวัดน้ำหนักได้เพิ่มขึ้นหรือลงจากเดิมซึ่งไม่มีวัตถุมาถ่วง เป็นเท่าใด?

Answer : ตาชั่งวัดน้ำหนักได้เพิ่มขึ้น $\rho V g$

Problem 9.51

วัตถุทรงลูกบาศก์จมในของเหลวความหนาแน่น ρ_1 เป็นอัตราส่วนหนึ่งในสี่ของปริมาตรทั้งหมด ถ้าเติมของเหลวความหนาแน่น ρ_2 ให้ท่วมวัตถุพอดี โดยที่ $\rho_1 > 4\rho_2$ วัตถุดังกล่าวจะจมอยู่ในของเหลวความหนาแน่น ρ_1 เป็นอัตราส่วนเท่าใดของปริมาตรทั้งหมด?

$$\text{Answer : } \frac{\rho_1 - 4\rho_2}{4(\rho_1 - \rho_2)}$$

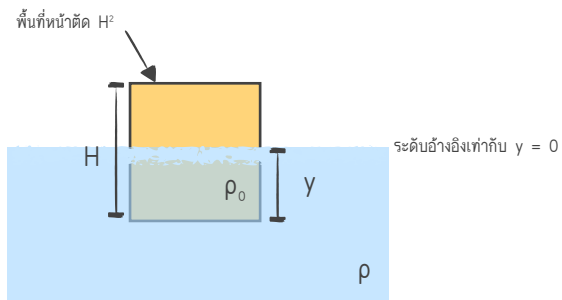
Problem 9.52

น้ำแข็งความหนาแน่นคงที่ทรงลูกบาศก์ยาวด้านละ h ลอยอยู่ในน้ำความหนาแน่น ρ ซึ่งอยู่ในภาวะทรงลูกบาศก์ยาวด้านละ H เมื่อสังเกตดูพบว่าน้ำแข็งมีส่วนที่ลอยพ้นผิวน้ำมาเพียง $0.1h$ และระดับน้ำต่อนั้นสูง $0.5H$ เมื่อน้ำแข็งละลายหมดระดับน้ำจะเปลี่ยนไปเท่าใด?

Answer : ระดับน้ำไม่เปลี่ยนแปลง

Problem 9.53 Challenge

กบฏวัตถุทรงลูกบาศก์ความหนาแน่น ρ_0 ยาวด้านละ H จมอยู่ในของเหลวความหนาแน่น ρ เป็นระยะ y โดยที่ $\rho > \rho_0$ ดังรูปด้านล่าง เมื่อปล่อยแรงที่กบฏวัตถุทำให้วัตถุดังกล่าวสั่นขึ้นลงแบบฮาร์มอนิกอย่างง่าย คาบการสั่นของวัตถุดังกล่าวเป็นเท่าใด?



ของแข็งและของไหล (Solids and Fluids)

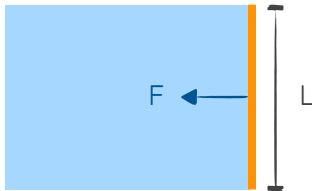
$$\text{Answer : } 2\pi\sqrt{\frac{\rho_0 H}{\rho g}}$$

ความตึงผิว (Surface Tension)



ความตึงผิว (Surface Tension)

แรงตึงผิว คือ แรงยึดเหนี่ยวระหว่างโมเลกุลที่ผิวของของเหลว มีทิศขนานกับผิวของของเหลว และตั้งฉากกับวัตถุที่ติดกับผิวของเหลว



ความตึงผิว (Surface Tension ; γ [N/m])

$$\gamma = \frac{F}{L}$$

F คือ ขนาดของแรงตึงผิว

L คือ ความยาวของวัตถุที่สัมผัสกับของเหลว

ข้อสังเกต

ขณะเส้นลวดหลุดจากผิวของเหลวจะมีผิวของเหลวที่ติดกับเส้นลวดสองผิว

ใบมีดโกนหรือเข็มที่ลอยอยู่บนผิวของเหลวด้วยแรงตึงผิว

เมื่อเทน้ำและปรอทออกจากหลอดทดลอง น้ำจะติดข้างแก้วมากกว่าเพราะน้ำมีแรงยึดติดกับหลอดแก้วมากกว่าปรอท



Problem 9.54

แผ่นโลหะวงกลมบางมากๆ เส้นผ่านศูนย์กลาง 7.00 cm ลอยอยู่บนผิวน้ำ ถ้าความตึงผิวของน้ำเท่ากับ 0.072 N/m แผ่นโลหะดังกล่าวมีมวลได้มากที่สุดเท่าใด?

Answer : 1.6 g

Problem 9.55

ลวดวงแหวนมวล m รัศมีด้านใน r และรัศมีด้านนอก R วางอยู่บนผิวของเหลวซึ่งมีความตึงผิว γ แรงที่ใช้ในการดึงลวดวงแหวนดังกล่าวให้ขึ้นในแนวดิ่งมีขนาดเท่าใด?

Answer : $mg + 2\pi\gamma(r + R)$

Problem 9.56

ลวดสี่เหลี่ยมจัตุรัสยาวด้านละ ℓ วางอยู่บนผิวของเหลว และแขวนอยู่กับปลายคาน ซึ่งห่างจากจุดหมุนเป็นระยะ x พบว่าเมื่อแขวนมวล m ที่ปลายอีกด้านหนึ่งของคาน ซึ่งห่างจากจุดหมุนเป็นระยะ $2x$ จะทำให้ลวดสี่เหลี่ยมจัตุรัสหลุดจากผิวของเหลวได้พอดี ถ้าคานดังกล่าวมีมวล M กระจายสม่ำเสมอ ความตึงผิวของของเหลวดังกล่าวเป็นเท่าใด?

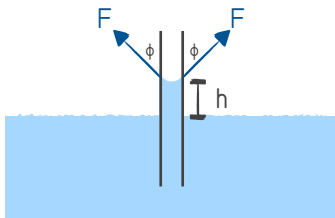
$$\text{Answer : } \frac{(4m + M)g}{16\ell}$$



ปรากฏการณ์แคพิลลารี (Capillary Effect)

ปรากฏการณ์แคพิลลารี คือ ปรากฏการณ์ที่ของเหลวเคลื่อนที่ไปตามช่องแคบเล็กๆ ซึ่งเกิดขึ้นจากแรงระหว่างโมเลกุลของของเหลว เรียกว่า “แรงเชื่อมแน่น (Cohesive Force)” และแรงระหว่างโมเลกุลของของเหลวกับวัตถุอื่น เรียกว่า “แรงยึดติด (Adhesive Force)”

กรณีแรงเชื่อมแน่น (Cohesive Force) น้อยกว่าแรงยึดติด (Adhesive Force)



$$\text{จาก } \Sigma F_y = 0$$

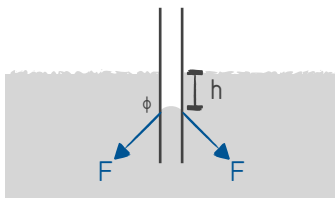
$$F \cos \phi = mg$$

$$(\gamma 2\pi r) \cos \phi = \rho V g$$

$$2\gamma \pi r \cos \phi = \rho (\pi r^2 h) g$$

$$h = \frac{2\gamma \cos \phi}{\rho g r}$$

กรณีแรงเชื่อมแน่น (Cohesive Force) มากกว่าแรงยึดติด (Adhesive Force)



$$\text{จาก } h = \frac{2\gamma \cos \phi}{\rho g r} < 0 \quad ; \quad \cos \phi < 0$$

ข้อสังเกต

เมื่อเทน้ำและปรอทออกจากหลอดทดลอง น้ำจะติดข้างแก้วมากกว่าเพราะน้ำมีแรงยึดติดกับหลอดแก้วมากกว่าปรอท

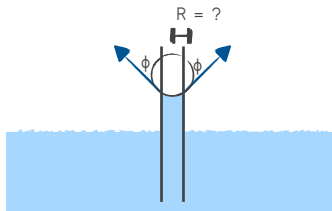
Problem 9.57

น้ำมันความหนาแน่น 900 kg/m^3 เมื่อจุ่มด้วยหลอดแก้วรัศมี 1.0 mm ปรากฏว่าน้ำมันเข้าไปในหลอดแก้วได้สูง 10.0 mm และมีมุมสัมผัสกับหลอดแก้วเท่ากับ 30° ค่าความตึงผิวของน้ำมันเป็นเท่าใด?

Answer : 0.051 N/m

Problem 9.58

นำหลอดแก้วรัศมี 0.5 mm จุ่มลงในน้ำความหนาแน่น $1,000 \text{ kg/m}^3$ ปรากฏว่าน้ำไหลขึ้นมาในหลอดแก้วสูงจากผิวน้ำด้านนอกหลอดแก้วเป็นระยะ 3.00 cm ถ้าความตึงผิวของน้ำเท่ากับ 0.072 N/m รัศมี R ของส่วนโค้งดังรูปด้านล่างเป็นเท่าใด?



ของแข็งและของไหล (Solids and Fluids)

Answer : 0.5 mm

การไหลของของไหลอุดมคติ (Ideal Fluid Flow)



สมบัติของของไหลในอุดมคติ

- 1) ของไหลไม่มีความหนืด (ละเลยแรงเสียดทานที่เกิดขึ้นกับของไหล)
- 2) ของไหลไหลอย่างต่อเนื่อง (ความเร็วในแต่ละจุดของของไหลไม่เปลี่ยนแปลง)
- 3) ของไหลมีความหนาแน่นคงที่ (ไม่ถูกบีบอัด)
- 4) ของไหลไม่มีการหมุนวน

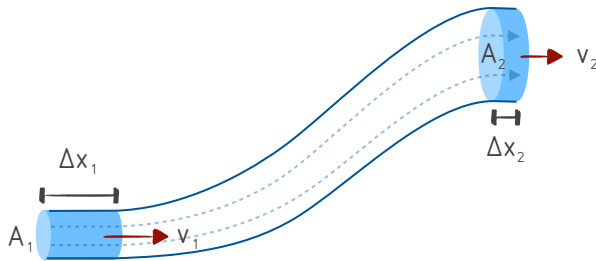
ข้อสังเกต

ของไหลอุดมคติเป็นการอธิบายพฤติกรรมของของไหลภายใต้เงื่อนไขเฉพาะเท่านั้น



สมการความต่อเนื่อง (Equation of Continuity)

พิจารณาของไหลในอุดมคติความหนาแน่น ρ มวลเล็กๆ m เคลื่อนที่จากพื้นที่หน้าตัด A_1 ไปยังพื้นที่หน้าตัด A_2 ดังรูปด้านล่าง



เนื่องเป็นมวล m เดียวกัน จะได้

$$m_1 = m_2$$

$$\rho \Delta V_1 = \rho \Delta V_2$$

$$\Delta V_1 = \Delta V_2$$

$$\frac{\Delta V_1}{\Delta t} = \frac{\Delta V_2}{\Delta t}$$

$$\frac{A_1 \Delta x_1}{\Delta t} = \frac{A_2 \Delta x_2}{\Delta t}$$

$$A_1 v_1 = A_2 v_2$$





สมการความต่อเนื่อง (Equation of Continuity)

อัตราการไหล (Flow rate : Q [m^3/s])

$$Q = \frac{\Delta V}{\Delta t} = Av$$

 ΔV คือ ปริมาตรที่เปลี่ยนไปในช่วงเวลา Δt Δt คือ ช่วงเวลา A คือ พื้นที่หน้าตัด v คือ อัตราเร็ว ณ พื้นที่หน้าตัด A

สมการความต่อเนื่อง (Equation of Continuity)

$$A_1 v_1 = A_2 v_2 = \text{คงที่}$$

 A_1 และ A_2 คือ พื้นที่หน้าตัดของของไหลในส่วนต่างๆ v_1 และ v_2 คือ อัตราเร็วของของไหล ณ พื้นที่หน้าตัด A_1 และ A_2 ตามลำดับ

Problem 9.59

น้ำในท่อเส้นผ่านศูนย์กลาง 8.0 cm มีอัตราเร็ว 5.0 m/s ถ้าท่อถูกบีบเล็กลงจนมีเส้นผ่านศูนย์กลางเท่ากับ 4.0 cm น้ำในท่อจะมีอัตราเร็วเท่าใด?

Answer : 20 m/s

Problem 9.60

น้ำไหลช้าๆ จนประมาณได้ว่าเป็นของไหลแบบอุดมคติ เมื่อน้ำดังกล่าวไหลผ่านพื้นที่หน้าตัดวงกลมรัศมี 2.00 cm มีอัตราเร็ว 1.00 cm/s จงหาอัตราการไหลเมื่อน้ำไหลผ่านพื้นที่หน้าตัดวงกลมรัศมี 1.00 cm?

Answer : 12.6 cm³/s

Problem 9.61

น้ำไหลลงมาตามแนวดิ่งจากปลายก๊อกน้ำซึ่งมีรัศมีเท่ากับ R ด้วยความเร็วต้นขนาด u ถ้าน้ำไหลแบบของไหลในอุดมคติ เมื่อน้ำไหลลงมาเป็นระยะ h ด้วยพื้นที่หน้าตัดแบบวงกลมตลอดการเคลื่อนที่ น้ำจะมีรัศมีเท่าใด?

$$\text{Answer : } \frac{R}{\left(1 + \frac{2gh}{u^2}\right)^{1/4}}$$

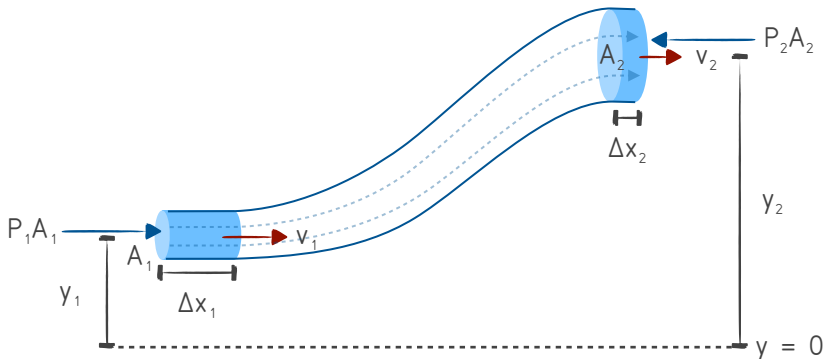
Problem 9.62

ท่อน้ำวางตัวตามแนวราบสูงจากพื้น 19.6 m ถ้าน้ำที่พุ่งออกจากปากท่อไปตกที่พื้น
ห่างจากท่อในแนวระดับเป็นระยะ 16.0 m ถ้าปลายท่อนี้มีรัศมีเป็นครึ่งหนึ่งของท่อ
ส่วนก่อนหน้า อัตราเร็วของน้ำในท่อในส่วนก่อนถึงปากท่อเป็นเท่าใด?

Answer : 2.00 m/s

สมการแบร์นูลลี (Bernoulli's Equation)

พิจารณาของไหลในอุดมคติความหนาแน่น ρ มวลเล็กๆ m เคลื่อนที่จากพื้นที่หน้าตัด A_1 ที่ระดับความสูง y_1 ด้วยอัตราเร็ว v_1 ไปยังพื้นที่หน้าตัด A_2 ที่ระดับความสูง y_2 และมีอัตราเร็วเปลี่ยนไปเป็น v_2 ดังรูปด้านล่าง



จาก

$$\Sigma W_{NC} = \Delta E$$

$$P_1 A_1 \Delta x_1 - P_2 A_2 \Delta x_2 = \left(\frac{1}{2} m v_2^2 + m g y_2 \right) - \left(\frac{1}{2} m v_1^2 + m g y_1 \right)$$

$$P_1 A_1 \Delta x_1 + \frac{1}{2} m v_1^2 + m g y_1 = P_2 A_2 \Delta x_2 + \frac{1}{2} m v_2^2 + m g y_2$$

$$P_1 V + \frac{1}{2} m v_1^2 + m g y_1 = P_2 V + \frac{1}{2} m v_2^2 + m g y_2$$

$$P_1 + \frac{1}{2} \frac{m}{V} v_1^2 + \frac{m}{V} g y_1 = P_2 + \frac{1}{2} \frac{m}{V} v_2^2 + \frac{m}{V} g y_2$$

$$P_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 + \rho g y_1 = P_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2 + \rho g y_2$$



สมการแบร์นูลลี (Bernoulli's Equation)

$$P_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 + pgy_1 = P_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 + pgy_2 = \text{คงที่}$$

ρ คือ ความหนาแน่นของของไหล

g คือ ขนาดความเร่งเนื่องจากแรงโน้มถ่วง

P_1 และ P_2 คือ ความดัน ณ บริเวณที่ 1 และ 2 ตามลำดับ

v_1 และ v_2 คือ อัตราเร็ว ณ บริเวณที่ 1 และ 2 ตามลำดับ

y_1 และ y_2 คือ ระดับความสูง ณ บริเวณที่ 1 และ 2 ตามลำดับ

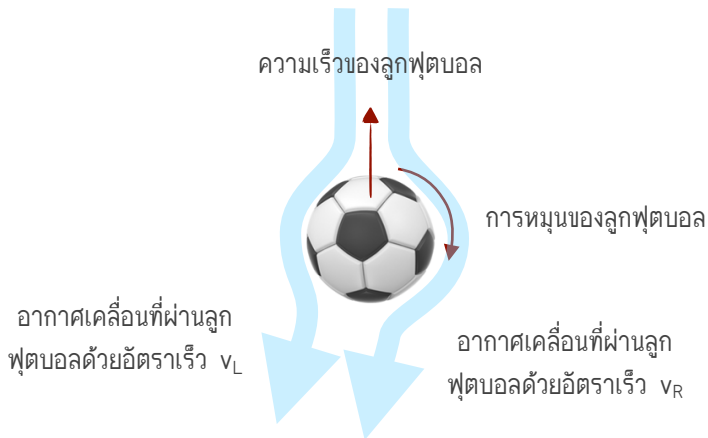
Problem 9.63

จงใช้สมการแบร์นูลลีอธิบายแรงยกของปีกเครื่องบินเนื่องจากผลต่างความดันอากาศเมื่อ Coanda Effect อธิบายว่าอัตราเร็วของอากาศด้านบนปีกเครื่องบินมีขนาดมากกว่าอัตราเร็วของอากาศใต้ปีกเครื่องบิน และประมาณว่าส่วนบนและส่วนล่างของปีกเครื่องบินอยู่ที่ระดับเดียวกัน?

Answer : เนื่องจากความดันใต้ปีกเครื่องบินมากกว่าความดันด้านบนปีกเครื่องบิน
จึงเกิดแรงยกของปีกเครื่องบิน

Problem 9.64

จงใช้สมการแบร์นูลลีอธิบายการเคลื่อนที่โค้งลูกฟุตบอลที่มีการหมุนพร้อมกับการเคลื่อนที่ดังรูปด้านล่าง (Hint : Coanda Effect อธิบายว่า $v_R > v_L$)?



Answer : เนื่องจากความดันทางด้านซ้ายของลูกฟุตบอลมากกว่าความดันทางขวาของลูกฟุตบอล ลูกฟุตบอลจึงเคลื่อนที่โค้งไปทางขวา

Problem 9.65

อัตราเร็วลมเหนือหลังคาบ้านเท่ากับ 30.0 m/s ถ้าหลังคาดังกล่าวมีพื้นที่ 225 m^2 อากาศมีความหนาแน่น 1.20 kg/m^3 และประมาณว่าอากาศอยู่นิ่งใต้หลังคา แรงยกที่กระทำกับหลังคาดังกล่าวเป็นเท่าใด?

Answer : 0.122 MN

Problem 9.66

ของไหลในอุดมคติไหลในท่อซึ่งมีพื้นที่หน้าตัดคงที่ ของไหลเคลื่อนที่ผ่านตำแหน่ง A ไปยังตำแหน่ง B และ C ตามลำดับ โดยที่ตำแหน่ง A อยู่สูงจากระดับอ้างอิง 1.0 m ของไหลมีอัตราเร็ว 5.0 m/s และมีความดัน $1.5 \times 10^5 \text{ Pa}$ ตำแหน่ง B อยู่สูงจากระดับอ้างอิง 2.0 m และตำแหน่ง C อยู่ที่ระดับอ้างอิง ถ้าของไหลดังกล่าวมีความหนาแน่น $1,000 \text{ kg/m}^3$ ความดันที่ตำแหน่ง C จะเป็นเท่าใด?

ของแข็งและของไหล (Solids and Fluids)

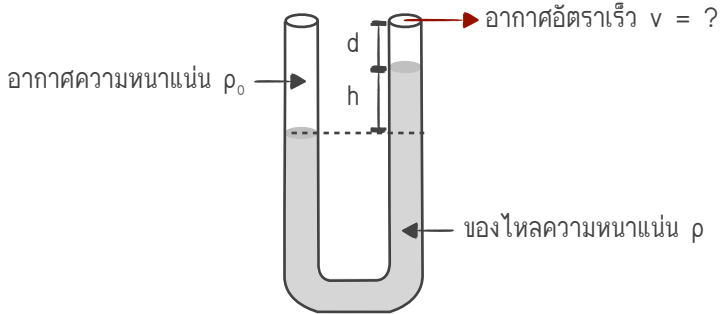
Answer : 1.6×10^5 Pa**Problem 9.67**

น้ำความหนาแน่น $1,000 \text{ kg/m}^3$ ซึ่งประมาณได้ว่าเป็นของไหลในอุดมคติ ไหลจากท่อเส้นผ่านศูนย์กลาง 10 cm ไปออกยังปลายท่อซึ่งมีเส้นผ่านศูนย์กลาง 5.0 cm ด้วยความเร็วขนาด 20 m/s ถ้าท่อดังกล่าววางตัวตามแนวระดับ และความดันอากาศเท่ากับ $1.0 \times 10^5 \text{ Pa}$ ความดันในบริเวณเส้นผ่านศูนย์กลาง 10 cm จะเป็นเท่าใด?

Answer : 2.9×10^5 Pa

Problem 9.68

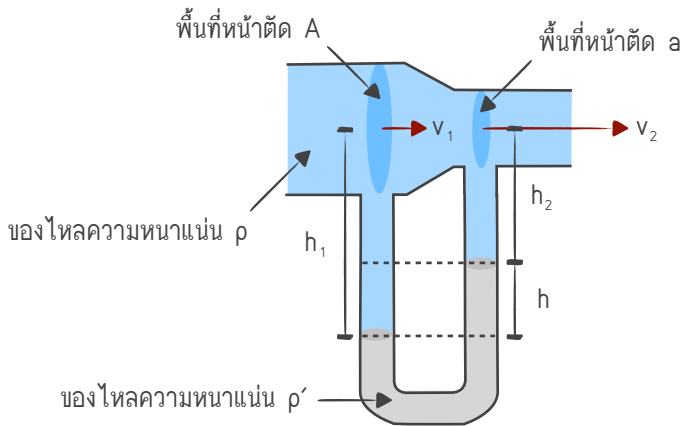
เมื่อลมพัดผ่านขนานเหนือปากท่อรูปตัวยูทางปากท่อด้านขวา ส่งผลให้ของไหลในท่อมียกระดับมีระดับต่างกัสดังรูปด้านล่าง จงหาอัตราเร็วของลมที่พัดผ่านปากท่อรูปตัวยู?



Answer : $\sqrt{2gh\left(\frac{\rho}{\rho_0} - 1\right)}$

Problem 9.69

การใช้ The Venturi Tube ในการหาความเร็วของของไหลดังรูปด้านล่าง
จงหาความเร็วของของไหล v_1 ในรูปของ ρ , ρ' , g , h , a และ A ?



ของแข็งและของไหล (Solids and Fluids)

Answer :
$$\sqrt{\frac{2gh\left(\frac{\rho'}{\rho} - 1\right)}{\left(\frac{A}{a}\right)^2 - 1}}$$

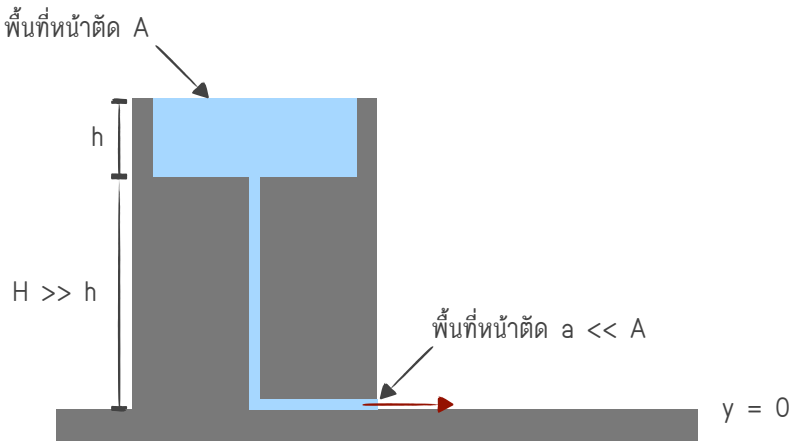
Problem 9.70

น้ำความหนาแน่น $1,000 \text{ kg/m}^3$ ไหลผ่าน The Venturi Tube ซึ่งวางตัวตามแนวระดับ โดยพื้นที่หน้าตัดใหญ่มีรัศมีเป็นสองเท่าของรัศมีพื้นที่หน้าตัดเล็ก ถ้าบริเวณทั้งสองมีความดันต่างกัน 1.2 kPa อัตราเร็วของน้ำในบริเวณพื้นที่หน้าตัดใหญ่เป็นเท่าใด?

Answer : 0.40 m/s

Problem 9.71 Challenge

ถังน้ำมีพื้นที่หน้าตัด A และมีระดับน้ำสูงจากกันถึง h เจาะรูที่ก้นถังเพื่อให้ น้ำ ไหล ลงมาตามท่อซึ่งมีพื้นที่หน้าตัด a โดยที่ a น้อยกว่า A มากๆ ถ้าปลายท่ออยู่ต่ำกว่ากันถึงเท่ากับ H โดย H มากกว่า h มากๆ ดังรูปด้านล่าง จงหาเวลาที่น้ำจะ ไหลหมดถึง?

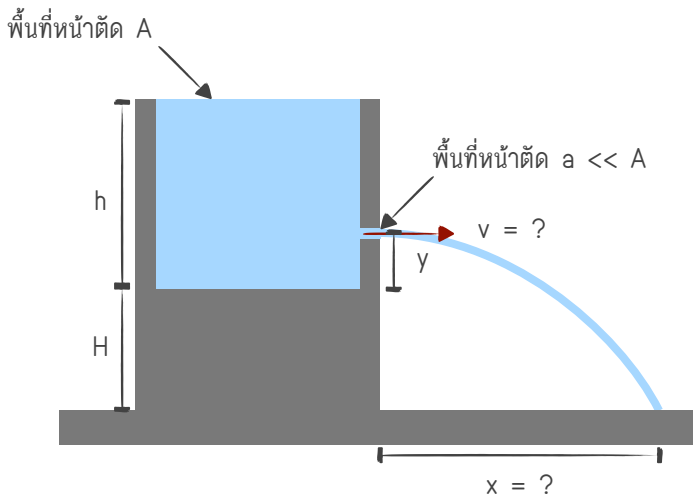


ของแข็งและของไหล (Solids and Fluids)

$$\text{Answer : } \frac{Ah}{a\sqrt{2gH}}$$

Problem 9.72 Challenge

ถังน้ำตัด A บรรจุของเหลวความหนาแน่น ρ โดยของเหลวอยู่สูงจากก้นถัง h และก้นถังอยู่สูงจากพื้น H ด้านข้างถังถูกเจาะรูเล็กๆ พื้นที่ a โดย a น้อยกว่า A มากๆ และรูดังกล่าวอยู่สูงจากก้นถังเป็นระยะ y ดังรูปด้านล่าง ถ้าความดันอากาศที่ปากถังและปากรูเล็กๆ ที่ถูกเจาะประมาณได้ว่าเท่ากัน จงหา



- อัตราเร็วของของเหลวที่พุ่งออกมาจากข้างถัง?
- ของเหลวจะพุ่งถึงพื้นเป็นระยะ x เท่าใด?
- ระยะ y ที่ทำให้ของไหลพุ่งออกไปได้ไกลที่สุด?

ของแข็งและของไหล (Solids and Fluids)

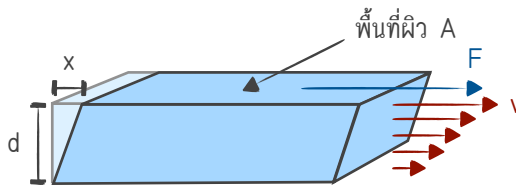
ของแข็งและของไหล (Solids and Fluids)

Answer : a) $\sqrt{2g(h-y)}$, b) $2\sqrt{(h-y)(H+y)}$ and c) $\frac{h-H}{2}$

ความหนืด (Viscosity)

แรงหนืด คือ แรงต้านการเคลื่อนที่ภายในของเหลว

ความหนืด (Viscosity ; η [N·s/m²])



$$\eta = \frac{\text{Shear Stress}}{\text{Shear Strain rate}}$$

$$\eta = \frac{Fd}{A\left(\frac{x}{t}\right)}$$

$$F = \frac{\eta Av}{d}$$

$$v = \frac{x}{t}$$

$\therefore$

$$\vec{F} = -\frac{\eta A \vec{v}}{d}$$

$\vec{F}$ คือ แรงหนืดที่กระทำกับของเหลว

A คือ ขนาดพื้นที่ผิวที่แรง $\vec{F}$ มากระทำ

$\vec{v}$ คือ ความเร็วของของเหลว

d คือ ระยะห่างระหว่างระนาบผิวของเหลวสองด้าน



ของแข็งและของไหล (Solids and Fluids)

กฎของปัวซอยล์ (Poiseuille's Law)

$$Q = \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{\pi r^4 (P_1 - P_2)}{8\eta L}$$

Q คือ อัตราการไหลของของเหลว

ΔV คือ ปริมาตรที่เปลี่ยนไปในช่วงเวลา Δt

Δt คือ ช่วงเวลา

r คือ รัศมีของท่อทรงกระบอก

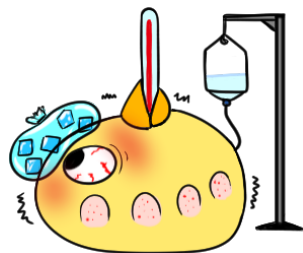
$P_1 - P_2$ คือ ผลต่างความดันของปลายท่อทรงกระบอก

η คือ ความหนืดของของเหลว

L คือ ความยาวของท่อทรงกระบอก

จากกฎของปัวซอยล์ (Poiseuille's Law) เห็นได้ว่าเมื่อความหนืดของของเหลวมีค่ามากขึ้น เพื่อต้องการให้อัตราการไหลของของเหลวมีขนาดคงตัว ความดันระหว่างปลายท่อจะต้องเพิ่มขึ้น ในกรณีที่เม็ดเลือดแดงสูงขึ้น ความหนืดของเลือดจะสูงขึ้น ดังนั้น เลือดที่มีความเข้มข้นของเม็ดเลือดแดงสูงต้องใช้แรงดันในการสูบฉีดจากหัวใจมากกว่าเลือดที่มีความเข้มข้นของเม็ดเลือดแดงต่ำกว่า

อีกหนึ่งประเด็นที่ควรให้ความสำคัญ คือ เมื่อหลอดเลือดเกิดการหดตัว (รัศมีของหลอดเลือดมีขนาดเล็กลง) หัวใจจะต้องทำงานหนักขึ้นเป็นอย่างมากในการเพิ่มความดันเพื่อรักษาอัตราการไหลของเลือด



ของแข็งและของไหล (Solids and Fluids)

ตัวเลขเรย์โนลด์ (Reynolds Number ; RN [[ไม่มีหน่วย]]) คือ เป็นเลขที่บอกถึงลักษณะการไหลของของไหลภายในท่อทรงกระบอก

$$RN = \frac{\rho v d}{\eta}$$

ρ คือ ความหนาแน่นของของไหล

v คือ อัตราเร็วเฉลี่ยของของไหล

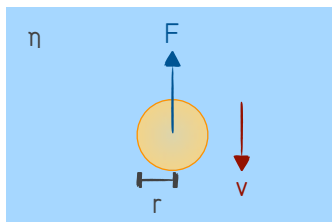
d คือ เส้นผ่านศูนย์กลางของท่อทรงกระบอก

η คือ ความหนืดของของไหล

เมื่อ $RN < 2,000$ การไหลของของไหลจะเป็นแบบแนวเส้นตรง (Laminar Flow)

$RN > 3,000$ การไหลของของไหลจะเป็นแบบหมุนวน (Turbulent Flow)

$2,000 \leq RN \leq 3,000$ การไหลของของไหลจะไม่เสถียร คือ ของไหลอาจจะแบบแนวเส้นตรงได้ แต่เมื่อโดนรบกวนเพียงเล็กน้อยจะเปลี่ยนไปเป็นการไหลแบบหมุนวน



ในกรณีวัตถุทรงกลมขนาดเล็กที่เคลื่อนที่ช้าๆ ผ่านของเหลวที่มีความหนืด η จะเกิดแรงหนืดกระทำกับวัตถุตามกฎของสโตก (Stokes's Law)

$$\vec{F}_V = -6\pi\eta r \vec{v}$$

$\vec{F}_V$ คือ แรงหนืดที่ของเหลวกระทำกับวัตถุทรงกลมขนาดเล็ก และมีอัตราเร็วไม่มาก

η คือ ความหนืดของของเหลว

r คือ รัศมีของวัตถุ

$\vec{v}$ คือ ความเร็วของวัตถุ



กฎของสโตก (Stokes's Law)

$$\vec{F}_V = -6\pi\eta r\vec{v}$$

$\vec{F}_V$ คือ แรงหนืดที่ของเหลวกระทำกับวัตถุทรงกลมขนาดเล็ก และมีอัตราเร็วไม่มาก

η คือ ความหนืดของของเหลว

r คือ รัศมีของวัตถุ

$\vec{v}$ คือ ความเร็วของวัตถุ

เครื่องหมาย - บอกว่าแรงหนืดที่กระทำกับวัตถุ ($\vec{F}_V$) มีทิศตรงข้ามกับความเร็วของวัตถุ ($\vec{v}$)

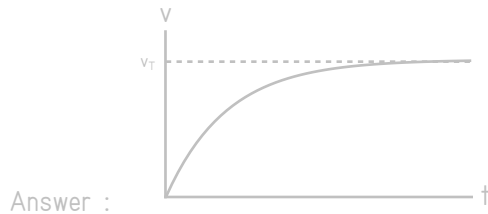
ข้อสังเกต

ความหนืดเป็นสมบัติของของเหลวทุกชนิด

Problem 9.73

เมื่อโลหะทรงกลมลงในของไหลซึ่งมีความหนืด กราฟอัตราเร็วกับเวลาของโลหะดังกล่าวจะเป็นอย่างไร?

ของแข็งและของไหล (Solids and Fluids)



Problem 9.74

วัตถุทรงกลมความหนาแน่น ρ_0 รัศมี r ตกลงในของเหลวความหนาแน่น ρ และมีความหนืดเท่ากับ η อัตราเร็วสุดท้าย (Terminal Speed) ของวัตถุดังกล่าวจะเป็นเท่าใด?

Answer :
$$\frac{2(\rho_0 - \rho)gr^2}{9\eta}$$

Problem 9.75

ในการทดลองหาความหนืดของของเหลวความหนาแน่นเท่ากับ $1,500 \text{ kg/m}^3$ ทำการปล่อยโลหะความหนาแน่นเท่ากับ $7,500 \text{ kg/m}^3$ และมีเส้นผ่านศูนย์กลางเท่ากับ 6.0 mm ลงในของเหลวดังกล่าว ซึ่งบรรจุอยู่ในทรงกระบอกเส้นผ่านศูนย์กลางเท่ากับ 10 cm ได้ผลการทดลองดังรูปด้านล่าง

ระดับความลึก (cm)	อัตราเร็ว (cm/s)
0	0
5.0	6.0
10.0	8.0
15.0	9.5
20.0	10.0
25.0	10.0
30.0	10.0

ความหนืดของของเหลวดังกล่าวเป็นเท่าใด?

ของแข็งและของไหล (Solids and Fluids)

Answer : 1.2 kg/m.s



ของแข็งและของไหล (Solids and Fluids)

