



รูปภาพจาก : www.pixabay.com

บทที่ 10 ความร้อนและแก๊ส

ในกรณีทั่วไตจะมีจำนวนมากจนยากที่จะนับ และมีการเคลื่อนที่แบบฟุ้งกระจาย ไม่มีเส้นทางที่แน่นอน เช่น แก๊สในอุดมคติ เป็นเรื่องยากมากๆ ที่จะอธิบายการเคลื่อนที่ด้วยวิธีการเดิมๆ ในบทนี้จะอธิบายถึงการใช้อุณหภูมิตามทฤษฎีและคณิตศาสตร์ด้านสถิติในเบื้องต้น เพื่ออธิบายการเคลื่อนที่ในรูปแบบดังกล่าว

อุณหภูมิ และกฎข้อศูนย์ของอุณหพลศาสตร์ (Temperature and The Zeroth Law of Thermodynamics)



นิยามศัพท์และกฎข้อศูนย์ของอุณหพลศาสตร์

การนำความร้อน (Thermally Conducting) คือ ระบบสองระบบซึ่งสามารถถ่ายโอนความร้อนระหว่างกันได้

ฉนวนความร้อน (Thermally Insulating) คือ ระบบสองระบบซึ่งไม่สามารถถ่ายโอนความร้อนระหว่างกันได้

อุณหภูมิ (Temperature) คือ ปริมาณทางฟิสิกส์ซึ่งบอกถึงสมดุลทางความร้อนระหว่างระบบสองระบบ

กฎข้อศูนย์ของอุณหพลศาสตร์ (Zeroth Law of Thermodynamics)

ถ้าวัตถุ A และ B ต่างอยู่ในสมดุลทางอุณหภูมิกับวัตถุ C แล้ววัตถุ A และ B จะอยู่ในสมดุลอุณหภูมิซึ่งกันและกัน

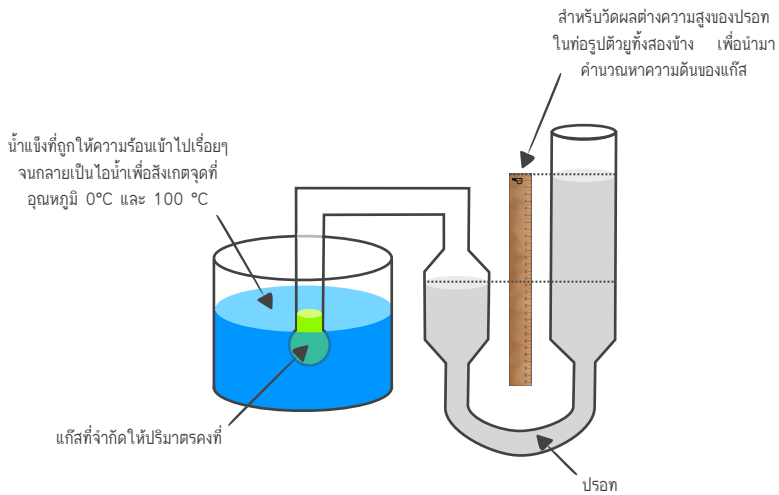
ระดับอุณหภูมิองศาเซลเซียส (The Celsius Temperature Scale : $^{\circ}\text{C}$)

อุณหภูมิ 0°C คือ อุณหภูมิที่น้ำและน้ำแข็งอยู่ในสมดุลของอุณหภูมิที่ ความดันบรรยากาศ

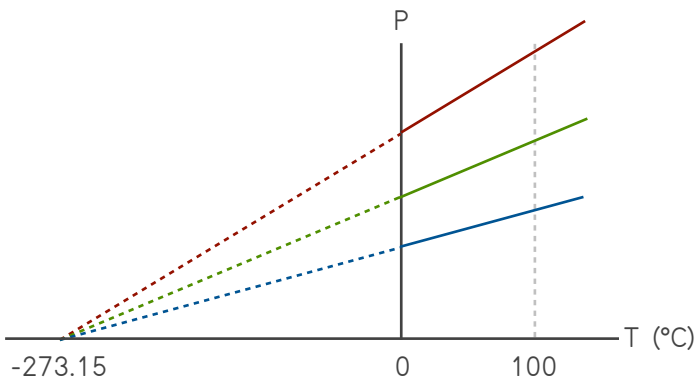
อุณหภูมิ 100°C คือ อุณหภูมิที่ไอน้ำและน้ำอยู่ในสมดุลของอุณหภูมิที่ ความดันบรรยากาศ



ความร้อนและแก๊ส (Heat and Gases)



จากการทดลองดังรูปด้านบน เราสามารถหาความดันของแก๊สที่อุณหภูมิ 0°C และ 100°C ได้เมื่อนำมาวาดกราฟระหว่างความดันกับอุณหภูมิในหน่วยองศาเซลเซียสและเปลี่ยนแก๊สเป็นชนิดต่างๆ จะได้ผลดังรูปด้านล่าง



ความร้อนและแก๊ส (Heat and Gases)

จากกราฟความดันกับอุณหภูมิในหน่วยองศาเซลเซียส เห็นได้ว่าทุกกราฟจะ มาตัดแกนนอน (ความดันเท่ากับศูนย์) ที่อุณหภูมิ -273.15°C ดังนั้น ในปี 1954 The International Committee on Weights and Measures ได้ตั้ง ให้ อุณหภูมิดังกล่าว คือ อุณหภูมิศูนย์องศาสัมบูรณ์ และใช้หน่วยของอุณหภูมิเป็น เคลวิน (K) โดยความกว้างของสเกลเท่ากับสเกลขององศาเซลเซียส



การแปลงอุณหภูมิ

แนวคิด คือ การเทียบอัตราส่วนโดยอ้างอิงจากตำแหน่งอุณหภูมิเดียวกัน เช่น จุดหลอมเหลวของน้ำ และจุดเดือดของน้ำ เป็นต้น

$$\frac{T_A - T_{A \text{ at } 0^{\circ}\text{C}}}{T_{A \text{ at } 100^{\circ}\text{C}} - T_{A \text{ at } 0^{\circ}\text{C}}} = \frac{T_B - T_{B \text{ at } 0^{\circ}\text{C}}}{T_{B \text{ at } 100^{\circ}\text{C}} - T_{B \text{ at } 0^{\circ}\text{C}}}$$

การแปลงอุณหภูมิระหว่างหน่วย K, $^{\circ}\text{C}$ and $^{\circ}\text{F}$

$$\frac{T_K - 273.15}{373.15 - 273.15} = \frac{T_{^{\circ}\text{C}} - 0}{100 - 0} = \frac{T_{^{\circ}\text{F}} - 32}{212 - 32}$$

$$\therefore \frac{T_K - 273.15}{5} = \frac{T_{^{\circ}\text{C}}}{5} = \frac{T_{^{\circ}\text{F}} - 32}{9}$$



Problem 10.1

เมื่ออุณหภูมิเปลี่ยนจาก $30.0\text{ }^{\circ}\text{C}$ เป็น $80.0\text{ }^{\circ}\text{C}$ จงหาว่าอุณหภูมิดังกล่าวเปลี่ยนไปกี่องศาฟาเรนไฮต์ ($^{\circ}\text{F}$) และเปลี่ยนไปกี่เคลวิน (K)?

Answer : $90.0\text{ }^{\circ}\text{F}$ and 50.0 K



ข้อสังเกต

อุณหภูมิที่เปลี่ยนไปในหน่วยเคลวินเท่ากับอุณหภูมิที่เปลี่ยนไปในหน่วยองศาเซลเซียส

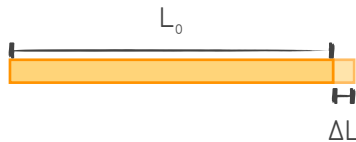
Problem 10.2

นิสิตคนหนึ่งได้สร้างอุณหภูมิตั้งมาสองหน่วย โดยอุณหภูมิในหน่วยที่ 1 พบว่าวัดจุดหลอมเหลวของน้ำที่ 1 atm ได้เท่ากับ 20.0 และวัดจุดเดือดของน้ำที่ 1 atm ได้ 70.0 อุณหภูมิในหน่วยที่ 2 พบว่าวัดจุดหลอมเหลวของน้ำที่ 1 atm ได้เท่ากับ -10.0 และวัดจุดเดือดของน้ำที่ 1 atm ได้ 150 ถ้าวัดอุณหภูมิจากอากาศในหน่วยที่ 1 ได้ 30.0 ในหน่วยที่ 2 จะวัดได้เท่าใด?

Answer : 22.0

การขยายตัวเชิงอุณหภูมิของของแข็งและของเหลว (Thermal Expansion of Solids and Liquids)

สัมประสิทธิ์การขยายตัวเชิงเส้นเฉลี่ย (Average Coefficient of Linear Expansion ; α [Temperature⁻¹]) คือ อัตราส่วนของความเครียดที่เกิดขึ้นกับวัตถุต่ออุณหภูมิที่เปลี่ยนไป



$$\alpha = \frac{\Delta L}{L_0 \Delta T}$$

$$\Delta L = \alpha L_0 \Delta T$$

ΔL คือ ความยาวที่เปลี่ยนไปของวัตถุเมื่ออุณหภูมิเปลี่ยนไป ΔT

L_0 คือ ความยาวของวัตถุที่อุณหภูมิเริ่มต้น

ΔT คือ อุณหภูมิที่เปลี่ยนไป

พิจารณาการขยายตัวเชิงพื้นที่ในกรณีที่ α มีค่าน้อยมากๆ

$$\text{จาก } A_0 + \Delta A = A$$

$$A_0 + \Delta A = (x_0 + \Delta x)(y_0 + \Delta y)$$

$$A_0 + \Delta A = x_0 y_0 + 2x_0 y_0 \alpha \Delta T + x_0 y_0 \alpha^2 \Delta T^2$$

$$A_0 + \Delta A = x_0 y_0 + 2x_0 y_0 \alpha \Delta T$$

$$A_0 + \Delta A = A_0 + 2A_0 \alpha \Delta T$$

$$\Delta A = 2\alpha A_0 \Delta T$$

$$\therefore \Delta A = \gamma A_0 \Delta T \quad ; \quad \gamma = 2\alpha$$

ความร้อนและแก๊ส (Heat and Gases)

พิจารณาการขยายตัวเชิงปริมาตรในกรณีที่ α มีค่าน้อยมากๆ

$$\text{จาก } V_0 + \Delta V = V$$

$$V_0 + \Delta V = (x_0 + \Delta x)(y_0 + \Delta y)(z_0 + \Delta z)$$

$$V_0 + \Delta V = x_0 y_0 z_0 + 3x_0 y_0 z_0 \alpha \Delta T + 3x_0 y_0 z_0 \alpha^2 \Delta T^2 \\ + x_0 y_0 z_0 \alpha^3 \Delta T^3$$

$$V_0 + \Delta V = V_0 + 3V_0 \alpha \Delta T$$

$$\Delta V = 3\alpha V_0 \Delta T$$

$$\therefore \Delta V = \beta V_0 \Delta T \quad ; \quad \beta = 3\alpha$$



การเปลี่ยนรูปร่างของวัตถุเนื่องจากอุณหภูมิที่เปลี่ยนไป
การเปลี่ยนแปลงรูปร่างในเชิงเส้น (1 มิติ)

$$\Delta L = \alpha L_0 \Delta T$$

ΔL คือ ความยาวที่เปลี่ยนไปของวัตถุเมื่ออุณหภูมิเปลี่ยนไป ΔT

α คือ สัมประสิทธิ์การขยายตัวเชิงเส้นเฉลี่ย (Average Coefficient of Linear Expansion ; [Temperature⁻¹])

L_0 คือ ความยาวของวัตถุที่อุณหภูมิเริ่มต้น

ความร้อนและแก๊ส (Heat and Gases)

การเปลี่ยนแปลงรูปร่างในเชิงพื้นที่ (2 มิติ)

$$\Delta A = \gamma A_0 \Delta T$$

ΔA คือ พื้นที่ที่เปลี่ยนไปของวัตถุเมื่ออุณหภูมิเปลี่ยนไป ΔT

γ คือ สัมประสิทธิ์การขยายตัวเชิงพื้นที่เฉลี่ย โดย $\gamma = 2\alpha$

A_0 คือ พื้นที่วัตถุที่อุณหภูมิเริ่มต้น

การเปลี่ยนแปลงรูปร่างในเชิงปริมาตร (3 มิติ)

$$\Delta V = \beta V_0 \Delta T$$

ΔV คือ ปริมาตรที่เปลี่ยนไปของวัตถุเมื่ออุณหภูมิเปลี่ยนไป ΔT

β คือ สัมประสิทธิ์การขยายตัวเชิงปริมาตรเฉลี่ย โดย $\beta = 3\alpha$

V_0 คือ ปริมาตรวัตถุที่อุณหภูมิเริ่มต้น

Problem 10.3

ชิ้นส่วนรางรถไฟที่ทำด้วยเหล็กมีความยาวที่อุณหภูมิ 0°C เท่ากับ 50.0 m จงหาความยาวของชิ้นส่วนดังกล่าวที่อุณหภูมิเท่ากับ 40.0°C เมื่อค่าสัมประสิทธิ์การขยายตัวเชิงเส้นเฉลี่ยของเหล็กเท่ากับ $11 \times 10^{-6}^\circ\text{C}^{-1}$?

Answer : 50.022 m

Problem 10.4

ที่อุณหภูมิ $25.0\text{ }^{\circ}\text{C}$ โลหะชนิดที่ 1 มีความยาว 1.00 mm และมีค่าสัมประสิทธิ์การขยายตัวเชิงเส้นเฉลี่ยเท่ากับ $19 \times 10^{-6}\text{ }^{\circ}\text{C}^{-1}$ โลหะชนิดที่ 2 มีความยาว 3.00 mm และมีค่าสัมประสิทธิ์การขยายตัวเชิงเส้นเฉลี่ยเท่ากับ $11 \times 10^{-6}\text{ }^{\circ}\text{C}^{-1}$ ถ้าปลายโลหะทั้งสองอยู่ห่างกัน $2.50\text{ }\mu\text{m}$ ที่อุณหภูมิเท่าใดปลายโลหะทั้งสองจึงจะชนกันพอดี?

Answer : $73\text{ }^{\circ}\text{C}$

Problem 10.5 Challenge

จากสมการ $\Delta V = \beta V_0 \Delta T$ ซึ่งสามารถเขียนได้เป็น $dV = \beta V dT$ จงแสดง $\Delta p = -p\beta\Delta T$ เมื่อ p คือ ความหนาแน่น?

แก๊สอุดมคติ (Ideal Gas)

สำหรับของแข็งและของเหลวสมการ $\Delta V = \beta V_0 \Delta T$ อธิบายการขยายตัวของวัตถุเนื่องจากอุณหภูมิที่เปลี่ยนไปได้ค่อนข้างดี แต่ใช้ไม่ได้กับแก๊ส เนื่องจากแรงระหว่างโมเลกุลของแก๊สค่อนข้างน้อยเมื่อเทียบกับของแข็งและของเหลว ส่งผลให้ นอกจากอุณหภูมิแล้วความดันยังส่งผลต่อปริมาตรอย่างมีนัยสำคัญ และสำหรับแก๊สในอุดมคตินั้นเราสามารถอธิบายความสัมพันธ์ระหว่าง ความดัน ปริมาตร และ อุณหภูมิ ได้ดังนี้



แก๊สในอุดมคติ (Ideal Gas)

กฎของบอยล์ (Boyle's Law)

$$P \propto \frac{1}{V} \text{ หรือ } PV = \text{ค่าคงที่}$$

P คือ ความดันของแก๊ส

V คือ ปริมาตรของแก๊ส

กฎของชาร์ล (Charles's Law)

$$V \propto T \text{ หรือ } \frac{V}{T} = \text{ค่าคงที่}$$

T คือ อุณหภูมิของแก๊ส

กฎของเกย์-ลุสแซก (Gay-Lussac's Law)

$$P \propto T \text{ หรือ } \frac{P}{T} = \text{ค่าคงที่}$$

ความร้อนและแก๊ส (Heat and Gases)

กฎของแก๊สในอุดมคติ

$$PV = Nk_B T$$

P คือ ความดันของแก๊ส

V คือ ปริมาตรของแก๊ส

N คือ จำนวนโมเลกุลของแก๊ส

k_B คือ Boltzmann's Constant $\approx 1.38 \times 10^{-23}$ J/K

T คือ อุณหภูมิของแก๊ส (หน่วย K)

จาก
$$n = \frac{m}{m_A} = \frac{N}{N_A}$$

n คือ โมลของแก๊ส

m คือ มวลของแก๊ส

m_A คือ molar mass (เท่ากับมวลแก๊ส 1 โมเลกุล)

N_A คือ Avogadro's Number $\approx 6.022 \times 10^{23}$ mol⁻¹

จะได้
$$PV = (nN_A)k_B T$$

$$PV = n(N_A k_B) T$$

$$PV = nRT \quad ; \quad R = N_A k_B$$

R คือ Universal Gas Constant = $N_A k_B \approx 8.31$ J/mol·K

ในระบบปิด (n หรือ N คงที่) จะได้
$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2}$$

ข้อสังเกต

ความดัน ปริมาตร และอุณหภูมิของแก๊สมีความสัมพันธ์ตามกฎของแก๊สอุดมคติ เมื่ออยู่ในระบบปิด

Problem 10.6

กระบอกลูกสูบพื้นที่หน้าตัด 100 cm^2 บรรจุอากาศภายในที่ความดัน $1.0 \times 10^5 \text{ Pa}$ และมีปริมาตร V ถ้านำมวล 300 kg มากดลูกสูบดังกล่าวภายใต้อุณหภูมิคงที่ ปริมาตรภายในจะลดลงเหลือเท่าใด?

Answer : $0.25V$

Problem 10.7

แก๊สบรรจุในถังเดิมมีความดัน 3 atm เกิดไฟไหม้ทำให้อุณหภูมิเพิ่มจาก 27°C ไปเป็น 227°C ความดันของแก๊สภายในถังจะเป็นเท่าใด?

Answer : 5 atm

Problem 10.8

ถังทรงกระบอกสูง 0.9 m บรรจุแก๊สอุณหภูมิ 27 °C ความดัน 2.0 atm ทำการสูบน้ำอุณหภูมิ 27 °C เข้าไปช้าๆ จนความดันของแก๊สในถังเป็น 6.0 atm ระดับน้ำในถังสูงเท่าใด?

Answer : 0.6 m

Problem 10.9

ยางรถยนต์ความดันเกจ 2.0 kg/cm² ที่อุณหภูมิ 27 °C ถ้าขณะรถยนต์วิ่ง ยางรถยนต์มีอุณหภูมิเพิ่มขึ้นเป็น 57 °C ความดันเกจของยางจะเป็นเท่าใด เมื่อความดันบรรยากาศเท่ากับ 1.0 kg/cm²?

Answer : 2.3 kg/cm²

Problem 10.10

ภาชนะปิดปริมาตร 4.0 m^3 บรรจุแก๊สความดัน $6.0 \times 10^4 \text{ Pa}$ ที่อุณหภูมิ 27°C
 ถ้าปล่อยแก๊สออกจากภาชนะจนความดันเหลือ $\frac{1}{4}$ ของความดันเดิม ภายใต้
 กระบวนการอุณหภูมิคงที่ แก๊สรั่วออกไปเท่าใด?

Answer : 72 mol

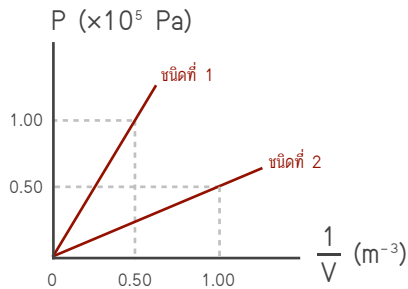
Problem 10.11

แก๊สในถังขนาด 10 L มีความดัน 2.0 atm ถ้ามีแก๊สรั่วจนความดันเหลือ 1.5 atm
 ภายใต้อุณหภูมิกคงที่ จำนวนโมเลกุลของแก๊สจะเหลือเป็นกี่เท่าจากเดิม?

Answer : $\frac{3}{4}$

Problem 10.12

จากการทดลองหาความสัมพันธ์ระหว่างความดัน (P) กับปริมาตร (V) ของแก๊สสองชนิด ที่อุณหภูมิคงที่ ดังรูปด้านล่าง จงหาอัตราส่วนระหว่างจำนวนโมเลกุลของแก๊สชนิดที่หนึ่งต่อแก๊สชนิดที่สอง?



Answer : 4

Problem 10.13

ภาชนะเปิดปริมาตร 25 cm^3 บรรจุอากาศอยู่ในสภาพแวดล้อมที่อุณหภูมิ 27°C ที่ความดันบรรยากาศ จะต้องเพิ่มอุณหภูมิเป็นเท่าใด จึงจะทำให้จำนวนโมเลกุลของอากาศในภาชนะลดลงเหลือ $\frac{3}{4}$ ของจำนวนโมเลกุลเดิม?

Answer : 400 K or 127°C

Problem 10.14

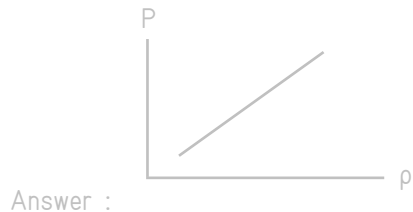
แก๊สมวลโมเลกุล 2 g อุณหภูมิ 27°C บรรจุในภาชนะปริมาตร 10 L จนมีความดันเป็น $25 \times 10^5 \text{ Pa}$ แก๊สในภาชนะดังกล่าวมีความหนาแน่นเป็นเท่าใด?

Answer : 2.0 kg/m^3

ความร้อนและแก๊ส (Heat and Gases)

Problem 10.15

สำหรับแก๊สในอุดมคติ กราฟความสัมพันธ์ระหว่างความดัน (P) กับความหนาแน่น (ρ) ที่อุณหภูมิและปริมาตรคงที่ จะเป็นอย่างไร?



Problem 10.16

แก๊สชนิดที่ 1 จำนวน n_1 mol แก๊สชนิดที่ 2 จำนวน n_2 mol และ แก๊สชนิดที่ 3 จำนวน n_3 mol บรรจุรวมกันในถังปริมาตร V m³ ที่อุณหภูมิ T K พบว่ามีความดันรวมกันเท่ากับ P ความดันของแก๊สชนิดที่ 1 เป็นเท่าใด?

$$\text{Answer : } \frac{n_1 P}{n_1 + n_2 + n_3}$$

Problem 10.17

ยางรถยนต์ปริมาตร 1.0 m^3 อุณหภูมิ 27°C ความดันเกจ 150 kPa ความดันบรรยากาศ 100 kPa ต้องเติมลมเข้าไปเท่าใด จึงจะทำให้ความดันเกจเพิ่มเป็น 200 kPa โดยที่ปริมาตรและอุณหภูมิยังคงเดิม?

Answer : 20 mol

Problem 10.18

ถังที่ 1 ปริมาตร 1 m^3 ภายในบรรจุแก๊สที่มีความดัน 5 atm และถังที่ 2 ปริมาตร 4 m^3 ภายในเป็นสุญญากาศ ถ้าต่อถังที่ 1 และถังที่ 2 เข้าด้วยกัน ด้วยกระบวนการอุณหภูมิจึงที่ และไม่คำนึงถึงปริมาตรของท่อที่ใช้ต่อระหว่างถังทั้งสอง ความดันของแก๊สผสมเป็นเท่าใด?

Answer : 1 atm

Problem 10.19

นำแก๊สชนิดที่ 1 จำนวน 1 mol ที่อุณหภูมิ 60 °C ผสมกับแก๊สชนิดที่ 2 จำนวน 2 mol ที่อุณหภูมิ 30 °C เมื่อปริมาตรและความดันคงที่ อุณหภูมิของแก๊สผสมเป็นเท่าใด?

Answer : 313 K or 40 °C

Problem 10.20

นำแก๊สชนิดที่ 1 จำนวน 1 mol ที่อุณหภูมิ 300 K ผสมกับแก๊สชนิดที่ 2 จำนวน 3 mol ที่อุณหภูมิ 400 K เมื่อปริมาตรและความดันคงที่ อุณหภูมิของแก๊สผสมเป็นเท่าใด?

Answer : 375 K

Problem 10.21

นำแก๊สชนิดที่ 1 จำนวน 3.0 mol ที่อุณหภูมิ 25 °C มาผสมกับแก๊สชนิดที่ 2 ที่อุณหภูมิ 30 °C ถ้าต้องการให้อุณหภูมิของแก๊สผสมเท่ากับ 26 °C จะต้องใช้แก๊สชนิดที่ 2 จำนวนเท่าใด?

Answer : 0.75 mol

Problem 10.22

นำแก๊สชนิดที่ 1 จำนวน 2.0 mol ที่อุณหภูมิ 40 °C มาผสมกับแก๊สชนิดที่ 2 ที่อุณหภูมิ 10 °C ถ้าต้องการให้อุณหภูมิของแก๊สผสมเท่ากับ 298 K จะต้องใช้แก๊สชนิดที่ 2 จำนวนกี่โมเลกุล?

Answer : 1.2×10^{24}

Problem 10.23 Challenge

แก๊สในกระป๋องสเปรย์มีความดันเท่ากับ 200 kPa ที่อุณหภูมิ 20.0 °C ถ้านำกระป๋องดังกล่าวไปเผาไฟที่มีอุณหภูมิเท่ากับ 200 °C ความดันในกระป๋องจะเป็นเท่าใด (กระป๋องดังกล่าวทำจากเหล็ก ซึ่งมีค่าสัมประสิทธิ์การขยายตัวเชิงเส้นเฉลี่ยเท่ากับ $11 \times 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$)?

Answer : 321 kPa

Problem 10.24 Challenge

จากสมการ $\Delta V = \beta V_0 \Delta T$ ซึ่งสามารถเขียนได้เป็น $dV = \beta V dT$ จงแสดงว่า
สำหรับแก๊สในอุดมคติที่ความดันคงที่ จะได้ $\beta = \frac{1}{T}$?

Problem 10.25 Challenge

ลูกโป่งบรรจุแก๊สในอุดมคติปริมาตร V ที่อุณหภูมิ t ถูกผูกไว้กับวัตถุซึ่งวางไว้บน
เครื่องชั่งน้ำหนัก และอ่านค่าน้ำหนักได้ N ถ้าอุณหภูมิเปลี่ยนไปเป็น T โดยที่
ความดันคงที่ จะอ่านค่าน้ำหนักบนเครื่องชั่งดังกล่าวเป็นเท่าใด เมื่อที่อุณหภูมิ t
ความหนาแน่นของอากาศเป็น ρ_0 และความหนาแน่นของแก๊สในอุดมคติเป็น ρ ?

10 - 25

ความร้อนและแก๊ส (Heat and Gases)

Answer : N

Pinfist : มัธยมศึกษาตอนปลาย และอุดมศึกษา

Problem 10.26 Challenge

มวลของบอลูนและวัตถุ (ไม่รวมอากาศในบอลูน) เท่ากับ 200 kg อากาศภายนอกบอลูนมีอุณหภูมิ $10.0\text{ }^{\circ}\text{C}$ และมีความดัน 100 kPa ปริมาตรของบอลูนเท่ากับ 400 m^3 อุณหภูมิของอากาศในบอลูนเป็นเท่าใดบอลูนจึงจะลอยขึ้นได้ดี เมื่อความหนาแน่นของอากาศที่อุณหภูมิ $10.0\text{ }^{\circ}\text{C}$ เท่ากับ 1.25 kg/m^3 ?

10 - 27

ความร้อนและแก๊ส (Heat and Gases)

Answer : 472 K

Pinfist : มัธยมศึกษาตอนปลาย และอุดมศึกษา

ทฤษฎีจลน์ของแก๊ส (The Kinetic Theory of Gases)



สมบัติของแก๊สในอุดมคติ

- 1) โมเลกุลเคลื่อนที่ตามกฎของนิวตัน และเคลื่อนที่แบบสุ่ม (ส่งผลให้ค่าเฉลี่ยของความเร็วกำลังสองในแต่แกนเท่ากัน $v_{x,av}^2 = v_{y,av}^2 = v_{z,av}^2$)
- 2) ในระบบมีจำนวนโมเลกุลมากๆ ระยะห่างระหว่างโมเลกุลโดยเฉลี่ยมากกว่าขนาดของโมเลกุลมากๆ และปริมาตรของโมเลกุลมีขนาดเล็กน้อยมากๆ เมื่อเทียบกับปริมาตรของภาชนะ
- 3) โมเลกุลทุกตัวเหมือนกัน (Identical)
- 4) ไม่มีแรงกระทำระหว่างโมเลกุล มีเพียงแรงเนื่องจากการชนกันเองของโมเลกุลและชนกับภาชนะเท่านั้น
- 5) การชนเป็นการชนแบบยืดหยุ่นในช่วงเวลาที่สั้นมากๆ

พิจารณาแก๊สในอุดมคติซึ่งอยู่ในสถานะทรงลูกบาศก์ยาวด้านละ ℓ โดยโมเลกุลของแก๊สแต่ละตัวมีมวลเท่ากับ m เมื่อพิจารณาการเปลี่ยนแปลงโมเมนตัมของโมเลกุลหนึ่งโมเลกุลซึ่งชนกับผนังภาชนะ

จะได้
$$\Delta \vec{p}_1 = \vec{p}_{1f} - \vec{p}_{1i}$$

จะได้
$$\Delta \vec{p}_1 = -mv \perp \hat{A} - mv \perp \hat{A} \quad ; \quad \hat{A} \text{ คือ เวกเตอร์พื้นที่ของภาชนะ}$$

$$\Delta \vec{p}_1 = -2mv \perp \hat{A}$$

ความร้อนและแก๊ส (Heat and Gases)

พิจารณาการเข้าชนภาชนะอย่างต่อเนื่องของโมเลกุลในภาชนะ

จะได้

$$v_{\perp} = \frac{2\ell}{\Delta t}$$

$$\Delta t = \frac{2\ell}{v_{\perp}}$$

หาแรงเฉลี่ยที่ภาชนะกระทำกับโมเลกุลดังกล่าว

จะได้

$$\vec{F}_{\text{wall},1} = \frac{\Delta \vec{p}_1}{\Delta t}$$

$$\vec{F}_{\text{wall},1} = \frac{-2mv_{\perp}}{\Delta t} \hat{A}$$

$$\vec{F}_{\text{wall},1} = \frac{-2mv_{\perp}}{2\ell/v_{\perp}} \hat{A}$$

$$\vec{F}_{\text{wall},1} = -\frac{mv_{\perp}^2}{\ell} \hat{A}$$

พิจารณาแรงเฉลี่ยที่หนึ่งโมเลกุลกระทำกับภาชนะ

จะได้

$$\vec{F}_1 = -\vec{F}_{\text{wall},1}$$

$$\vec{F}_1 = \frac{mv_{\perp}^2}{\ell} \hat{A}$$

หาแรงเฉลี่ยที่แก๊สทั้งหมดกระทำกับภาชนะ

$$\vec{F} = \Sigma \vec{F}_i$$

$$\vec{F} = \Sigma \frac{mv_{\perp}^2}{\ell} \hat{A}$$

$$\vec{F} = \frac{m}{\ell} \Sigma v_{\perp}^2 \hat{A}$$

ความร้อนและแก๊ส (Heat and Gases)

หาความเร็วกำลังสองเฉลี่ยของโมเลกุลในแนว $\hat{A}$

$$(v_{\perp}^2)_{av} = \frac{\sum v_{\perp}^2}{N} \quad ; N \text{ คือ จำนวนโมเลกุลทั้งหมด}$$

$$\sum v_{\perp}^2 = N(v_{\perp}^2)_{av}$$

จะได้
$$\vec{F} = \frac{m}{\ell} (N(v_{\perp}^2)_{av}) \hat{A}$$

$$\vec{F} = \frac{mN}{\ell} (v_{\perp}^2)_{av} \hat{A}$$

จาก
$$(v^2)_{av} = (v_x^2)_{av} + (v_y^2)_{av} + (v_z^2)_{av}$$

เนื่องจากการเคลื่อนที่แบบสุ่ม ดังนั้น $(v_x^2)_{av} = (v_y^2)_{av} = (v_z^2)_{av}$

จะได้
$$(v^2)_{av} = 3(v_x^2)_{av}$$

เมื่อพิจารณาว่า $\hat{A}$ เทียบได้กับแกน x

จะได้
$$(v^2)_{av} = 3(v_{\perp}^2)_{av}$$

$$(v_{\perp}^2)_{av} = \frac{1}{3}(v^2)_{av}$$

เพื่อความสะดวกจะขอเขียน $(v^2)_{av} \equiv v^2$

จะได้
$$(v_{\perp}^2)_{av} = \frac{v^2}{3}$$

ดังนั้น
$$\vec{F} = \frac{mN}{\ell} \left(\frac{v^2}{3} \right) \hat{A}$$

ความร้อนและแก๊ส (Heat and Gases)

พิจารณาความดันที่แก๊สทั้งหมดกระทำกับภาชนะ

จะได้

$$P = \frac{|F_{\perp}|}{A}$$

$$P = \frac{\frac{mNv^2}{3\ell}}{\ell^2}$$

$$P = \frac{mNv^2}{3\ell^3}$$

$$P = \left(\frac{N}{3V}\right)(mv^2) \quad ; \quad V = \ell^3$$

$$P = \left(\frac{2N}{3V}\right)\left(\frac{1}{2}mv^2\right)$$

$$P = \left(\frac{2N}{3V}\right)K_1 \quad ; \quad K_1 = \frac{1}{2}mv^2$$

$$PV = \frac{2}{3}NK_1$$

$$Nk_B T = \frac{2}{3}NK_1 \quad ; \quad PV = Nk_B T$$

$$K_1 = \frac{3}{2}k_B T$$

Problem 10.27

แก๊สในอุดมคติซึ่งเป็นแก๊สโมเลกุลเดี่ยวมีอุณหภูมิ T ถูกจำกัดให้เคลื่อนที่ได้บนระนาบ xy เท่านั้น แก๊สดังกล่าวจะมีพลังงานจลน์เฉลี่ยต่อโมเลกุลเป็นเท่าใด?

Answer : $k_B T$

Problem 10.28

อนุภาคมวล m เคลื่อนที่ด้วยความเร็วขนาด v เข้าชนผนังกล่องลูกบาศก์ยาวด้านละ L ความดันที่เกิดขึ้นกับอนุภาคดังกล่าวเป็นเท่าใด?

Answer : $\frac{mv^2}{L^3}$

Problem 10.29

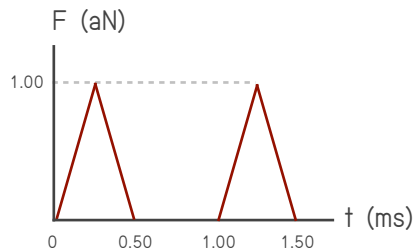
ที่อุณหภูมิ 27°C แก๊สเคลื่อนที่ด้วยความเร็วขนาด 10^3 m/s เข้าชนผนังพื้นที่ 10.0 cm^2 โดยทำมุม 45° กับระนาบผนัง ด้วยอัตรา 10^{24} s^{-1} ความดันที่เกิดขึ้นกับผนังดังกล่าวเป็นเท่าใด?

ความร้อนและแก๊ส (Heat and Gases)

Answer : 17.6 kPa

Problem 10.30

ภาชนะทรงลูกบาศก์แต่ละด้านมีพื้นที่ 100 cm^2 มีแก๊สบรรจุอยู่ N โมเลกุล มีแรงมีโมเลกุลตัวหนึ่งกระทำกับผนังภาชนะดังกราฟด้านล่าง แรงเฉลี่ยที่โมเลกุลกระทำต่อภาชนะเป็นเท่าใด?



Answer : 0.25 aN

ส่วนแบ่งของพลังงาน (The Equipartition of Energy)

เมื่อพิจารณาสมการ $K_1 = \frac{3}{2}k_B T$ มองได้ว่าเลข 3 นั้นมีที่มาจากการเคลื่อนที่ใน 3 มิติ ซึ่งพลังงานจลน์จะประกอบด้วย 3 ส่วน คือ

$$K = \frac{1}{2}mv_x^2 + \frac{1}{2}mv_y^2 + \frac{1}{2}mv_z^2$$

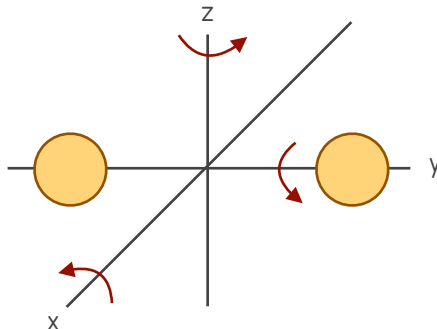
จากข้อสังเกตตรงนี้นำไปสู่แนวคิดที่มองพลังงานแยกเป็นส่วนๆ โดยแต่ละส่วนต่างมีพลังงานเฉลี่ยเท่ากัน คือ $\frac{1}{2}k_B T$

ดังนั้นพลังงานทั้งหมดของ 1 โมเลกุล คือ $E_1 = \frac{d}{2}k_B T$ โดยที่ d คือจำนวนเทอมของพลังงานซึ่งน้อยที่สุดที่เป็นไปได้ เรียกว่า “Degree of Freedom”

ตัวอย่างการหาพลังงาน 1 โมเลกุล ของแก๊สโมเลกุลคู่ในอุดมคติ

ในกรณีการเคลื่อนที่ จะเคลื่อนที่ได้ 3 แกน ดังนั้นพลังงานในการเคลื่อนที่จะมี 3 เทอม คือ $\frac{1}{2}mv_x^2$, $\frac{1}{2}mv_y^2$ และ $\frac{1}{2}mv_z^2$

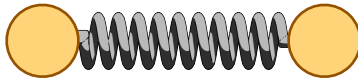
ในกรณีการหมุน สามารถเลือกแกนหมุนให้โมเมนต์ความเฉื่อยเป็นศูนย์ได้ 1 แกน คือ โมเมนต์ความเฉื่อยรอบแกน y ($I_y = 0$) ดังรูปด้านล่าง



ความร้อนและแก๊ส (Heat and Gases)

ดังนั้นพลังงานในการหมุนที่จะมี 2 เทอม คือ $\frac{1}{2}I_x\omega_x^2$ และ $\frac{1}{2}I_z\omega_z^2$

สำหรับการสั่นนั้น สามารถมองได้ว่าโมเลกุลเชื่อมต่อกันด้วยสปริง ดังนั้นสปริงแต่ละอันจะให้พลังงานมาอีก 2 คือ $\frac{1}{2}mv_s^2$ และ $\frac{1}{2}ks^2$



ดังนั้นพลังงานของแก๊สโมเลกุลคู่ในอุดมคติในกรณีที่ไม่ถูกกระตุ้น (ไม่มีการสั่น) จะมีได้ทั้งหมด 5 เทอม คือ $\frac{1}{2}mv_x^2, \frac{1}{2}mv_y^2, \frac{1}{2}mv_z^2, \frac{1}{2}I_x\omega_x^2$ และ $\frac{1}{2}I_z\omega_z^2$

จะได้ $d = 5$

ดังนั้น พลังงานของ 1 โมเลกุลในกรณี คือ $E_1 = \frac{5}{2}k_B T$

พลังงานของแก๊สโมเลกุลคู่ในอุดมคติในกรณีที่ถูกระตุ้น (มีการสั่น) จะมีได้ทั้งหมด 7 เทอม คือ $\frac{1}{2}mv_x^2, \frac{1}{2}mv_y^2, \frac{1}{2}mv_z^2, \frac{1}{2}I_x\omega_x^2, \frac{1}{2}I_z\omega_z^2, \frac{1}{2}mv_s^2$ และ $\frac{1}{2}ks^2$

จะได้ $d = 7$

ดังนั้น พลังงานของ 1 โมเลกุลในกรณี คือ $E_1 = \frac{7}{2}k_B T$



พลังงานของแก๊สในอุดมคติ 1 โมเลกุล

$$E_1 = \frac{d}{2} k_B T = \frac{d}{2} PV$$

E_1 คือ พลังงานของแก๊สในอุดมคติ 1 โมเลกุล

d คือ Degree of Freedom

ในกรณีอะตอมเดี่ยวเคลื่อนที่อิสระใน 3 มิติ จะได้ $d = 3$

ในกรณีอะตอมคู่เคลื่อนที่อิสระใน 3 มิติ ในสถานะปกติ จะได้ $d = 5$

ในกรณีอะตอมคู่เคลื่อนที่อิสระใน 3 มิติ ในสถานะกระตุ้น จะได้ $d = 7$

k_B คือ Boltzmann's Constant $\approx 1.38 \times 10^{-23}$ J/K

T คือ อุณหภูมิ

ข้อสังเกต

พลังงานจลน์เฉลี่ยของแก๊สขึ้นอยู่กับอุณหภูมิของแก๊ส แต่ไม่ขึ้นกับมวลรวมทั้งหมดของแก๊ส

ที่อุณหภูมิหนึ่ง แก๊สอะตอมเดี่ยวทุกชนิดจะมีพลังงานจลน์เฉลี่ยเท่ากัน ไม่ขึ้นกับมวลของแก๊ส

เมื่อแก๊สในภาชนะปิดมีอุณหภูมิสูงขึ้น จะทำให้แก๊สเคลื่อนที่ด้วยอัตราเร็วเพิ่มขึ้น จำนวนโมเลกุลของแก๊สที่ชนต่อพื้นที่จะเพิ่มขึ้น ความดันของแก๊สจึงเพิ่มขึ้น



Problem 10.31 Challenge

จงหาพลังงานเฉลี่ยสูงสุดต่อโมเลกุล (มีทั้งการเคลื่อนที่ใน 3 มิติ การหมุนและการสั่น) ของโมเลกุลต่อไปนี้ เมื่อมองว่าเป็นแก๊สในอุดมคติ

- a) โมเลกุลของคาร์บอนไดออกไซด์ (CO_2)?
- b) โมเลกุลของน้ำ (H_2O)?

Answer : a) $\frac{9}{2}k_B T$ and b) $5k_B T$

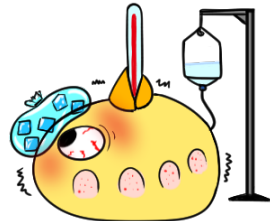
Problem 10.32 Challenge

น้ำโมเลกุลหนึ่งซึ่งเป็นแก๊สในอุดมคติ ถูกบังคับให้อยู่บนระนาบ xy ถ้าวัตถุนหุมิของโมเลกุลน้ำดังกล่าวได้เท่ากับ $100\text{ }^{\circ}\text{C}$ และน้ำมีมวลรวม 1.00 kg ระบบนี้จะมีพลังงานรวมมากที่สุดเท่าใด (กำหนดให้มวลโมเลกุลของน้ำเท่ากับ 18.01528 g/mol)?

Answer : 0.602 MJ

การแจกแจงแบบโบลทซ์มันส์ (Boltzmann Distribution Law)

เนื่องจากการเคลื่อนที่ของโมเลกุลของแก๊สนั้นเป็นไปอย่างไม่เป็นระเบียบอย่างมาก และแก๊สยังมีการชนกันด้วยอัตราเร็วที่สูงมากๆ โดยปกติจะมีการชนกันได้ถึงระดับพันล้านครั้งต่อวินาที ทำให้พลังงานในช่วงหนึ่งๆ ของแต่ละโมเลกุลอาจจะไม่เท่ากัน ซึ่งการเข้าใจถึงฟังก์ชันการกระจายตัวของข้อมูลจะช่วยให้คำนวณหาข้อมูลในช่วงหนึ่งที่น่าสนใจได้



การแจกแจงแบบโบลทซ์มันส์ (Boltzmann Distribution Law)

$$n = n_0 e^{-\frac{E}{k_B T}}$$

n คือ ความหนาแน่นของจำนวนโมเลกุลแก๊สที่มีพลังงานอยู่ในช่วง E ถึง $E + dE$

n_0 คือ ความหนาแน่นของจำนวนโมเลกุลแก๊สที่มีพลังงานอยู่ในช่วง 0 ถึง dE

E คือ พลังงานของโมเลกุลแก๊ส

T คือ อุณหภูมิ

k_B คือ Boltzmann's Constant $\approx 1.38 \times 10^{-23} \text{ J/K}$

Problem 10.33 Challenge

เมื่อพิจารณาแก๊สที่มีอุณหภูมิ 2,500 K อะตอมของแก๊สจะอยู่ได้เพียงสองระดับพลังงาน โดยระดับพลังงานทั้งสองนั้นต่างกัน 1.50 eV จงหาค่าอัตราส่วนของความหนาแน่นของโมเลกุลแก๊สที่อยู่ในระดับพลังงานที่สูงกว่าต่อความหนาแน่นของโมเลกุลแก๊สในระดับพลังงานที่ต่ำกว่า (กำหนดให้ $1.00 \text{ eV} = 1.60 \times 10^{-19} \text{ J}$)?

Answer : 9.52×10^{-4}

ฟังก์ชันการแจกแจงอัตราเร็วแบบแมกซ์เวลล์-บ็อลทซ์มันน์ (Maxwell-Boltzmann Speed Distribution Function)



ฟังก์ชันแจกแจงอัตราเร็วแบบแมกซ์เวลล์-บ็อลทซ์มันน์ (Maxwell-Boltzmann Speed Distribution Function)

$$N_v = 4\pi N \left(\frac{m}{2\pi k_B T} \right)^{3/2} v^2 e^{-\frac{mv^2}{2k_B T}}$$

N_v คือ จำนวนโมเลกุลแก๊สที่มีอัตราเร็ว v

N คือ จำนวนโมเลกุลแก๊สทั้งหมด

m คือ มวลโมเลกุลของแก๊ส

T คือ อุณหภูมิ

v คือ อัตราเร็วของแก๊ส

k_B คือ Boltzmann's Constant $\approx 1.38 \times 10^{-23}$ J/K

อัตราเร็วเฉลี่ย (Average Speed ; v_{av} [m/s])

$$v_{av} = \frac{\sum v}{N} = \frac{\sum N_i v_i}{N} = \frac{\int N(v) v dv}{N}$$

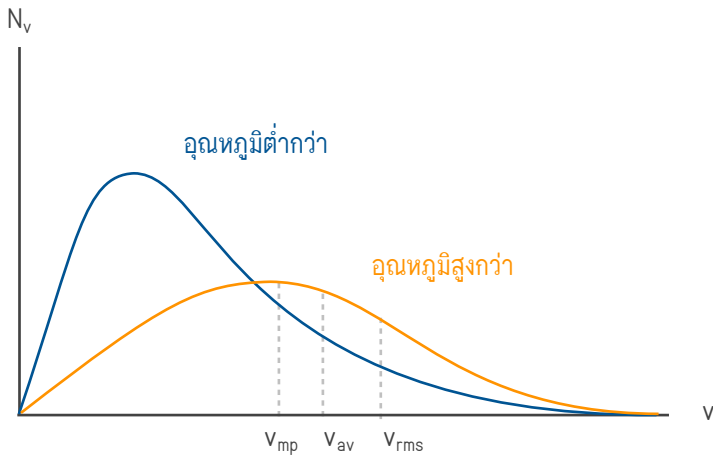
อัตราเร็วรากที่สองเฉลี่ยกำลังสอง (rms Speed ; v_{rms} [m/s])

$$v_{rms} = \sqrt{\frac{\sum v^2}{N}} = \sqrt{\frac{\sum N_i v_i^2}{N}} = \sqrt{\frac{\int N(v) v^2 dv}{N}}$$

อัตราเร็วที่มีอนุภาคสูงสุด (Most Probable Speed ; v_{mp} [m/s])

หา v_{mp} จาก $\frac{dN(v)}{dv} = 0$

ความร้อนและแก๊ส (Heat and Gases)



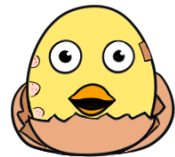
จาก $E_1 = \frac{d}{2} k_B T$

$$\frac{1}{2} m (v^2)_{av} = \frac{d}{2} k_B T$$

$$\frac{1}{2} m v_{rms}^2 = \frac{d}{2} k_B T$$

$$\therefore v_{rms} = \sqrt{\frac{d k_B T}{m}}$$

สำหรับโมเลกุลเดี่ยวเคลื่อนที่อิสระใน 3 มิติ จะได้ $v_{rms} = \sqrt{\frac{3 k_B T}{m}}$



ความร้อนและแก๊ส (Heat and Gases)

จาก
$$v_{rms} = \sqrt{\frac{\int N(v)v^2 dv}{N}}$$

$$v_{rms} = \left(\frac{1}{N_0} \int_0^\infty 4\pi N \left(\frac{m}{2\pi k_B T} \right)^{3/2} v^2 e^{-\frac{mv^2}{2k_B T}} v^2 dv \right)^{1/2}$$

$$v_{rms} = \left(4\pi \left(\frac{a}{\pi} \right)^{3/2} \int_0^\infty v^4 e^{-av^2} dv \right)^{1/2} ; a = \frac{m}{2k_B T}$$

$$v_{rms} = \left(4\pi \left(\frac{a}{\pi} \right)^{3/2} \left(\frac{3}{8a^2} \sqrt{\frac{\pi}{a}} \right) \right)^{1/2} ; \int_0^\infty x^4 e^{-ax^2} dx = \frac{3}{8a^2} \sqrt{\frac{\pi}{a}}$$

$$v_{rms} = \sqrt{\frac{3}{2a}}$$

$\therefore$
$$v_{rms} = \sqrt{\frac{3k_B T}{m}} ; a = \frac{m}{2k_B T}$$

จาก
$$v_{av} = \frac{\int N(v)v dv}{N}$$

$$v_{av} = \frac{1}{N_0} \int_0^\infty 4\pi N \left(\frac{m}{2\pi k_B T} \right)^{3/2} v^2 e^{-\frac{mv^2}{2k_B T}} v dv$$

$$v_{av} = 4\pi \left(\frac{a}{\pi} \right)^{3/2} \int_0^\infty v^3 e^{-av^2} dv ; a = \frac{m}{2k_B T}$$

$$v_{av} = 4\pi \left(\frac{a}{\pi} \right)^{3/2} \left(\frac{1}{2a^2} \right) ; \int_0^\infty x^3 e^{-ax^2} dx = \frac{1}{2a^2}$$

$$v_{av} = \sqrt{\frac{4}{a\pi}}$$

$\therefore$
$$v_{av} = \sqrt{\frac{8k_B T}{m\pi}} ; a = \frac{m}{2k_B T}$$

ความร้อนและแก๊ส (Heat and Gases)

จาก $\frac{dN(v)}{dv} = 0$

$$\frac{d}{dv} \left(4\pi N \left(\frac{m}{2\pi k_B T} \right)^{3/2} v^2 e^{-\frac{mv^2}{2k_B T}} \right) = 0$$

$$4\pi N \left(\frac{a}{\pi} \right)^{3/2} \frac{d}{dv} (v^2 e^{-av^2}) = 0 \quad ; \quad a = \frac{m}{2k_B T}$$

$$\frac{d}{dv} (v^2 e^{-av^2}) = 0$$

$$v^2 \frac{d}{dv} (e^{-av^2}) + e^{-av^2} \frac{dv^2}{dv} = 0$$

$$-2av^3 e^{-av^2} + 2ve^{-av^2} = 0$$

$$v_{mp} = \sqrt{\frac{1}{a}}$$

$$\therefore v_{mp} = \sqrt{\frac{2k_B T}{m}} \quad ; \quad a = \frac{m}{2k_B T}$$



v_{rms} , v_{av} และ v_{mp} สำหรับแก๊สในอุดมคติ

$$v_{rms} = \sqrt{\frac{3k_B T}{m}}$$

$$v_{av} = \sqrt{\frac{8k_B T}{m\pi}}$$

$$v_{mp} = \sqrt{\frac{2k_B T}{m}}$$

ข้อสังเกต

เมื่อแก๊สมีอุณหภูมิเพิ่มขึ้น อัตราเร็วอาร์เอ็มเอสของโมเลกุลแก๊สจะเพิ่มขึ้น โดยมีความสัมพันธ์ตามทฤษฎีจลน์ของแก๊ส

Problem 10.34

เมื่ออุณหภูมิของแก๊สในหน่วย K เพิ่มขึ้นเป็นสองเท่าจากเดิม อัตราเร็วรากที่สองของกำลังสองเฉลี่ยจะเพิ่มขึ้นเป็นกี่เท่าจากเดิม?

Answer : $\sqrt{2}$

Problem 10.35

กระบอกลูกสูบบรรจุแก๊ส n mol เมื่อให้ความร้อนกับกระบอกลูกสูบพบว่ามี v_{rms} เพิ่มขึ้นเป็นสองเท่าจากเดิม และมีปริมาตรเพิ่มขึ้นเป็นสามเท่าจากเดิม ความดันของแก๊สดังกล่าวเพิ่มขึ้นเป็นกี่เท่าจากเดิม?

Answer : $\frac{4}{3}$

Problem 10.36

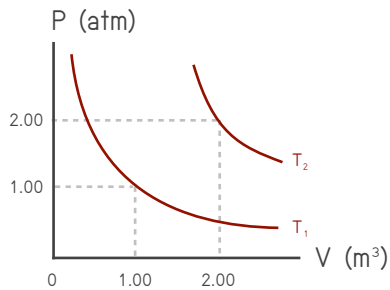
แก๊สชนิดหนึ่งที่อุณหภูมิ T ประกอบด้วยโมเลกุล 2 ชนิด ชนิดแรกมีมวลโมเลกุล m_1 และอีกชนิดมีมวลโมเลกุล m_2 จงหาอัตราเร็ว rms ของแก๊สชนิดที่หนึ่งต่อชนิดที่สอง?

ความร้อนและแก๊ส (Heat and Gases)

Answer : $\sqrt{\frac{m_2}{m_1}}$

Problem 10.37

จากกราฟความสัมพันธ์ระหว่างความดัน (P) และปริมาตร (V) ของระบบแก๊สที่สอง อุณหภูมิ ดังรูปด้านล่าง อัตราส่วนของอัตราเร็วเฉลี่ยของแก๊สที่อุณหภูมิ T_2 ต่อ T_1 เป็นเท่าใด?



Answer : 2

Problem 10.38

อัตราส่วนของอัตราเร็วรากที่สองของกำลังสองเฉลี่ยของแก๊สชนิดที่หนึ่งต่อแก๊สชนิดที่สองเท่ากับ 3:2 ถ้าแก๊สชนิดที่หนึ่งมีความดันเป็นสองเท่าของแก๊สชนิดที่สอง อัตราส่วนความหนาแน่นของแก๊สชนิดที่หนึ่งต่อแก๊สชนิดที่สองเป็นเท่าใด?

Answer : $\frac{8}{9}$

Problem 10.39

ภาชนะทรงกระบอกยาว L m บรรจุแก๊สซึ่งมีอัตราเร็วเฉลี่ย v m/s ถ้าภาชนะดังกล่าวมีความยาวลดลงด้วยอัตรา x m/s โดยที่ความดันของแก๊สคงที่ แก๊สดังกล่าวจะมีอัตราเร็วเฉลี่ยเท่ากับ $\frac{v}{3}$ m/s เมื่อเวลาผ่านไปเท่าใด?

ความร้อนและแก๊ส (Heat and Gases)

$$\text{Answer : } \frac{8L}{9x}$$

Problem 10.40

โมเลกุลของแก๊ส 10 โมเลกุล แต่ละโมเลกุลมีอัตราเร็ว 2.0 m/s, 4.0 m/s, 3.0 m/s, 1.0 m/s, 2.0 m/s, 3.0 m/s, 5.0 m/s, 2.0 m/s, 2.0 m/s และ 1.0 m/s จงหา

- อัตราเร็วเฉลี่ย?
- อัตราเร็วรากที่สองของกำลังสองเฉลี่ย?
- อัตราเร็วที่มีอนุภาคสูงสุด?

ความร้อนและแก๊ส (Heat and Gases)

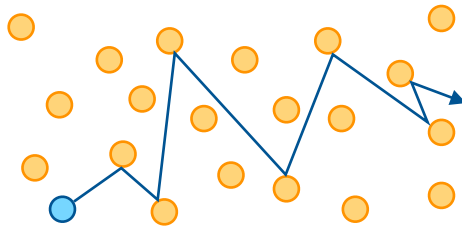
Answer : a) 2.5 m/s, b) 2.8 m/s and c) 2.0 m/s

Problem 10.41

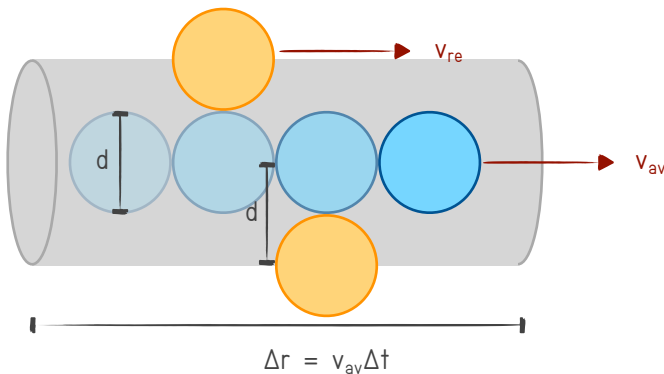
ในการเคลื่อนที่หนีออกจากโลกจะต้องมีอัตราเร็วหลุดพ้นเท่ากับ 1.12×10^4 m/s ถ้าอะตอมของฮีเลียมซึ่งมีมวลโมเลกุลเท่ากับ 6.64×10^{-27} kg หลุดออกจากโลก ด้วยอัตราเร็วดังกล่าวพอดี อะตอมของฮีเลียมดังกล่าวจะมีอุณหภูมิเฉลี่ยเท่าใด?

Answer : 2.37×10^4 K #

ระยะทางเฉลี่ยอิสระ และเวลาเฉลี่ยอิสระ (Mean Free Path and Mean Free Time) [Additional]



พิจารณาการเคลื่อนที่ของแก๊สในอุดมคติซึ่งเคลื่อนที่แบบสุ่มและมีการชนกันระหว่างโมเลกุลเกิดขึ้นบ่อยมากๆ ดังรูปด้านบน เนื่องจากแก๊สในระบบมีจำนวนโมเลกุลเยอะมากๆ จนยากที่จะคำนวณแยกทีละโมเลกุล เราจึงใช้วิธีพิจารณาว่าโมเลกุลจะเคลื่อนที่โดยไม่เกิดการชนเป็นระยะทางเฉลี่ยเท่าใด (มองได้ว่าเป็นระยะทางเฉลี่ยที่จะเกิดการชนขึ้นหนึ่งครั้ง) ซึ่งจะพิจารณาการเคลื่อนที่ของโมเลกุลซึ่งมีเส้นผ่านศูนย์กลางกลาง d และอัตราเร็วเฉลี่ย v_{av} และมีอัตราเร็วสัมพัทธ์กับโมเลกุลถูกชนโดยเฉลี่ยเป็น v_{re} เราจะสามารถนับจำนวนครั้งการชนได้จากจำนวนโมเลกุลที่มีบางส่วนของคุณภาพเข้ามาอยู่ในปริมาตรทรงกระบอกรัศมี d ดังรูปด้านล่าง



ความร้อนและแก๊ส (Heat and Gases)

พิจารณาความเร็วสัมพัทธ์ โดยสมมติให้โมเลกุลที่สนใจ (สีฟ้า) มีความเร็วเฉลี่ยเทียบกับกรอบเฉื่อยเป็น $\vec{v}_1$ และโมเลกุลที่โดนชน (สีส้ม) มีความเร็วเฉลี่ยเทียบกับกรอบเฉื่อยเป็น $\vec{v}_2$ จะได้

$$\vec{v}_{21} = \vec{v}_2 + \vec{v}_{E1}$$

$$\vec{v}_{21} = \vec{v}_2 - \vec{v}_{1E}$$

$$\vec{v}_{re} = \vec{v}_2 - \vec{v}_1$$

ดังนั้น

$$|\vec{v}_{re}|^2 = (\vec{v}_2 - \vec{v}_1)^2$$

$$|\vec{v}_{re}|^2 = (\vec{v}_2 - \vec{v}_1) \cdot (\vec{v}_2 - \vec{v}_1)$$

$$|\vec{v}_{re}|^2 = |\vec{v}_2|^2 + |\vec{v}_1|^2 - 2\vec{v}_2 \cdot \vec{v}_1$$

เมื่อพิจารณาการเคลื่อนที่ของโมเลกุลเป็นแบบสุ่มและเป็นอิสระต่อกัน

จะได้ $|\vec{v}_2| = |\vec{v}_1| = v_{av}$ และ $\vec{v}_2 \cdot \vec{v}_1 = 0$

$\therefore$

$$|\vec{v}_{re}|^2 = v_{av}^2 + v_{av}^2$$

$$|\vec{v}_{re}| = \sqrt{2} v_{av}$$

หาระยะทางเฉลี่ยที่โมเลกุลจะเคลื่อนที่โดยไม่เกิดการชน

จาก
$$\ell = \frac{\text{ระยะทางที่เคลื่อนที่ทั้งหมด}}{\text{จำนวนโมเลกุลที่เข้ามาในปริมาตรทรงกระบอก}}$$

$$\ell = \frac{\Delta r}{N}$$

$$\ell = \frac{v_{av} \Delta t}{n_v V} \quad ; \quad n_v = \frac{N}{V}$$

ความร้อนและแก๊ส (Heat and Gases)

$$\begin{aligned}\ell &= \frac{v_{av} \Delta t}{n_v \pi d^2 v_{re} \Delta t} & ; V &= \pi d^2 v_{re} \Delta t \\ \ell &= \frac{v_{av}}{n_v \pi d^2 (\sqrt{2} v_{av})} & ; |\vec{v}_{re}| &= \sqrt{2} v_{av} \\ \ell &= \frac{1}{\sqrt{2} n_v \pi d^2}\end{aligned}$$

หาความถี่เฉลี่ยในการชนของโมเลกุล

จาก $f = \frac{\text{จำนวนโมเลกุลที่เข้ามาในปริมาตรทรงกระบอก}}{\text{เวลาที่ใช้ในการเคลื่อนที่}}$

$$\begin{aligned}f &= \frac{N}{\Delta t} \\ f &= \frac{n_v V}{\Delta t} & ; n_v &= \frac{N}{V} \\ f &= \frac{n_v \pi d^2 v_{re} \Delta t}{\Delta t} & ; V &= \pi d^2 v_{re} \Delta t \\ f &= n_v \pi d^2 (\sqrt{2} v_{av}) & ; |\vec{v}_{re}| &= \sqrt{2} v_{av} \\ f &= \sqrt{2} n_v \pi d^2 v_{av}\end{aligned}$$

หาเวลาเฉลี่ยที่โมเลกุลจะเคลื่อนที่โดยไม่เกิดการชน

จาก $T = \frac{1}{f}$

$$T = \frac{1}{\sqrt{2} n_v \pi d^2 v_{av}} \quad ; f = \sqrt{2} n_v \pi d^2 v_{av}$$



ระยะทางเฉลี่ยอิสระ และเวลาเฉลี่ยอิสระ (Mean Free Path and Mean Free Time)

ระยะทางเฉลี่ยอิสระ (Mean Free Path ; ℓ [m]) คือ ระยะทางเฉลี่ยที่โมเลกุลจะเคลื่อนที่โดยไม่เกิดการชน หรือ ระยะทางเฉลี่ยในการชนแต่ละครั้ง

$$\ell = \frac{1}{\sqrt{2}n_v \pi d^2}$$

n_v คือ ความหนาแน่นของจำนวนอนุภาค

d คือ เส้นผ่านศูนย์กลางของโมเลกุลแก๊ส

เวลาเฉลี่ยอิสระ (Mean Free Time ; T [s]) คือ เวลาเฉลี่ยที่โมเลกุลจะเคลื่อนที่โดยไม่เกิดการชน

$$T = \frac{1}{f} = \frac{1}{\sqrt{2}n_v \pi d^2 v_{av}}$$

f คือ ความถี่เฉลี่ยในการชนของโมเลกุลแก๊ส

v_{av} คือ อัตราเร็วเฉลี่ยของโมเลกุลแก๊ส

Problem 10.42 Challenge

อากาศประกอบไปด้วยแก๊สไนโตรเจนเป็นส่วนใหญ่ โดยแต่ละโมเลกุลมีเส้นผ่านศูนย์กลางประมาณ 2.00×10^{-10} m ที่ความดันบรรยากาศ 1.013×10^5 Pa, อุณหภูมิ 300 K มีค่า v_{rms} ประมาณ 500 m/s จงหาค่าระยะทางเฉลี่ยอิสระ ความถี่เฉลี่ยในการชน และเวลาเฉลี่ยอิสระของแก๊สดังกล่าว?

ความร้อนและแก๊ส (Heat and Gases)

Answer : $\ell = 2.30 \times 10^{-7} \text{ m}$, $f = 2.01 \times 10^9 \text{ Hz}$ and $T = 4.98 \times 10^{-10} \text{ s}$



Problem 10.43 Challenge

จงแสดงว่าระยะเฉลี่ยอิสระของแก๊สในอุดมคติ คือ $\ell = \frac{k T}{\sqrt{2} \pi d^2 P}$ เมื่อ T คือ อุณหภูมิ, d คือ เส้นผ่านศูนย์กลางของโมเลกุล และ P คือความดัน?

พลังงานภายในระบบ (Internal Energy)



พลังงานภายในระบบ (Internal Energy)

พลังงานภายในระบบ (Internal Energy ; U [J, $\text{kg}\cdot\text{m}^2/\text{s}^2$]) คือ พลังงานทั้งหมดของระบบซึ่งเกิดจากส่วนประกอบเล็กๆ ทั้งหมดของระบบ

ดังนั้น

$$U = \Sigma E_i$$

สำหรับแก๊สในอุดมคติ

$$U = \Sigma\left(\frac{d}{2}k_B T\right) \quad ; \quad E = \frac{d}{2}k_B T$$

$$U = N\frac{d}{2}k_B T$$

$$U = (nN_A)\frac{d}{2}k_B T \quad ; \quad N = nN_A$$

$$U = n\frac{d}{2}(N_A k_B)T$$

$$U = n\left(\frac{d}{2}R\right)T \quad ; \quad R = N_A k_B$$

หรือ

$$U = \left(\frac{d}{2}\right)PV \quad ; \quad PV = nRT$$

ข้อสังเกต

พลังงานภายในของแก๊ส หรือพลังงานภายในระบบขึ้นอยู่กับอุณหภูมิของแก๊ส และจำนวนโมเลกุลของแก๊สที่มีในระบบ



Problem 10.44

ระบบโมเลกุลระบบหนึ่งมีโมเลกุลทั้งหมด 5×10^{23} โมเลกุล โดยแต่ละโมเลกุลมีมวลเท่ากับ 1.00 g และมีค่า $v_{\text{rms}} = 400 \text{ m/s}$ ถ้าระบบโมเลกุลดังกล่าวเคลื่อนที่ได้อย่างอิสระโดยไม่ขึ้นกับแรงใดๆ หรือกล่าวได้ว่าพลังงานของโมเลกุลมีเพียงพลังงานจลน์เท่านั้น จงหาพลังงานภายในของระบบนี้?

Answer : $4.00 \times 10^{25} \text{ J}$

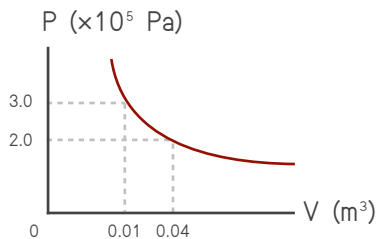
Problem 10.45

ระบบแก๊สโมเลกุลคู่ซึ่งอยู่สถานะปกติ (ไม่มีการสั่น) มีความดัน 8.00 atm และปริมาตร $5.00 \times 10^{-3} \text{ m}^3$ ถ้าแก๊สดังกล่าวประมาณได้ว่าเป็นแก๊สในอุดมคติ จงหาพลังงานในระบบนี้ (กำหนดให้ $1 \text{ atm} = 1.013 \times 10^5 \text{ Pa}$)?

Answer : 10.1 kJ

Problem 10.46

ระบบแก๊สโมเลกุลเดี่ยวในอุดมคติมีความสัมพันธ์ระหว่างความดัน (P) และปริมาตร (V) ดังรูปด้านล่าง จงหาการเปลี่ยนแปลงพลังงานภายในของระบบจากปริมาตร 0.01 m^3 ไปยัง 0.04 m^3 ?



Answer : 7.5 kJ

ความร้อน (Heat)



ความร้อน (Heat)

ความร้อน (Heat ; Q [$J, kg \cdot m^2/s^2$]) คือ พลังงานที่ถ่ายเทระหว่างระบบกับสิ่งแวดล้อมเนื่องจากความแตกต่างของอุณหภูมิระหว่างระบบกับสิ่งแวดล้อม

ในกรณีที่อุณหภูมิของระบบมีการเปลี่ยนแปลง

$$Q = C\Delta T$$

C คือ ค่าความจุความร้อนเชิงมวล (Heat Capacity)

ΔT คือ อุณหภูมิของระบบที่เปลี่ยนไป

$$Q = mc\Delta T$$

m คือ มวลของระบบ

c คือ ค่าความจุความร้อนจำเพาะเชิงมวล (Mass Specific Heat) โดยที่ $c = \frac{C}{m}$

ΔT คือ อุณหภูมิของระบบที่เปลี่ยนไป

$$Q = nc\Delta T$$

n คือ จำนวนโมลของระบบ

c คือ ค่าความจุความร้อนจำเพาะเชิงโมล (Molar Specific Heat)

ความร้อนและแก๊ส (Heat and Gases)

ในกรณีที่อุณหภูมิของระบบไม่เปลี่ยนแปลง (ระบบกำลังเปลี่ยนเฟส)

$$Q = mL$$

L คือ ค่าความร้อนแฝงเชิงมวล (Mass Latent Heat)

$$Q = nL$$

L คือ ค่าความร้อนแฝงเชิงโมล (Molar Latent Heat)

ข้อสังเกต

วัตถุต่างชนิดกันที่มีมวลเท่ากันและอุณหภูมิเท่ากันเมื่อได้รับความร้อนปริมาณเท่ากันจะมีอุณหภูมิเพิ่มขึ้นแตกต่างกันขึ้นกับสมบัติของสารแต่ละชนิด

สารชนิดเดียวกันแต่มีมวลต่างกันจะมีความจุความร้อนต่างกันแต่มีความร้อนจำเพาะเท่ากัน

เมื่อให้ความร้อนในขณะที่สารเปลี่ยนเฟส อุณหภูมิของสารนั้นจะคงที่

สำหรับสารใดๆ ความร้อนที่ทำให้สารเปลี่ยนเฟสจากของแข็งเป็นของเหลวมีขนาดเท่ากับความร้อนที่ทำให้สารเปลี่ยนเฟสจากของเหลวเป็นของแข็ง และความร้อนที่ทำให้สารเปลี่ยนเฟสจากของเหลวเป็นของแก๊สมีขนาดเท่ากับความร้อนที่ทำให้สารเปลี่ยนเฟสจากแก๊สเป็นของเหลว



Problem 10.47

ถ้าความจุความร้อนจำเพาะของวัตถุชิ้นที่หนึ่งเป็น 4 เท่าของวัตถุชิ้นที่สอง แต่ความจุความร้อนของวัตถุทั้งสองชิ้นเท่ากัน มวลของวัตถุชิ้นที่หนึ่งจะเป็นกี่เท่าของวัตถุชิ้นที่สอง?

Answer : $\frac{1}{4}$

Problem 10.48

น้ำร้อน 50 g อุณหภูมิ 80 °C ผสมกับน้ำอุ่นอุณหภูมิ 20 °C หลังจากผสมกันจนสมดุลความร้อน ปรากฏว่าอุณหภูมิของน้ำอุ่นเพิ่มขึ้น 25% มวลของน้ำอุ่นเป็นเท่าใด?

Answer : 0.55 kg

Problem 10.49

น้ำแข็งมวล 50 g อุณหภูมิ 0°C ผสมกับไอน้ำมวล 10 g อุณหภูมิ 100°C ระบบดังกล่าวจะสมดุลที่อุณหภูมิเท่าใด (กำหนดให้ความร้อนแฝงจำเพาะของการหลอมเหลวของน้ำ เท่ากับ 80 kcal/kg , ความร้อนแฝงจำเพาะในการกลายเป็นไอน้ำ เท่ากับ 540 kcal/kg และ ความจุความร้อนจำเพาะของน้ำ เท่ากับ $1\text{ kcal/kg}^{\circ}\text{C}$)?

Answer : 40°C **Problem 10.50**

ก้อนโลหะมวล 0.0500 kg มีอุณหภูมิ 200°C มีค่าความจุความร้อนจำเพาะ $453\text{ J/kg}^{\circ}\text{C}$ เมื่อนำก้อนโลหื่อดังกล่าวใส่ลงในของเหลวมวล 0.400 kg มีอุณหภูมิ 20.0°C มีค่าความจุความร้อนจำเพาะ $4,186\text{ J/kg}^{\circ}\text{C}$ จงหาว่าก้อนโลหะและของเหลวมีอุณหภูมิสุดท้ายเป็นเท่าใด?

ความร้อนและแก๊ส (Heat and Gases)

Answer : 22.4 °C

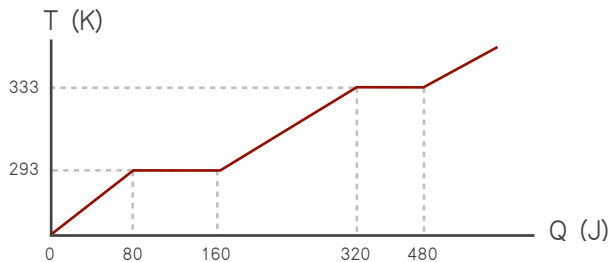
Problem 10.51

จงหามวลของไอน้ำซึ่งมีอุณหภูมิ 130 °C ที่ทำให้น้ำมวล 200 g และแก้วมวล 100 g มีอุณหภูมิเปลี่ยนจาก 20.0 °C เป็น 50.0 °C เมื่อค่าความจุความร้อนจำเพาะของไอน้ำ เท่ากับ $2.01 \times 10^3 \text{ J/kg} \cdot ^\circ\text{C}$, ค่าความจุความร้อนจำเพาะของน้ำ เท่ากับ $4.19 \times 10^3 \text{ J/kg} \cdot ^\circ\text{C}$, ค่าความจุความร้อนของแก้ว เท่ากับ $837 \text{ J/kg} \cdot ^\circ\text{C}$ และค่าความร้อนแฝงในการระเหยของน้ำเท่ากับ $2.26 \times 10^6 \text{ J/kg}$?

Answer : 10.9 g

Problem 10.52

กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างอุณหภูมิ (T) กับพลังงานความร้อนที่ให้เข้าไปกับวัตถุซึ่งมีมวล 1.00 kg ความร้อนแฝงในการกลายเป็นไอของวัตถุดังกล่าวเป็นเท่าใด?



Answer : 160 J/kg

Problem 10.53

ของเหลวชนิดที่ 1 มีมวลเป็น 2 เท่าของของเหลวชนิดที่ 2 และของเหลวชนิดที่ 1 มีความจุความร้อนจำเพาะเป็น 4 เท่าของของเหลวชนิดที่ 2 ก่อนนำมาผสมกันของเหลวชนิดที่ 2 มีอุณหภูมิ 16°C หลังจากผสมกันแล้วของเหลวทั้งสองชนิดมีอุณหภูมิ 40°C ถ้าการผสมกันของของเหลวทั้งสองไม่มีการเกิดปฏิกิริยาทางเคมี อุณหภูมิของของเหลวชนิดที่ 1 ก่อนผสมเป็นเท่าใด?

Answer : 43°C

Problem 10.54

ของเหลวชนิดหนึ่งหลังจากต้มจนเดือด ยังคงได้รับความร้อนต่อไปอีก 10 นาที ส่งผลให้ของเหลวดังกล่าวกลายเป็นไอ 2.0 g ถ้าอุปกรณ์ทำความร้อนให้ของเหลวมีกำลัง 20 W และของเหลวได้รับความร้อน 40% ความร้อนแฝงในการกลายเป็นไอของของเหลวดังกล่าวเป็นเท่าใด?

Answer : 2.4 MJ/kg

Problem 10.55

แผงโซลาร์เซลล์ขนาด 4 m^2 รับแสงอาทิตย์ความเข้มเฉลี่ย 420 W/m^2 และมีประสิทธิภาพ 25% สำหรับการเปลี่ยนพลังงานดังกล่าวมาเป็นความร้อน ถ้าต้องการทำให้น้ำ 100 L มีอุณหภูมิเพิ่มจาก 30°C ไปเป็น 48°C จะต้องใช้เวลาในการต้มน้ำดังกล่าวนานเท่าใด เมื่อค่าความจุความร้อนจำเพาะของน้ำเท่ากับ $4.2 \text{ kJ/kg}^\circ\text{C}$ และความหนาแน่นของน้ำเท่ากับ $1,000 \text{ kg/m}^3$?

Answer : 5 hr

Problem 10.56

ภาชนะทรงกระบอกความจุความร้อน 100 J/K ยาว 30.0 cm บรรจุโลหะทรงกลมมวล 100 g ความจุความร้อนจำเพาะ 470 J/kg·K ถ้าต้องการให้อุณหภูมิของภาชนะทรงกระบอกและโลหะทรงกลมมีอุณหภูมิเพิ่มขึ้น 1.00 °C จะต้องพลิกกลับภาชนะทรงกระบอกขึ้นลงให้โลหะทรงกลมเคลื่อนที่ขึ้นลงในทรงกระบอกดังกล่าวทั้งหมดกี่ครั้ง?

Answer : 500 ครั้ง

Problem 10.57

วัตถุซึ่งมีค่าความจุความร้อนจำเพาะ 130 J/kg·K อุณหภูมิ 30 °C ไถลจากหยุดหนึ่งจากความสูงจากพื้น 15 m ลงมาตามพื้นเอียง เมื่อถึงพื้นวัตถุมีอัตราเร็ว 5.0 m/s ถ้าพลังงานที่หายไปกลายเป็นความร้อนทั้งหมด วัตถุดังกล่าวจะมีอุณหภูมิเป็นเท่าใด?

ความร้อนและแก๊ส (Heat and Gases)

Answer : 31 °C

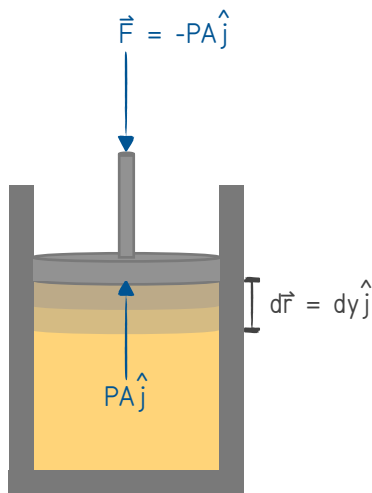
Problem 10.58

ออกแรง 50 N ในแนวราบดันวัตถุมวล 10 kg มีค่าความจุความร้อนจำเพาะ 100 J/kg·K อุณหภูมิ 30 °C ทำให้วัตถุดังกล่าวเคลื่อนที่ตามแนวราบด้วยความเร่งคงที่ เมื่อวัตถุเคลื่อนที่เป็นระยะทาง 50 m วัตถุมีอัตราเร็ว 10 m/s ถ้าพลังงานสูญเสียไปเป็นความร้อนทั้งหมด วัตถุดังกล่าวมีอุณหภูมิเป็นเท่าใด?

Answer : 32 °C

งานในกระบวนการทางอุณหพลศาสตร์ (Work in Thermodynamic Processes)

พิจารณาลูกสูบซึ่งมีพื้นที่หน้าตัดคงที่ A มีปริมาตรภายในลูกสูบ V_0 มีความดันภายใน P คงที่ ทำให้มีแรงดันเนื่องจากแก๊สขนาด PA คงที่มากกระทำกับลูกสูบ และมีแรงภายนอกขนาด $F = PA$ มากกระทำกับลูกสูบ เมื่อเวลาผ่านไปแก๊สในลูกสูบได้ขยายตัวดันลูกสูบขึ้นอย่างช้าๆ (Quasi-Static Process : กระบวนการกึ่งสถิต) จนประมาณได้ว่าลูกสูบมีความเร็วคงที่ โดยลูกสูบขยับขึ้นมาเป็นระยะ dy จนทำให้ปริมาตรเปลี่ยนไปเป็น V ดังรูปด้านล่าง



พิจารณางานที่แรงภายนอกกระทำกับระบบ

จาก

$$W = \int \vec{F} \cdot d\vec{r}$$

$$W = \int (-PA \hat{j}) \cdot (dy \hat{j})$$

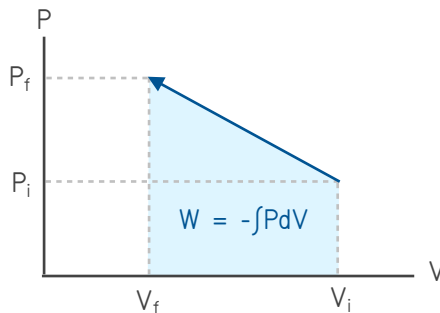
$$W = -\int P A dy$$

$$W = -\int P dV \quad ; \quad dV = A dy$$



งานในกระบวนการทางอุณหพลศาสตร์

งาน (Work ; W [J, $\text{kg}\cdot\text{m}^2/\text{s}^2$])



$$W = -\int P dV = -(\text{พื้นที่ใต้กราฟ } P \text{ กับ } V)$$

P คือ ความดัน

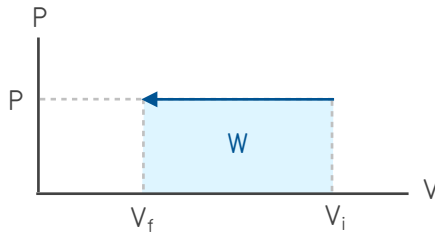
dV คือ ปริมาตรที่เปลี่ยนไปเล็กน้อย

เมื่อปริมาตรลดลง ($dV < 0$) จะได้ $W > 0$ (งานที่ทำโดยแก๊สภายในลูกสูบเป็นบวก) คือ สิ่งแวดล้อมทำงานให้กับระบบ หรือ ระบบได้รับงานจากสิ่งแวดล้อม

เมื่อปริมาตรเพิ่มขึ้น ($dV > 0$) จะได้ $W < 0$ (งานที่ทำโดยแก๊สภายในลูกสูบเป็นลบ) คือ ระบบทำงานให้กับสิ่งแวดล้อม หรือ ระบบเสียงานให้กับสิ่งแวดล้อม

ความร้อนและแก๊ส (Heat and Gases)

ในกรณีที่ความดันคงที่



$$W = -P\Delta V$$

P คือ ความดัน

ΔV คือ ปริมาตรที่เปลี่ยนไปของแก๊ส

Problem 10.59

แก๊สอุดมคติ 1.00 mol เริ่มต้นจากความดัน 1.013×10^5 Pa ที่อุณหภูมิ 273.15 K ถ้าแก๊สดังกล่าวขยายตัวในกระบวนการความดันคงที่จนปริมาตรเพิ่มขึ้นเป็นสองเท่าจากเดิม งานที่เกิดขึ้นกับแก๊สดังกล่าวเป็นเท่าใด?

Answer : -2.27 kJ

Problem 10.60

แก๊สอุดมคติเดิมมีปริมาตร 3 L อุณหภูมิ 27 °C เกิดการเปลี่ยนแปลงด้วยกระบวนการความดันคงที่ 2×10^5 Pa ทำให้อุณหภูมิเปลี่ยนไปเป็น 227 °C แก๊สดังกล่าวทำงานเท่าใด?

Answer : แก๊สทำงาน 0.4 kJ

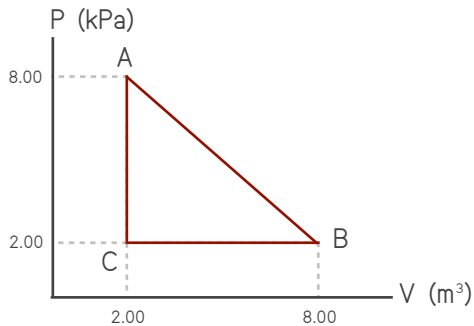
Problem 10.61 Challenge

แก๊สในอุดมคติขยายตัวช้ามาก จากปริมาตร 1.00 m^3 ไปเป็น 4.00 m^3 ด้วยความดัน $P = (6.00 \text{ atm/m}^6)V^2$ จงหาว่าระบบแก๊สนี้จะได้งานหรือเสียงานขนาดเท่าใด (กำหนดให้ $1 \text{ atm} = 1.013 \times 10^5 \text{ Pa}$)?

Answer : ระบบเสียงานขนาด 12.8 MJ

Problem 10.62

จากกราฟด้านล่างจงหาว่าระบบได้งานหรือเสียงานขนาดเท่าใด?

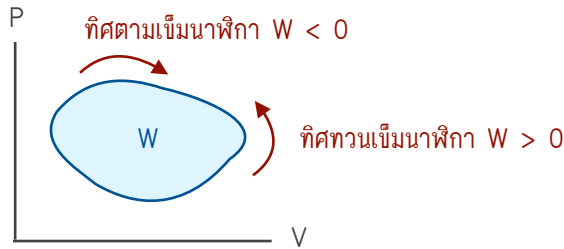


- เมื่อระบบเปลี่ยนจากจุด $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow A$?
- เมื่อระบบเปลี่ยนจากจุด $A \rightarrow C \rightarrow B \rightarrow A$?

Answer : a) ระบบเสียงาน 18.0 kJ and b) ระบบได้งาน 18.0 kJ

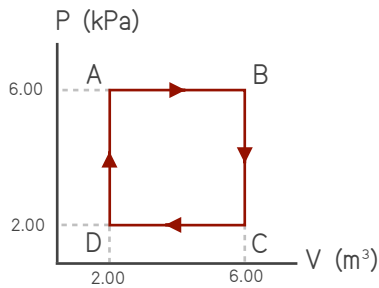


งานในกระบวนการทางอุณหพลศาสตร์เท่ากับพื้นที่ว่างของกราฟ P กับ V



Problem 10.63

จากกราฟด้านล่าง ระบบเปลี่ยนจากจุด $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow A$ จงหาว่าระบบแก๊สนี้จะได้งานหรือเสียงานขนาดเท่าใด?



Answer : ระบบเสียงาน 16.0 kJ

กฎข้อหนึ่งของอุณหพลศาสตร์ (The First Law of Thermodynamics)



กฎข้อหนึ่งของอุณหพลศาสตร์ (The First Law of Thermodynamics)

$$\Delta U = Q + W$$

ΔU คือ การเปลี่ยนแปลงพลังงานภายในระบบ

Q คือ ความร้อนที่ถ่ายเทเข้าสู่ระบบ

W คือ งานที่กระทำให้กับระบบ

$\Delta U > 0$ คือ พลังงานภายในของระบบเพิ่มขึ้น

$\Delta U < 0$ คือ พลังงานภายในของระบบลดลง

$Q > 0$ คือ ความร้อนถ่ายเทเข้าสู่ระบบ

$Q < 0$ คือ ความร้อนถ่ายเทออกจากระบบ

$W > 0$ คือ สิ่งแวดล้อมทำงานให้กับระบบ หรือระบบได้รับงานเข้ามา

$W < 0$ คือ ระบบทำงานให้กับสิ่งแวดล้อม หรือระบบเสียงานออกไป



Problem 10.64

แก๊สในอุดมคติได้รับความร้อน 2,000 Cal ส่งผลให้พลังงานภายในระบบเพิ่มขึ้น 5,030 J แก๊สดังกล่าวได้งานหรือเสียงานเท่าใด (กำหนดให้ $1 \text{ Cal} = 4.19 \text{ J}$)?

Answer : แก๊สเสียงาน (ทำงาน) 3,350 J

Problem 10.65

ระบบได้รับความร้อน 100 kJ และระบบขยายตัวทำงาน 30 kJ ภายในเวลา 1.0 นาที พลังงานภายในของระบบเพิ่มขึ้นหรือลดลงเท่าใด??

Answer : พลังงานภายในของระบบเพิ่มขึ้น 70 kJ

Problem 10.66

ออกแรงดันลูกสูบภายใต้กระบวนการอุณหภูมิคงที่ ส่งผลให้ลูกสูบเคลื่อนที่เป็นระยะ 0.05 m และลูกสูบคายความร้อนออกมา 20 J แรงดังกล่าวมีขนาดเท่าใด?

Answer : 0.4 kN

Problem 10.67

ให้ความร้อน 500 J กับระบบแก๊สในอุดมคติภายใต้กระบวนการความดันคงที่ 1.00×10^5 Pa ทำให้พลังงานจลน์ของโมเลกุลแก๊สทั้งหมดเพิ่มขึ้น 300 J ปริมาตรของแก๊สดังกล่าวเพิ่มขึ้นเท่าใด?

Answer : $2.00 \times 10^{-3} \text{ m}^3$ or 2.00 L

Problem 10.68

ให้งานกับระบบแก๊สในอุดมคติโมเลกุลเดี่ยว 25 kJ ภายใต้กระบวนการที่ไม่มีการถ่ายโอนความร้อน ทำให้อุณหภูมิของแก๊สเปลี่ยนจาก 27°C ไปเป็น 37°C แก๊สดังกล่าวมีจำนวนเท่าใด?

Answer : 0.20 mol

Problem 10.69

แก๊สในอุดมคติโมเลกุลเดี่ยวมีจำนวนเป็น 4.0 เท่าของ Avogadro's Number ถ้าแก๊สดังกล่าวอุณหภูมิเพิ่มขึ้น $1.0\text{ }^{\circ}\text{C}$ ภายใต้กระบวนการปริมาตรคงที่ จะต้องให้ความร้อนกับแก๊สดังกล่าวเท่าใด?

Answer : 50 J

Problem 10.70

แก๊สในอุดมคติโมเลกุลคู่ในสถานะปกติ 1 mol อุณหภูมิ $30\text{ }^{\circ}\text{C}$ ถูกบรรจุในลูกสูบ ความดัน $2 \times 10^5\text{ Pa}$ พื้นที่หน้าตัด 0.5 m^2 ถ้าให้พลังงานความร้อน 40 kJ ภายใต้กระบวนการความดันคงที่ ทำให้อุณหภูมิของแก๊สเพิ่มขึ้นเป็น $50\text{ }^{\circ}\text{C}$ ลูกสูบดังกล่าวเคลื่อนที่เป็นระยะเท่าใด?

Answer : 0.4 m

Problem 10.71

เครื่องทำความร้อนขนาด 10 W ให้ความร้อนกับแก๊สในอุดมคติโมเลกุลเดี่ยว จำนวน 1.0 mol ซึ่งบรรจุอยู่ในภาชนะปิดและแข็งแรงมาก ต้องใช้เวลาเท่าใด อุณหภูมิแก๊สจึงจะเปลี่ยนจาก 27 °C เป็น 67 °C?

Answer : 50 s

Problem 10.72

แก๊สโมเลกุลเดี่ยวในอุดมคติปริมาตร V ความดัน P ถ้าต้องการเพิ่มปริมาตรเป็นสองเท่า ภายใต้กระบวนการความดันคงที่ ต้องให้ความร้อนกับแก๊สเท่าใด?

Answer : $\frac{5}{2}PV$

Problem 10.73

ภายใต้กระบวนการความดันคงที่ เมื่อให้ความร้อนกับแก๊สโมเลกุลเดี่ยวในอุดมคติ ความร้อนดังกล่าวจะเปลี่ยนไปเป็นพลังงานภายในกี่เปอร์เซ็นต์ และเปลี่ยนไปเป็นงานกี่เปอร์เซ็นต์?

Answer : เปลี่ยนไปเป็นพลังงานภายใน 60% และเปลี่ยนไปเป็นงาน 40%

Problem 10.74

แก๊สโมเลกุลเดี่ยวในอุดมคติจำนวน 2,000 mol ความดัน 1.00×10^5 Pa เมื่อให้ความร้อน 1.00×10^5 J ภายใต้กระบวนการความดันคงที่ ทำให้ปริมาตรของแก๊สเพิ่มขึ้น 0.200 m^3 อุณหภูมิของแก๊สดังกล่าวเพิ่มขึ้นเท่าใด?

ความร้อนและแก๊ส (Heat and Gases)

Answer : 3.2 K

Problem 10.75

แก๊สโมเลกุลเดี่ยวในอุดมคติจำนวน n mol และมีมวลเท่ากับ m kg เมื่อให้ความร้อนภายใต้กระบวนการปริมาตรคงที่ ค่าความจุความร้อนจำเพาะของแก๊สดังกล่าวเป็นเท่าใด?

Answer : $\frac{3nR}{2m}$

ความร้อนและแก๊ส (Heat and Gases)

กระบวนการปริมาตรคงที่ (Isovolumetric Process or Isochoric Process)

พิจารณากระบวนการปริมาตรคงที่ ($\Delta V = 0$)

$$\text{สมการแก๊สในอุดมคติ} \quad \frac{P_2}{T_2} = \frac{P_1}{T_1} = \frac{nR}{V} = \frac{Nk}{V^B} = \text{คงที่}$$

การเปลี่ยนแปลงพลังงานภายในของระบบ

$$\Delta U = n\left(\frac{d}{2}\right)R\Delta T = nc_V\Delta T \quad ; \quad c_V = \frac{d}{2}R$$

งานที่กระทำต่อระบบ

$$W = -\int PdV = 0 \quad ; \quad dV = 0$$

ความร้อนที่ถ่ายเทสู่ระบบ

$$\text{จาก} \quad \Delta U = Q + W$$

$$\Delta U = Q + 0 \quad ; \quad W = 0$$

$$Q = \Delta U$$

$$\therefore \quad Q = nc_V\Delta T$$

c_V คือ ค่าความจุความร้อนจำเพาะเชิงโมล (Molar Specific Heat) ในกรณีที่ปริมาตรคงที่



ความร้อนและแก๊ส (Heat and Gases)

กระบวนการความดันคงที่ (Isobaric Process)

พิจารณากระบวนการความดันคงที่ ($\Delta P = 0$)

$$\text{สมการแก๊สในอุดมคติ} \quad \frac{V_2}{T_2} = \frac{V_1}{T_1} = \frac{nR}{P} = \frac{Nk_B}{P} = \text{คงที่}$$

การเปลี่ยนแปลงพลังงานภายในของระบบ

$$\Delta U = nc_V \Delta T \quad ; \quad c_V = \frac{d}{2}R$$

งานที่กระทำต่อระบบ

$$W = -\int PdV$$

$$W = -P \int dV$$

$$W = -P\Delta V$$

ความร้อนที่ถ่ายเทสู่ระบบ

$$\text{จาก} \quad \Delta U = Q + W$$

$$\Delta U = Q - P\Delta V \quad ; \quad W = -P\Delta V$$

$$Q = nc_V \Delta T + P\Delta V \quad ; \quad \Delta U = nc_V \Delta T$$

$$Q = nc_V \Delta T + nR\Delta T \quad ; \quad P\Delta V = nR\Delta T$$

$$Q = n(c_V + R)\Delta T$$

$$Q = nc_P \Delta T \quad ; \quad c_P = c_V + R$$

c_P คือ ค่าความจุความร้อนจำเพาะเชิงโมล (Molar Specific Heat) ในกรณีที่ความดันคงที่

ความร้อนและแก๊ส (Heat and Gases)

กระบวนการอุณหภูมิคงที่ (Isothermal Process)

พิจารณากระบวนการอุณหภูมิคงที่ ($\Delta T = 0$)

$$\text{สมการแก๊สในอุดมคติ} \quad P_2 V_2 = P_1 V_1 = nRT = Nk_B T = \text{คงที่}$$

การเปลี่ยนแปลงพลังงานภายในของระบบ

$$\Delta U = nc_v \Delta T = 0 \quad ; \quad \Delta T = 0$$

งานที่กระทำต่อระบบ

$$W = -\int P dV$$

$$W = -\int \frac{nRT}{V} dV$$

$$W = -nRT \int_{V_1}^{V_2} \frac{1}{V} dV$$

$$W = -nRT \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right)$$

ความร้อนที่ถ่ายเทสู่ระบบ

$$\text{จาก} \quad \Delta U = Q + W$$

$$0 = Q + W \quad ; \quad \Delta U = 0$$

$$Q = -W$$

$$Q = nRT \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right) \quad ; \quad W = -nRT \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right)$$

ความร้อนและแก๊ส (Heat and Gases)

กระบวนการไม่มีการถ่ายโอนความร้อน (Adiabatic Process)

พิจารณากระบวนการไม่มีการถ่ายโอนความร้อน ($Q = 0$)

สมการแก๊สในอุดมคติ
$$\frac{P_2 V_2}{T_2} = \frac{P_1 V_1}{T_1} = nR = Nk_B = \text{คงที่}$$

การเปลี่ยนแปลงพลังงานภายในของระบบ

$$\Delta U = nc_V \Delta T \quad ; \quad c_V = \frac{d}{2}R$$

ความร้อนที่ถ่ายเทสู่ระบบ

$$Q = 0 \quad ; \quad \text{Adiabatic Process}$$

งานที่กระทำต่อระบบ

จาก
$$\Delta U = Q + W$$

$$\Delta U = 0 + W \quad ; \quad Q = 0$$

$$W = \Delta U$$

$$W = nc_V \Delta T \quad ; \quad \Delta U = nc_V \Delta T$$

จาก
$$PV = nRT$$

$$PdV + VdP = nRdT$$

$$\therefore \quad ndT = \frac{PdV + VdP}{R}$$

ความร้อนและแก๊ส (Heat and Gases)

จาก $W = \Delta U$

$$dW = dU$$

$$-PdV = nc_vdT$$

$$-PdV = ndTc_v$$

$$-PdV = \left(\frac{PdV + VdP}{R} \right) c_v$$

$$-RPdV = c_vPdV + c_vVdP$$

$$-(c_p - c_v)PdV = c_vPdV + c_vVdP$$

$$-c_pPdV + c_vPdV = c_vPdV + c_vVdP$$

$$-c_pPdV = c_vVdP$$

$$-\gamma PdV = VdP \quad ; \quad \gamma = \frac{c_p}{c_v}$$

$$\frac{dP}{P} = -\gamma \frac{dV}{V}$$

$$\int \frac{dP}{P} = -\gamma \int \frac{dV}{V}$$

$$\ln P = -\gamma \ln V + \text{Const.}$$

$$\ln P + \gamma \ln V = \text{Const.}$$

$$\ln P + \ln V^\gamma = \text{Const.}$$

$$\ln PV^\gamma = \text{Const.}$$

$$PV^\gamma = \text{New Const.}$$

$$\therefore P_2 V_2^\gamma = P_1 V_1^\gamma$$

ความร้อนและแก๊ส (Heat and Gases)

จาก

$$P_2 V_2^\gamma = P_1 V_1^\gamma$$

$$\left(\frac{nRT_2}{V_2}\right) V_2^\gamma = \left(\frac{nRT_1}{V_1}\right) V_1^\gamma \quad ; PV = nRT$$

$$T_2 V_2^{\gamma-1} = T_1 V_1^{\gamma-1}$$

จาก

$$W = nc_V \Delta T$$

$$W = nc_V (T_2 - T_1)$$

$$W = nc_V \left(\frac{P_2 V_2}{nR} - \frac{P_1 V_1}{nR} \right) \quad ; PV = nRT$$

$$W = c_V \left(P_1 \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^\gamma \frac{V_2}{R} - \frac{P_1 V_1}{R} \right) \quad ; P_2 V_2^\gamma = P_1 V_1^\gamma$$

$$W = c_V \frac{P_1 V_1}{R} \left(\left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma-1} - 1 \right)$$

$$W = \frac{P_1 V_1}{\gamma - 1} \left(\left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma-1} - 1 \right) \quad ; \gamma = \frac{c_P}{c_V} = 1 + \frac{R}{c_V}$$

จาก

$$W = nc_V \Delta T$$

$$W = nc_V (T_2 - T_1)$$

$$W = nc_V \left(\frac{P_2 V_2}{nR} - \frac{P_1 V_1}{nR} \right) \quad ; PV = nRT$$

$$W = c_V \left(\frac{P_2 V_2}{R} - P_2 \left(\frac{V_2}{V_1} \right)^\gamma \frac{V_1}{R} \right) \quad ; P_2 V_2^\gamma = P_1 V_1^\gamma$$

$$W = c_V \frac{P_2 V_2}{R} \left(1 - \left(\frac{V_2}{V_1} \right)^{\gamma-1} \right)$$

$$W = \frac{P_2 V_2}{\gamma - 1} \left(1 - \left(\frac{V_2}{V_1} \right)^{\gamma-1} \right) \quad ; \gamma = \frac{c_P}{c_V} = 1 + \frac{R}{c_V}$$

ความร้อนและแก๊ส (Heat and Gases)

จาก

$$W = nc_V \Delta T$$

$$W = nc_V(T_2 - T_1)$$

$$W = nc_V \left(\frac{P_2 V_2}{nR} - \frac{P_1 V_1}{nR} \right) \quad ; PV = nRT$$

$$W = \frac{P_2 V_2 - P_1 V_1}{\gamma - 1} \quad ; \gamma = \frac{c_P}{c_V} = 1 + \frac{R}{c_V}$$



ความร้อนและแก๊ส (Heat and Gases)



สรุปทั้ง 4 กระบวนการ

Process	Isovolumetric (Isochoric)	Isobaric	Isothermal	Adiabatic
Meaning	$\Delta V = 0$	$\Delta P = 0$	$\Delta T = 0$	$Q = 0$
Ideal Gas	$\frac{P_2}{T_2} = \frac{P_1}{T_1}$	$\frac{V_2}{T_2} = \frac{V_1}{T_1}$	$P_2 V_2 = P_1 V_1$	$\frac{P_2 V_2}{T_2} = \frac{P_1 V_1}{T_1}$ $P_2 V_2^\gamma = P_1 V_1^\gamma$ $T_2 V_2^{\gamma-1} = T_1 V_1^{\gamma-1}$
ΔU	$nc_V \Delta T$	$nc_V \Delta T$	0	$nc_V \Delta T$
W	0	$-P \Delta V$	$-nRT \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right)$	$\Delta U = nc_V \Delta T$ $\frac{P_2 V_2 - P_1 V_1}{\gamma - 1}$ $\frac{P_1 V_1}{\gamma - 1} \left(\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1} - 1 \right)$ $\frac{P_2 V_2}{\gamma - 1} \left(1 - \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{\gamma-1} \right)$
Q	$\Delta U = nc_V \Delta T$	$nc_P \Delta T$	$-W = nRT \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right)$	0
1 st Law	$\Delta U = Q$	$\Delta U = Q + W$	$0 = Q + W$	$\Delta U = W$

$$c_V = \frac{d}{2}R$$

$$c_P = c_V + R = \left(\frac{d+2}{2}\right)R$$

$$\gamma = \frac{c_P}{c_V} = 1 + \frac{R}{c_V} = 1 + \frac{2}{d} = \frac{d+2}{d}$$

Problem 10.76 Challenge

แก๊สในอุดมคติ 1.00 mol ถูกเก็บไว้ที่อุณหภูมิคงที่ 0 °C ถ้าแก๊สดังกล่าวขยายตัวจาก 3.00 L เป็น 10.0 L จงหา

- งานที่เกิดขึ้นกับระบบ?
- ความร้อนที่ถูกถ่ายเทให้ระบบ?
- งานที่เกิดขึ้นเมื่อปริมาตรหดกลับมาเท่าเดิมด้วยกระบวนการความดันคงที่?

Answer : a) 2.73 kJ, b) 2.73 kJ and c) 1.59 kJ

Problem 10.77 Challenge

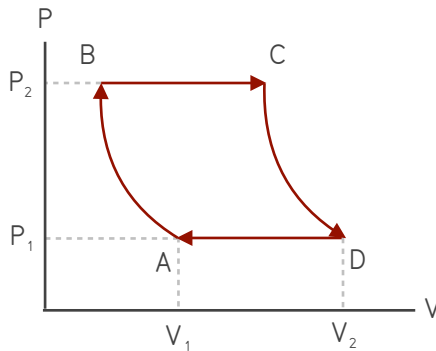
ทองแดงมวล 1.00 kg อยู่ที่ความดันบรรยากาศคงที่ (1.013×10^5 Pa) ถ้าอุณหภูมิเพิ่มขึ้นจาก 20.0°C เป็น 50.0°C โดยความหนาแน่นของทองแดงที่อุณหภูมิ 20.0°C เท่ากับ 8.92×10^3 kg/m³, ค่าความจุความร้อนจำเพาะของทองแดงเท่ากับ 387 J/kg $\cdot^\circ\text{C}$ และ ค่าสัมประสิทธิ์การขยายตัวเชิงเส้นเฉลี่ยของทองแดงเท่ากับ 17×10^{-6} $^\circ\text{C}^{-1}$ จงหา

- งานที่เกิดขึ้นกับทองแดง?
- ความร้อนที่ถ่ายเทให้กับทองแดง?
- การเปลี่ยนแปลงพลังงานภายในของทองแดง?

Answer : a) -17 mJ, b) 11.6 kJ and c) 11.6 kJ

Problem 10.78 Challenge

จากแผนภาพ PV ดังรูปด้านล่าง ถ้าจาก A ไป B เป็นกระบวนการอุณหภูมิคงที่, B ไป C เป็นกระบวนการความดันคงที่, C ไป D เป็นกระบวนการอุณหภูมิคงที่ และจาก D เป็น A เป็นกระบวนการความดันคงที่ จงแสดงว่างานที่เกิดขึ้นใน 1 รอบเป็นไปตามสมการ $W = -P_1(V_2 - V_1)\ln\left(\frac{P_2}{P_1}\right)$?



ความร้อนและแก๊ส (Heat and Gases)

Problem 10.79 Challenge

แก๊สในอุดมคติโมเลกุลเดี่ยวขนาด 2.00 mol มีความดัน 100 kPa มีอุณหภูมิ 300 K ถ้าแก๊สดังกล่าวเปลี่ยนแปลงแบบ Adiabatic จนมีความดันเป็น 120 kPa จงหา

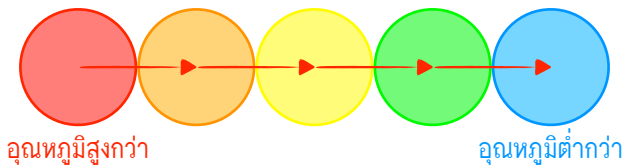
- ปริมาตรตอนเริ่มต้น?
- ปริมาตรตอนสุดท้าย?
- อุณหภูมิตอนสุดท้าย?
- การเปลี่ยนแปลงพลังงานภายในของระบบ?
- ความร้อนที่ถ่ายเทสู่ระบบ?
- งานที่เกิดขึ้นกับระบบ?

ความร้อนและแก๊ส (Heat and Gases)

ความร้อนและแก๊ส (Heat and Gases)

Answer : a) 0.0499 m^3 , b) 0.0447 m^3 , c) 323 K ,
d) 573 J , e) 0 J and f) 573 J

การนำความร้อน (Thermal Conduction) คือ การส่งความร้อนต่อไปเรื่อยๆ จากบริเวณที่มีอุณหภูมิสูงกว่าไปยังบริเวณที่มีอุณหภูมิต่ำกว่า



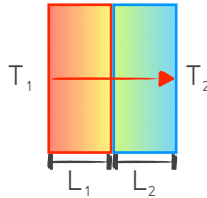
A 3D diagram of a rectangular element. The front face is a square with side length dx , indicated by a dimension line at the bottom. The depth of the element is labeled A . A red arrow points from the left face towards the right face, representing a flow direction. To the left of the element, the text "อุณหภูมิสูงกว่า" (Higher temperature) is written in red. To the right of the element, the text "อุณหภูมิต่ำกว่า" (Lower temperature) is written in blue.

$$\mathcal{Q} = kA \left| \frac{dT}{dx} \right|$$

dx คือ ระยะทางช่วงเล็กๆ ในการส่งผ่านความร้อน

ความร้อนและแก๊ส (Heat and Gases)

พิจารณาในกรณีที่วัตถุพื้นที่หน้าตัด A หนา L_1 สัมประสิทธิ์การนำความร้อน k_1 ติดกับวัตถุพื้นที่หน้าตัด A หนา L_2 สัมประสิทธิ์การนำความร้อน k_2 โดยที่อุณหภูมิด้านหนึ่งเป็น T_1 และอีกด้านหนึ่งเป็น T_2 ($T_1 > T_2$) ดังรูปด้านล่าง



พิจารณากำลังการนำความร้อนบริเวณรอยต่อของวัตถุทั้งสองจะต้องเท่ากัน
จะได้

$$\mathcal{Q}_1 = \mathcal{Q}_2$$

$$k_1 A \left(\frac{T_1 - T}{L_1} \right) = k_2 A \left(\frac{T - T_2}{L_2} \right)$$

$$k_1 A L_2 T_1 - k_1 A L_2 T = k_2 A L_1 T - k_2 A L_1 T_2$$

$$(k_2 L_1 + k_1 L_2) T = k_1 L_2 T_1 + k_2 L_1 T_2$$

$$T = \frac{k_1 L_2 T_1 + k_2 L_1 T_2}{k_2 L_1 + k_1 L_2}$$

แทนที่เข้าไปใน $\mathcal{Q}_1$ จะได้

$$\mathcal{Q}_1 = \frac{k_1 A}{L_1} \left(T_1 - \frac{k_1 L_2 T_1 + k_2 L_1 T_2}{k_2 L_1 + k_1 L_2} \right)$$

$$\mathcal{Q}_1 = \frac{k_1 A}{L_1 (k_2 L_1 + k_1 L_2)} (k_2 L_1 T_1 + k_1 L_2 T_1 - k_1 L_2 T_1 - k_2 L_1 T_2)$$

$$\mathcal{Q}_1 = \frac{k_1 k_2 A}{(k_2 L_1 + k_1 L_2)} (T_1 - T_2)$$

ความร้อนและแก๊ส (Heat and Gases)

$$\mathcal{Q}_1 = \frac{A(T_1 - T_2)}{\frac{L_1}{k_1} + \frac{L_2}{k_2}}$$

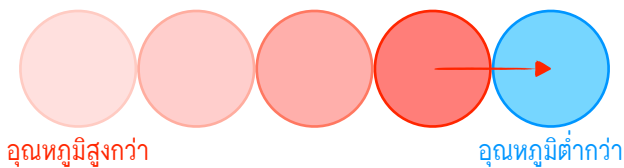
$$\mathcal{Q}_1 = \frac{A}{\Sigma R}(T_1 - T_2) \quad ; R = \frac{L}{k}$$

∴ ในกรณีที่มีวัตถุหลายชั้น จะได้ $\mathcal{Q} = \frac{A}{\Sigma R}(T_h - T_c)$; $R = \frac{L}{k}$

T_h คือ อุณหภูมิของหน้าตัดที่มีอุณหภูมิสูงกว่า

T_c คือ อุณหภูมิของหน้าตัดที่มีอุณหภูมิต่ำกว่า

การพาความร้อน (Convection) คือ การส่งต่อความร้อนจากบริเวณที่มีอุณหภูมิสูงกว่าไปยังบริเวณที่มีอุณหภูมิต่ำกว่า โดยที่ตัวกลางหนึ่งถ่ายเทความร้อนให้อีกตัวกลางหนึ่งผ่านการสัมผัสโดยไม่ผ่านตัวกลางอื่น



ความร้อนและแก๊ส (Heat and Gases)

การแผ่รังสีความร้อน (Radiation) คือ การส่งต่อความร้อนจากบริเวณที่อุณหภูมิสูงกว่าไปยังบริเวณที่มีอุณหภูมิต่ำกว่า โดยไม่ผ่านตัวกลางอื่นๆ และตัวกลางทั้งสองไม่สัมผัสกัน



กฎของสเตฟาน (Stefan's Law)

$$Q = \sigma A e T^4$$

Q คือ กำลังในการแผ่รังสี

σ คือ Stefan's Constant $\approx 5.6696 \times 10^{-8} \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}^4$

A คือ พื้นที่ผิวของวัตถุ

e คือ ความสามารถในการแผ่รังสี (Emissivity)

T คือ อุณหภูมิที่พื้นผิววัตถุในหน่วย K

เมื่อพิจารณาสิ่งแวดล้อมมีอุณหภูมิ T_s และวัตถุมีอุณหภูมิ T เมื่อ $T > T_s$ วัตถุจะถ่ายเทพลังงานออกมาด้วยการแผ่รังสีในอัตรา (กำลังในการแผ่รังสี)

$$Q = \sigma A e (T^4 - T_s^4)$$

ข้อสังเกต

การถ่ายโอนความร้อนเกิดขึ้นได้โดยการนำความร้อน การพาความร้อน และการแผ่รังสีความร้อน ซึ่งสามารถเกิดขึ้นพร้อมกันได้

ความร้อนจะถ่ายโอนจากบริเวณที่มีอุณหภูมิสูงไปยังบริเวณที่มีอุณหภูมิต่ำ และหยุดถ่ายโอนเมื่ออุณหภูมิของทั้งสองบริเวณเท่ากัน

Problem 10.80 Challenge

หน้าต่างพื้นที่ 5.00 m^2 ประกอบด้วยกระจกสองแผ่น หนาแผ่นละ 4.00 mm ถ้าระหว่างแผ่นกระจกมีช่องว่างเป็นระยะ 5.00 mm และมีอากาศแทรกอยู่ในช่องว่างดังกล่าว เมื่อด้านในห้องมีอุณหภูมิ 25.0°C และด้านนอกห้องมีอุณหภูมิ 30.0°C จงหาอัตราการถ่ายโอนความร้อนโดยการนำความร้อนจากนอกห้องเข้ามาสู่ในห้อง เมื่อ สัมประสิทธิ์การนำความร้อนของแผ่นกระจก เท่ากับ $0.800 \text{ W/m}\cdot^\circ\text{C}$ และสัมประสิทธิ์การนำความร้อนของอากาศ เท่ากับ $0.0234 \text{ W/m}\cdot^\circ\text{C}$?

Answer : 112 W

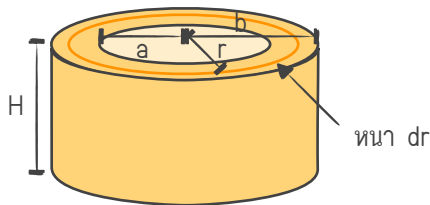
Problem 10.81 Challenge

บ่อน้ำอุณหภูมิ $0\text{ }^{\circ}\text{C}$ ถูกปกคลุมด้วยชั้นของน้ำแข็งหนา 4.00 cm ถ้าอุณหภูมิของอากาศคงที่เท่ากับ $10.0\text{ }^{\circ}\text{C}$ จงหาระยะเวลาที่ทำให้น้ำแข็งหนาขึ้นเป็น 8.00 cm (ค่าความร้อนแฝงในการหลอมเหลวของน้ำแข็ง เท่ากับ $3.33 \times 10^5\text{ J/kg}$, ความหนาแน่นของน้ำแข็ง เท่ากับ 917 kg/m^3 และสัมประสิทธิ์การนำความร้อนของน้ำแข็ง เท่ากับ $2.00\text{ W/m}\cdot^{\circ}\text{C}$)?

Answer : $3.66 \times 10^4\text{ s}$ or 10.2 hr

Problem 10.82 Challenge

ทรงกระบอกกลวงสูง H ด้านในรัศมี a อุณหภูมิ T ด้านนอกรัศมี b อุณหภูมิ t ($T > t$) สัมประสิทธิ์การนำความร้อนของทรงกระบอกดังกล่าวเท่ากับ k จงหาอัตราการถ่ายโอนพลังงานด้วยการนำความร้อนจากด้านในสู่ด้านนอก?



$$\text{Answer : } \frac{2\pi kH(T - t)}{\ln(b/a)}$$

Problem 10.83 Challenge

ห้องนอนอุณหภูมิ 20.0°C และอุณหภูมิร่างกายโดยปกติประมาณ 37.0°C ถ้า
แก้ผ้านอนเป็นเวลา 10.0 นาที ร่างกายจะเสียพลังงานเท่าใด เมื่อผิวหนังมีความ
สามารถในการแผ่รังสี เท่ากับ 0.900 และพื้นที่ผิวของร่างกายประมาณ 1.50 m^2 ?

Answer : 85.8 kJ or 20.5 kcal

Problem 10.84 Challenge

พืชชำร้อนขนาดใหญ่มวล 4.00 kg รัศมี 35.0 cm หนา 2.00 cm มีอุณหภูมิประมาณ 90.0 °C มีค่าความสามารถในการแผ่รังสีประมาณ 0.800 และมีค่าความจุความร้อนจำเพาะประมาณ $2.50 \times 10^3 \text{ J/kg} \cdot ^\circ\text{C}$ ถ้าสมมติให้พืชชำดังกล่าวลอยอยู่นิ่งๆ ในอากาศซึ่งมีอุณหภูมิ 30.0 °C จงหา

- อัตราการสูญเสียพลังงานของพืชชำดังกล่าว?
- อัตราการเปลี่ยนแปลงอุณหภูมิของพืชชำดังกล่าว?

Answer : a) 330 W and b) 0.0330 °C/s

เอนโทรปี (Entropy) [Additional]

สถานะจุลภาค (Microstate) คือ แต่ละเหตุการณ์ที่เป็นไปได้ที่ทำให้ความสนใจ

สถานะมหภาค (Macrostate) คือ เหตุการณ์ในภาพรวมที่ทำให้ความสนใจ

เช่น

Macrostate คือ ผลรวมของลูกเต๋า 6 หน้า 2 ลูก ที่รวมกันได้เท่ากับ 7

Microstate คือ (1,6), (2,5), (3,4), (4,3), (5,2), (6,1)

∴ Total Number of Microstate = 6

Macrostate คือ ผลรวมของลูกเต๋า 6 หน้า 2 ลูก ที่รวมกันได้เท่ากับ 4

Microstate คือ (1,3), (2,2), (3,1)

∴ Total Number of Microstate = 3

$$\begin{aligned} \text{ความน่าจะเป็น} \quad \Omega &= \frac{\text{จำนวนเหตุการณ์ที่สนใจ}}{\text{จำนวนเหตุการณ์ที่เป็นไปได้ทั้งหมด}} \\ \Omega &= \frac{w}{\Sigma w} \end{aligned}$$

เช่น โยนเหรียญหัวก้อย 2 เหรียญ เหตุการณ์ที่เป็นไปได้ คือ HT HH TH และ

TT คือ $\Sigma w = 4$

พิจารณาเหตุการณ์ที่ออกก้อยทั้ง 2 เหรียญ คือ $w = 1$

∴ ความน่าจะเป็นที่จะออกก้อยทั้ง 2 เหรียญ คือ $\Omega = \frac{w}{\Sigma w} = \frac{1}{4}$

ความร้อนและแก๊ส (Heat and Gases)

พิจารณาระบบโดดเดี่ยวของแก๊สจำนวน N โมเลกุล ซึ่งมีอุณหภูมิคงที่ T มีจำนวนเหตุการณ์ที่เป็นไปได้ทั้งหมดในสถานะของปริมาตรเท่ากับ τ

เริ่มต้นระบบมีปริมาตร V_0 ดังนั้น ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่ทำให้มีปริมาตรเท่ากับ V_0 คือ $\Omega_0 = \left(\frac{V_0}{\tau}\right)^N$

เมื่อระบบมีปริมาตรเปลี่ยนไปเป็น V ดังนั้น ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่ทำให้มีปริมาตรเท่ากับ V คือ $\Omega = \left(\frac{V}{\tau}\right)^N$

กำหนดให้ เอนโทรปี (Entropy) $S = k_B \ln \Omega$

เห็นได้ว่า เอนโทรปี (S) สัมพันธ์กับความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่เป็นไปได้ (Ω) เมื่อความน่าจะเป็นมีค่ามาก บ่งบอกว่ารูปแบบที่สามารถเกิดขึ้นได้นั้นมีจำนวนมาก จะทำให้ระบุความชัดเจนของรูปแบบให้แม่นยำได้ยาก เราจะมองการระบุระบบให้แม่นยำได้ยากนี้ว่าเป็นความไม่มีระเบียบ

$\therefore$ เอนโทรปีจึงสื่อถึงความไม่เป็นระเบียบของระบบ

พิจารณา $\Delta S = k_B \ln \Omega - k_B \ln \Omega_0$

$$\Delta S = k_B \ln \left(\frac{\Omega}{\Omega_0} \right)$$

$$\Delta S = k_B \ln \left(\frac{V_T}{V_0} \right)^N$$

$$\Delta S = N k_B \ln \left(\frac{V}{V_0} \right)$$

$$\Delta S = n N_A k_B \ln \left(\frac{V}{V_0} \right) \quad ; \quad N = n N_A$$

ความร้อนและแก๊ส (Heat and Gases)

$$\Delta S = nR \ln\left(\frac{V}{V_0}\right) \quad ; R = N_A k_B$$

$$T\Delta S = nRT \ln\left(\frac{V}{V_0}\right)$$

$$\text{ในกระบวนการอุณหภูมิคงที่ } Q = nRT \ln\left(\frac{V}{V_0}\right)$$

$$\therefore T\Delta S = Q$$

$$\Delta S = \frac{Q}{T}$$

สำหรับกระบวนการใดๆ จะได้

$$\Delta S = \int \frac{dQ}{T}$$



การเปลี่ยนแปลงเอนโทรปี

เอนโทรปี (Entropy ; S [J/K, $\text{kg}\cdot\text{m}^2/\text{s}^2\cdot\text{K}$]) คือ ปริมาณที่บ่งบอกถึงความไม่เป็นระเบียบของระบบ

การเปลี่ยนแปลงเอนโทรปี

$$\Delta S = \int \frac{dQ}{T}$$

ΔS คือ การเปลี่ยนแปลงของเอนโทรปี

dQ คือ การเปลี่ยนแปลงความร้อนในช่วงเล็กๆ

T คือ อุณหภูมิ

Problem 10.85 Challenge

น้ำมวล 500 g อุณหภูมิ 0 °C กลายเป็นน้ำแข็งอุณหภูมิ 0 °C จงหาการเปลี่ยนแปลงของเอนโทรปีในกระบวนการนี้ เมื่อ ค่าความร้อนแฝงในการละลายของน้ำ เท่ากับ 3.33×10^5 J/kg?

Answer : -610 J/K

Problem 10.86 Challenge

รถยนต์มวล 1,500 kg เคลื่อนที่ด้วยอัตราเร็ว 20.0 m/s คนขับเบรกรถที่อุณหภูมิคงที่ 30.0 °C จนรถหยุดนิ่ง จงหาการเปลี่ยนแปลงของเอนโทรปีที่เกิดขึ้นจากการเบรกรถดังกล่าว?

Answer : -990 J/K

Problem 10.87 Challenge

น้ำแข็งมวล 250 g อุณหภูมิ $-5.00\text{ }^{\circ}\text{C}$ ละลายเป็นน้ำอุณหภูมิ $30.0\text{ }^{\circ}\text{C}$ จงหาการเปลี่ยนแปลงของเอนโทรปีในกระบวนการนี้ เมื่อ ค่าความร้อนแฝงในการละลายของน้ำ เท่ากับ $3.33 \times 10^5\text{ J/kg}$, ค่าความจุความร้อนจำเพาะของน้ำแข็ง เท่ากับ $2,090\text{ J/kg}\cdot^{\circ}\text{C}$ และค่าความจุความร้อนจำเพาะของน้ำ เท่ากับ $4,186\text{ J/kg}\cdot^{\circ}\text{C}$?

Answer : 423 J/K

Problem 10.88 Challenge

แก๊ส H_2 1.00 mol เดิมปริมาตร V ถ้าแก๊สขยายตัวเพิ่มขึ้นเป็น $2V$ โดยที่อุณหภูมิคงที่ จงหาการเปลี่ยนแปลงของเอนโทรปีที่เกิดขึ้นในการขยายตัวของแก๊สดังกล่าว?

Answer : 5.76 J/K

Problem 10.89 Challenge

จงแสดงว่ากรณีทั่วไปของแก๊สในอุดมคติ เมื่อเปลี่ยนจากสถานะ (V_1, T_1) ไปยังสถานะ (V_2, T_2) จะได้ $\Delta S = nc_V \ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right) + nR \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right)$?



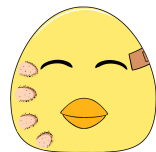
ตัวแปรสถานะ ตัวแปรส่งผ่าน กระบวนการผันกลับได้ และกระบวนการผันกลับไม่ได้

ตัวแปรสถานะ (State Variables) คือ ตัวแปรที่มีค่าไม่ขึ้นกับเส้นของการเปลี่ยนแปลง เช่น ความดัน (P), อุณหภูมิ (T), ปริมาตร (V), พลังงานภายใน (U) และ เอนโทรปี (S) เป็นต้น เมื่อการเปลี่ยนแปลงกลับมาสู่จุดเดิม (Cyclic Process) ค่าของตัวแปรสถานะจะกลับมาเท่าเดิม หรือกล่าวได้ว่าการเปลี่ยนแปลงของตัวแปรสถานะจะเท่ากับศูนย์ ($\Delta P = 0$, $\Delta T = 0$, $\Delta V = 0$, $\Delta U = 0$ และ $\Delta S = 0$)

ตัวแปรส่งผ่าน (Transfer Variables) คือ ตัวแปรที่มีค่าขึ้นกับเส้นของการเปลี่ยนแปลง เช่น ความร้อน (Q) และ งาน (W) เป็นต้น

กระบวนการผันกลับได้ (Reversible Process) คือ กระบวนการที่สามารถกลับมาเหมือนเดิมได้อย่างสมบูรณ์

กระบวนการผันกลับไม่ได้ (Irreversible Process) คือ กระบวนการที่ไม่สามารถกลับมาเหมือนเดิมได้อย่างสมบูรณ์



ความร้อนและแก๊ส (Heat and Gases)

พิจารณาระบบโดดเดี่ยวระบบหนึ่ง (เรียกว่า “จักรวาล”) ซึ่งประกอบด้วยระบบสองระบบ คือ ระบบที่มีอุณหภูมิ T_1 และ ระบบที่มีอุณหภูมิ T_2 โดยที่ $T_2 \geq T_1$ ณ เวลาเริ่มต้น ระบบทั้งสองยังไม่ได้มีการถ่ายโอนความร้อนระหว่างกัน ในเวลาต่อมา ระบบซึ่งมีอุณหภูมิ T_2 ได้ถ่ายโอนความร้อน Q มายังระบบอุณหภูมิ T_1 โดยที่อุณหภูมิของทั้งสองระบบยังคงเท่าเดิม



พิจารณาการเปลี่ยนแปลงเอนโทรปีของจักรวาลดังกล่าว

$$\Delta S_U = \Delta S_1 + \Delta S_2$$

$$\Delta S_U = \left(\frac{|Q|}{T_1} - 0\right) + \left(\frac{-|Q|}{T_2} - 0\right)$$

$$\Delta S_U = \frac{|Q|}{T_1} - \frac{|Q|}{T_2}$$

$$\Delta S_U = |Q| \left(\frac{T_2 - T_1}{T_1 T_2} \right)$$

$$\frac{T_1 T_2}{|Q|} \Delta S_U = T_2 - T_1$$

$$\frac{T_1 T_2}{|Q|} \Delta S_U \geq 0$$

$$; T_2 \geq T_1$$

$$\Delta S_U \geq 0$$



กฎข้อสองของอุณหพลศาสตร์ (มุมมองของเอนโทรปี)

การเปลี่ยนแปลงเอนโทรปีของจักรวาลจะต้องมีค่ามากกว่าหรือเท่ากับศูนย์เสมอ

$$\Delta S_U \geq 0$$

ในกรณีที่ $\Delta S_U = 0$ คือ กระบวนการที่สามารถเกิดขึ้นได้ และผันกลับได้

ในกรณีที่ $\Delta S_U > 0$ คือ กระบวนการที่สามารถเกิดขึ้นได้ แต่ผันกลับไม่ได้

ในกรณีที่ $\Delta S_U < 0$ คือ กระบวนการที่ไม่สามารถเกิดขึ้นได้

Problem 10.90 Challenge

อุณหภูมิตั้งที่ผิวดวงอาทิตย์ประมาณ 5,700 K และอุณหภูมิที่ผิวโลกประมาณ 290 K
ถ้ามองว่าดวงอาทิตย์และโลกอยู่ในระบบโดดเดี่ยว เป็นไปได้หรือไม่ที่ความร้อน
1,000 J จะถูกส่งจากโลกไปยังดวงอาทิตย์?

Answer : เป็นไปไม่ได้

Problem 10.91 Challenge

กระป๋องซึ่งทำจากวัสดุที่แข็งแรงมาก ๆ จนประมาณได้ว่าปริมาตรไม่มีการเปลี่ยนแปลง บรรจุแก๊สในอุดมคติโมเลกุลเดี่ยวขนาด 1.00 mol อุณหภูมิ 200 °C และความดัน 100 kPa ถ้านำกระป๋องดังกล่าวไปวางในแหล่งน้ำอุณหภูมิ 0 °C จนเข้าสู่สมดุลของอุณหภูมิ ถ้าแหล่งน้ำดังกล่าวมีขนาดใหญ่มาก ๆ จนประมาณได้ว่าอุณหภูมิของแหล่งน้ำจะไม่มีการเปลี่ยนแปลง จงหา

- ปริมาตรของแก๊สในกระป๋อง?
- งานที่กระทำกับแก๊สในกระป๋อง?
- พลังงานภายในของแก๊สที่เปลี่ยนไป?
- ความร้อนที่แก๊สคายออกไป?
- การเปลี่ยนแปลงของเอนโทรปีที่เกิดขึ้นกับแก๊ส?
- การเปลี่ยนแปลงของเอนโทรปีที่เกิดขึ้นกับแหล่งน้ำ?
- กระบวนการดังกล่าวสามารถเกิดขึ้นเองได้หรือไม่ ถ้าเกิดขึ้นเองได้สามารถผันกลับได้หรือไม่?

ความร้อนและแก๊ส (Heat and Gases)

ความร้อนและแก๊ส (Heat and Gases)

Answer : a) 0.0393 m^3 , b) 0 J , c) -2.49 kJ , d) -2.49 kJ ,
e) -6.85 J/K , f) 9.12 J/K and g) เกิดขึ้นเองได้ แต่ผันกลับไม่ได้

Problem 10.92 Challenge

พิจารณาการขยายตัวอย่างอิสระ (Free Expansion) คือ กล่องทึบซึ่งทำจากวัสดุที่ไม่ยอมให้ความร้อนผ่าน (Adiabatic Process) และมีปริมาตร V โดยที่กล่องดังกล่าวอยู่ในที่ซึ่งความดันเป็นศูนย์ และมีแก๊ส n โมล อุณหภูมิ T อยู่ในกล่องดังกล่าว แต่แก๊สดังกล่าวถูกเวมเมนต์กักให้อยู่ในปริมาตร V_0 โดยที่ $V_0 < V$ หลังจากนั้นเวมเมนต์ดังกล่าวได้เสื่อมลงจนไม่สามารถกักแก๊สไว้ได้ต่อไป (แก๊สยังคงอยู่ในกล่องทึบ) จงหา

- งานที่เกิดขึ้นกับแก๊ส?
- การเปลี่ยนแปลงพลังงานภายในของแก๊ส?
- อุณหภูมิของแก๊สหลังจากปริมาตรขยายตัว?
- การเปลี่ยนแปลงเอนโทรปีของแก๊สเมื่อปริมาตรขยายตัว?
- ปริมาตรของแก๊สสามารถหดกลับได้หรือไม่?

ความร้อนและแก๊ส (Heat and Gases)

Answer : a) 0 J, b) 0 J, c) T, d) $nR \ln\left(\frac{V}{V_0}\right)$

and e) ปริมาตรไม่สามารถหาค่ากลับ

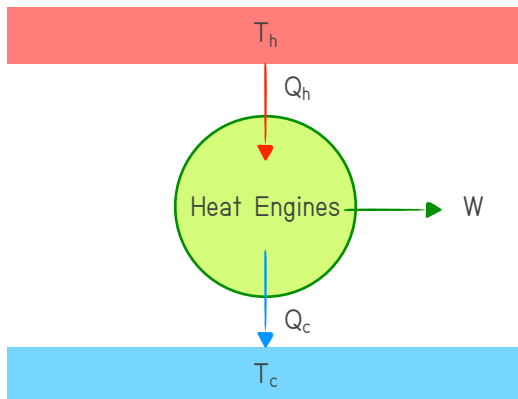
เครื่องยนต์ความร้อน (Heat Engines)



เครื่องยนต์ความร้อน

เครื่องยนต์ความร้อน (Heat Engines) คือ อุปกรณ์ที่ได้รับความร้อนจากแหล่งอุณหภูมิสูงและคายความร้อนไปสู่แหล่งอุณหภูมิต่ำด้วยกระบวนการวัฏจักร (Cyclic Process) และทำให้เกิดงานขึ้นมา

พิจารณาแผนภาพเครื่องยนต์ความร้อน



จาก $\Delta U = Q + W$

กำหนดให้งานที่เครื่องยนต์ทำออกมา คือ $W_{\text{eng}} = -W$

และ Q_{net} คือ ความร้อนใน 1 รอบวัฏจักร

จะได้ $\Delta U = Q_{\text{net}} - W_{\text{eng}}$

ความร้อนและแก๊ส (Heat and Gases)

$$0 = Q_{\text{net}} - W_{\text{eng}} \quad ; \text{Cyclic Process}$$

$$W_{\text{eng}} = Q_{\text{net}}$$

$$W_{\text{eng}} = |Q_h| - |Q_c|$$

พิจารณาประสิทธิภาพของเครื่องยนต์ความร้อน (e)

$$e = \frac{W_{\text{eng}}}{|Q_h|}$$

$$e = \frac{|Q_h| - |Q_c|}{|Q_h|}$$

$$e = 1 - \frac{|Q_c|}{|Q_h|}$$



ประสิทธิภาพของเครื่องยนต์ความร้อน

ประสิทธิภาพของเครื่องยนต์ความร้อน (Thermal Efficiency of a Heat Engine ; e [ไม่มีหน่วย])

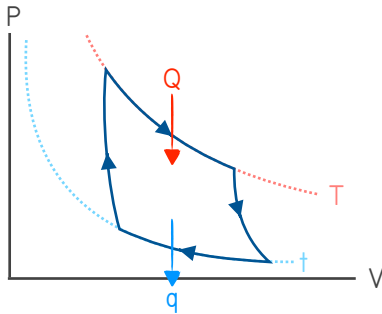
$$e = \frac{W_{\text{eng}}}{|Q_h|} = 1 - \frac{|Q_c|}{|Q_h|}$$

W_{eng} คือ งานที่เครื่องยนต์ทำออกมา

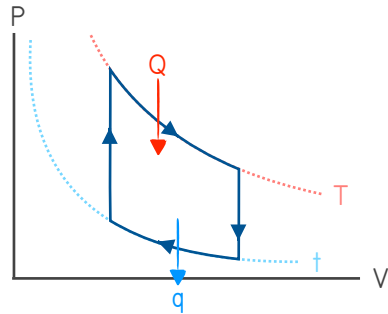
Q_h คือ ความร้อนจากแหล่งอุณหภูมิสูงซึ่งถ่ายเทเข้ามาสู่เครื่องยนต์

Q_c คือ ความร้อนจากเครื่องยนต์ซึ่งถ่ายเทออกไปมาสู่แหล่งอุณหภูมิต่ำ

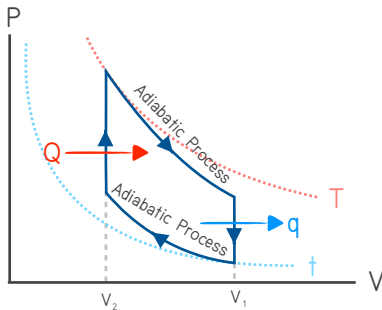
เครื่องยนต์คาร์โนต์ (Carnot Engine)



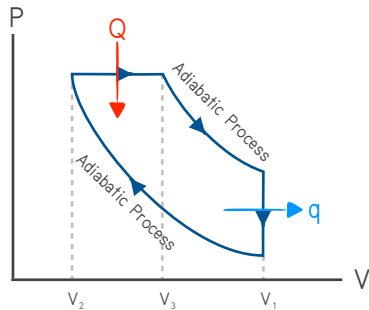
เครื่องยนต์สเตอร์ลิง (Stirling Engine)



เครื่องยนต์เบนซิน (Gasoline Engine)



เครื่องยนต์ดีเซล (Diesel Engine)



ข้อสังเกต

เครื่องยนต์เบนซินและเครื่องยนต์ดีเซลมีการใช้เชื้อเพลิงแตกต่างกัน และมีกลไกการจุดระเบิดที่ต่างกัน โดยเครื่องยนต์เบนซินใช้หัวเทียนในการจุดระเบิด ส่วนเครื่องยนต์ดีเซลใช้ระบบฉีดเชื้อเพลิงในการจุดระเบิด

การถ่ายโอนความร้อนจากบริเวณที่มีอุณหภูมิต่ำกว่าไปยังบริเวณที่มีอุณหภูมิสูงกว่าสามารถทำได้โดยการใช้สารทำความเย็นรับความร้อนจากบริเวณที่มีอุณหภูมิต่ำไปถ่ายโอนความร้อนไปยังบริเวณที่มีอุณหภูมิสูง ผ่านการทำงานของเครื่องยนต์ความร้อน เช่น ตู้เย็นและเครื่องปรับอากาศ

Problem 10.93 Challenge

เครื่องยนต์ความร้อนได้รับพลังงานขนาด 2.00 kJ จากแหล่งความร้อนอุณหภูมิสูง ในหนึ่งรอบกระบวนการซึ่งเป็นวัฏจักรนี้ จะมีความร้อนขนาด 1.50 kJ ถูกส่งออกมายังแหล่งอุณหภูมิต่ำ จงหา

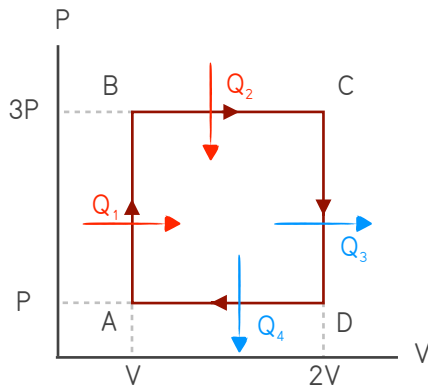
- ประสิทธิภาพของเครื่องยนต์ดังกล่าว?
- งานที่ได้ในหนึ่งรอบเครื่องยนต์?
- กำลังเฉลี่ยต่อรอบ เมื่อเครื่องยนต์มีกระบวนการทำงาน $2,000$ รอบต่อนาที?

c

Answer : a) 0.25 หรือ 25%, b) 0.50 kJ and c) 17 kW

Problem 10.94 Challenge

แก๊สโมเลกุลเดี่ยวในอุดมคติ อยู่ในเครื่องยนต์ความร้อนซึ่งกระทำกระบวนการตามแผนภาพ PV จาก $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow A$ ดังรูปด้านล่าง จงหาประสิทธิภาพของเครื่องยนต์ดังกล่าว

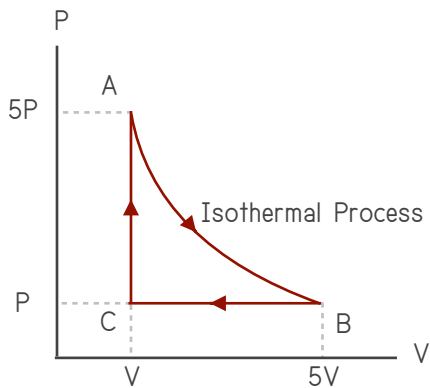


ความร้อนและแก๊ส (Heat and Gases)

Answer : $\frac{4}{21}$ หรือ 19.0%

Problem 10.95 Challenge

แก๊สโมเลกุลเดี่ยวในอุดมคติจำนวน n mol อยู่ในเครื่องยนต์ความร้อนซึ่งกระทำกระบวนการตามแผนภาพ PV จาก $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow A$ ดังรูปด้านล่าง จงหาประสิทธิภาพของเครื่องยนต์ดังกล่าว



ความร้อนและแก๊ส (Heat and Gases)

Answer : 0.289 หรือ 28.9%

ความร้อนและแก๊ส (Heat and Gases)

พิจารณาการเปลี่ยนแปลงเอนโทรปีในจักรวาลของเครื่องยนต์ความร้อน โดยแหล่งความร้อนอุณหภูมิสูงมีอุณหภูมิ T ได้ถ่ายทอดความร้อน Q ให้กับเครื่องยนต์ความร้อน และเครื่องยนต์ความร้อนได้ถ่ายทอดความร้อน q ไปยังแหล่งความร้อนอุณหภูมิต่ำ t ($T \geq t$)

จะได้ $\Delta S_U \geq 0$

$$\Delta S_h + \Delta S_{eng} + \Delta S_c \geq 0$$

$$\frac{-Q}{T} + (0) + \frac{q}{t} \geq 0 \quad ; \text{Cyclic Process}$$

$$\frac{q}{t} \geq \frac{Q}{T}$$

$$\frac{q}{Q} \geq \frac{t}{T}$$

$$\frac{q}{Q} - 1 \geq \frac{t}{T} - 1$$

$$1 - \frac{q}{Q} \leq 1 - \frac{t}{T}$$

$$e \leq 1 - \frac{t}{T}$$

เนื่องจาก $T > 0 \text{ K}$ และ $T \geq t$

จะได้ $0 < \frac{t}{T} \leq 1$

$$0 > -\frac{t}{T} \geq -1$$

$$1 > 1 - \frac{t}{T} \geq 0$$

$$1 > e \geq 0$$

$$0 \leq e < 1$$



กฎข้อสองของอุณหพลศาสตร์ (มุมมองของเครื่องยนต์)

The Kelvin - Planck Statement : เป็นไปไม่ได้ที่เครื่องยนต์ความร้อนจะทำงานมากกว่าหรือเท่ากับพลังงานที่ให้เข้าไปกับเครื่องยนต์ความร้อน (ไม่มีเครื่องยนต์ความร้อนที่สมบูรณ์ในจักรวาล)



เครื่องยนต์ที่มีประสิทธิภาพสูงสุดในจักรวาลกับเครื่องยนต์ที่ผันกลับได้
พิจารณาเครื่องยนต์ที่มีประสิทธิภาพสูงสุดในจักรวาล

จะได้
$$e = 1 - \frac{T}{T}$$

จากเครื่องหมาย = นั้นเริ่มมาจาก $\Delta S_U = 0$

ดังนั้น
$$\Delta S_U = 0$$

$\therefore$ เครื่องยนต์ที่มีประสิทธิภาพสูงสุดในจักรวาล จึงเป็นเครื่องยนต์ที่ผันกลับได้

ทฤษฎีบทของคาร์โนต์ (Carnot's Theorem) [Additional]

พิจารณาเครื่องยนต์คาร์โนต์ โดย

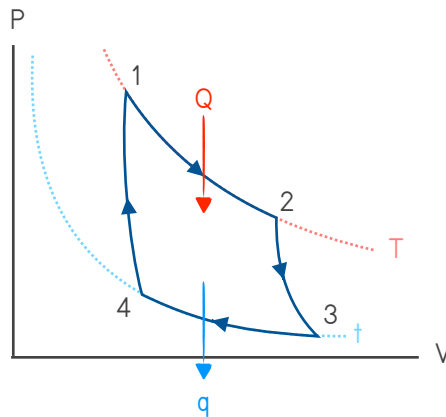
จาก 1 → 2 เป็น Isothermal Process ที่อุณหภูมิสูง T

จาก 2 → 3 เป็น Adiabatic Process

จาก 3 → 4 เป็น Isothermal Process ที่อุณหภูมิต่ำ t

จาก 4 → 1 เป็น Adiabatic Process

ดังรูปด้านล่าง



พิจารณาช่วง 1 → 2 ; Isothermal Process ที่อุณหภูมิสูง T

จะได้ $Q = nRT \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right)$ (1)

พิจารณาช่วง 3 → 4 ; Isothermal Process ที่อุณหภูมิต่ำ t

จะได้ $q = nRt \ln\left(\frac{V_4}{V_3}\right)$ (2)

ความร้อนและแก๊ส (Heat and Gases)

พิจารณาช่วง $2 \rightarrow 3$; Adiabatic Process

จะได้ $TV_2^{\gamma-1} = TV_3^{\gamma-1}$

$$\left(\frac{V_2}{V_3}\right)^{\gamma-1} = \frac{T}{T} \quad \dots\dots (3)$$

พิจารณาช่วง $4 \rightarrow 1$; Adiabatic Process

จะได้ $TV_4^{\gamma-1} = TV_1^{\gamma-1}$

$$\left(\frac{V_1}{V_4}\right)^{\gamma-1} = \frac{T}{T} \quad \dots\dots (4)$$

$(3) = (4) ;$

$$\frac{V_1}{V_4} = \frac{V_2}{V_3}$$

$$\frac{V_3}{V_4} = \frac{V_2}{V_1} \quad \dots\dots (5)$$

จาก $e = 1 - \frac{|q|}{|Q|}$

$$e = 1 - \frac{nRt \ln(V_3/V_4)}{nRT \ln(V_2/V_1)} \quad ; (1) \text{ and } (2)$$

$\therefore e = 1 - \frac{T}{T} \quad ; (5)$



ความร้อนและแก๊ส (Heat and Gases)

พิจารณาช่วง $1 \rightarrow 2$; Isothermal Process ที่อุณหภูมิสูง T

$$\text{จะได้} \quad \Delta S_{12} = +\frac{|Q|}{T}$$

$$\therefore \quad S_2 > S_1$$

พิจารณาช่วง $2 \rightarrow 3$; Adiabatic Process

$$\text{จะได้} \quad \Delta S_{23} = 0$$

$$\therefore \quad S_3 = S_2$$

พิจารณาช่วง $3 \rightarrow 4$; Isothermal Process ที่อุณหภูมิต่ำ t

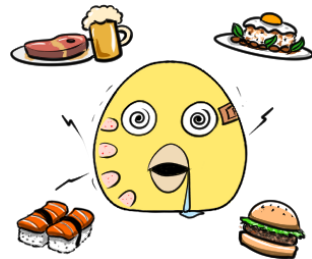
$$\text{จะได้} \quad \Delta S_{34} = -\frac{|q|}{t}$$

$$\therefore \quad S_4 < S_3$$

พิจารณาช่วง $4 \rightarrow 1$; Adiabatic Process

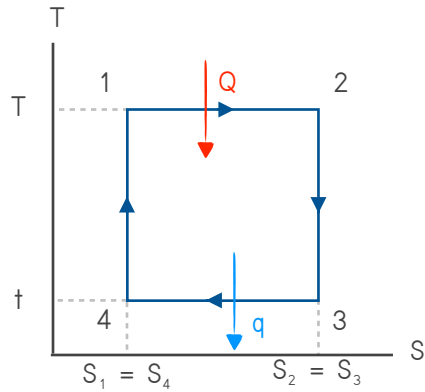
$$\text{จะได้} \quad \Delta S_{41} = 0$$

$$\therefore \quad S_4 = S_1$$



ความร้อนและแก๊ส (Heat and Gases)

จะได้กราฟ T กับ S ดังนี้



พิจารณา ΔS ทั้งกระบวนการ

จะได้ $\Delta S_{12341} = 0$; Cyclic Process

$$\Delta S_{12} + \Delta S_{23} + \Delta S_{34} + \Delta S_{41} = 0$$

$$\frac{|Q|}{T} + 0 - \frac{|q|}{t} + 0 = 0$$

$$\frac{|q|}{|Q|} = \frac{t}{T}$$

$$1 - \frac{|q|}{|Q|} = 1 - \frac{t}{T}$$

$$e = 1 - \frac{t}{T}$$





ประสิทธิภาพของเครื่องยนต์คาร์โนต์และทฤษฎีบทของคาร์โนต์
ประสิทธิภาพของเครื่องยนต์คาร์โนต์

$$e_c = 1 - \frac{T}{T}$$

e_c คือ ประสิทธิภาพของเครื่องยนต์คาร์โนต์

T คือ อุณหภูมิของแหล่งความร้อนอุณหภูมิต่ำซึ่งได้รับความร้อนจากเครื่องยนต์

T คือ อุณหภูมิของแหล่งความร้อนอุณหภูมิสูงซึ่งถ่ายเทความร้อนให้เครื่องยนต์

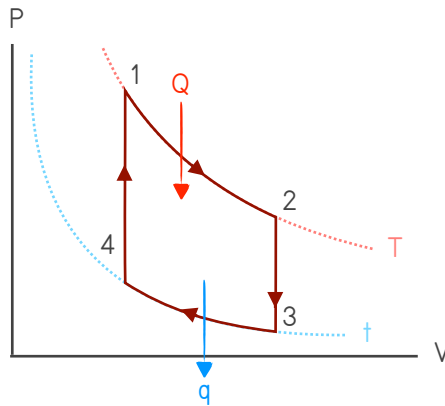
ทฤษฎีบทของคาร์โนต์ (Carnot's Theorem)

ไม่มีเครื่องยนต์ความร้อนใดในจักรวาลนี้มีประสิทธิภาพเกินกว่าเครื่องยนต์คาร์โนต์
เมื่อเครื่องยนต์ทั้งสองทำงานระหว่างแหล่งความร้อนสองแหล่งเหมือนกันทั้งสอง
เครื่องยนต์



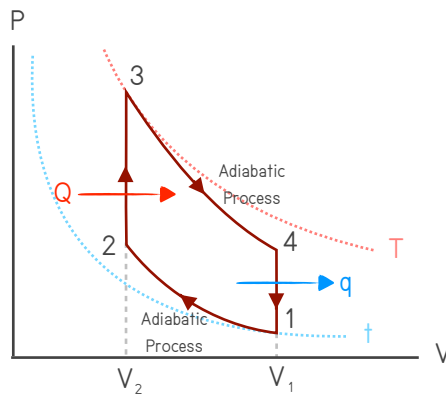
Problem 10.96 Challenge

จากรูปด้านล่าง จงแสดงว่าประสิทธิภาพของวัฏจักรเครื่องยนต์สเตอร์ลิง (Stirling Engine) เป็นไปตามสมการ $e = 1 - \frac{T}{T'}$ ซึ่งมีประสิทธิภาพเท่ากับเครื่องยนต์คาร์โนต์?



Problem 10.97 Challenge

จากรูปด้านล่าง จงแสดงว่าประสิทธิภาพของวัฏจักรเครื่องยนต์เบนซิน (Gasoline Engine) เป็นไปตามสมการ $e = 1 - \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{1-\gamma}$ และประสิทธิภาพดังกล่าวมีขนาดไม่เกินประสิทธิภาพของเครื่องยนต์คาร์โนต์?

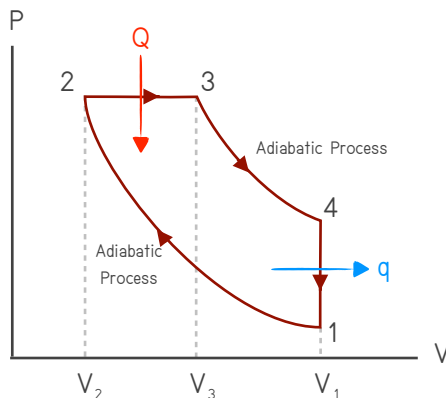


ความร้อนและแก๊ส (Heat and Gases)

ความร้อนและแก๊ส (Heat and Gases)

Problem 10.98 Challenge

จากรูปด้านล่าง จงแสดงว่าประสิทธิภาพของวัฏจักรเครื่องยนต์ดีเซล (Diesel Engine) เป็นไปตามสมการ $e = 1 - \frac{1}{\gamma} \frac{1 - \gamma}{\alpha - 1}$ เมื่อ $r = \frac{V_1}{V_2}$ และ $\alpha = \frac{V_3}{V_2}$ และแสดงว่าประสิทธิภาพดังกล่าวมีขนาดไม่เกินประสิทธิภาพของเครื่องยนต์คาร์โนต์?



ความร้อนและแก๊ส (Heat and Gases)

ความร้อนและแก๊ส (Heat and Gases)



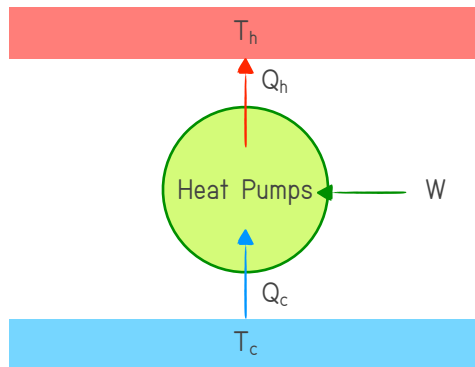
เครื่องปั๊มความร้อน และตู้เย็น (Heat Pumps and Refrigerators) [Additional]



เครื่องปั๊มความร้อนและตู้เย็น (เครื่องยนต์ผันกลับ)

เครื่องปั๊มความร้อนและตู้เย็น (Heat Pumps and Refrigerators) คือ อุปกรณ์ที่ได้รับงานเข้าไป แล้วดึงความร้อนจากแหล่งอุณหภูมิต่ำ และคายความร้อนไปสู่แหล่งอุณหภูมิสูงด้วยกระบวนการวัฏจักร (Cyclic Process)

พิจารณาแผนภาพเครื่องปั๊มความร้อนและตู้เย็น



จาก $\Delta U = Q + W$

$$0 = Q_{\text{net}} + W \quad ; \text{Cyclic Process}$$

$$W = -(|Q_c| - |Q_h|) \quad ; Q_{\text{net}} = |Q_c| - |Q_h|$$

$$W = |Q_h| - |Q_c|$$

ความร้อนและแก๊ส (Heat and Gases)

พิจารณาการเปลี่ยนแปลงเอนโทรปีในจักรวาลของเครื่องปั๊มความร้อนและตู้เย็น โดยแหล่งความร้อนอุณหภูมิตำ่มีอุณหภูมิ t ได้ถ่ายเทความร้อน q ให้กับเครื่องปั๊มความร้อนและตู้เย็น และเครื่องปั๊มความร้อนและตู้เย็นได้ถ่ายเทความร้อน Q ไปยังแหล่งความร้อนอุณหภูมิตำ่ T ($T \geq t$)

จะได้ $\Delta S_U \geq 0$

$$\Delta S_h + \Delta S_{eng} + \Delta S_c \geq 0$$

$$\frac{Q}{T} + (0) + \frac{-q}{t} \geq 0 \quad ; \text{Cyclic Process}$$

$$\frac{Q}{T} \geq \frac{q}{t}$$

$$\frac{t}{T} \geq \frac{q}{Q}$$

$$\frac{t}{T} - 1 \geq \frac{q}{Q} - 1$$

$$1 - \frac{t}{T} \leq 1 - \frac{q}{Q}$$

$$Q(1 - \frac{t}{T}) \leq Q - q$$

$$Q(1 - \frac{t}{T}) \leq W \quad ; W = Q - q$$

ดังนั้น W จะเป็นศูนย์ได้ 2 กรณี คือ

เมื่อ Q คือ ไม่ได้ถ่ายเทความร้อนออกไปยังแหล่งความร้อนอุณหภูมิสูง

เมื่อกรณี $t = T$ แต่เนื่องจาก $T > t$

ดังนั้น $0 < \frac{t}{T} < 1$

$$0 > -\frac{t}{T} > -1$$

ความร้อนและแก๊ส (Heat and Gases)

$$1 > 1 - \frac{T}{T} > 0$$

$$Q > Q(1 - \frac{T}{T}) > 0$$

$$Q > W > 0$$

$$\therefore 0 < W < Q$$



กฎข้อสองของอุณหพลศาสตร์ (เครื่องปั๊มความร้อนและตู้เย็น)

The Clausius Statement : เป็นไปไม่ได้ที่เครื่องปั๊มความร้อนและตู้เย็นจะดึงความร้อนจากแหล่งที่มีอุณหภูมิต่ำกว่าไปปล่อยยังแหล่งที่มีอุณหภูมิสูงกว่าโดยไม่ให้งานเข้าไป

ค่าสัมประสิทธิ์สมรรถนะ (Coefficient of Performance ; COP [[ไม่มีหน่วย]])

$$\text{COP}_{\text{heating mode}} = \frac{|Q_h|}{W} \quad \text{and} \quad \text{COP}_{\text{cooling mode}} = \frac{|Q_c|}{W}$$

$\text{COP}_{\text{heating mode}}$ คือ ค่าสัมประสิทธิ์สมรรถนะในฝั่งคายความร้อน

$\text{COP}_{\text{cooling mode}}$ คือ ค่าสัมประสิทธิ์สมรรถนะในฝั่งรับความร้อน

$|Q_h|$ คือ ความร้อนจากเครื่องปั๊มความร้อนและตู้เย็นที่ถ่ายเทสู่แหล่งอุณหภูมิสูง

$|Q_c|$ คือ ความร้อนจากแหล่งอุณหภูมิต่ำที่ถ่ายเทสู่เครื่องปั๊มความร้อนและตู้เย็น

W คือ งานที่ให้กับเครื่องปั๊มความร้อนและตู้เย็น

Problem 10.99 Challenge

ตู้เย็นมีค่า $COP = 5.00$ โดยตู้เย็นได้รับงานเข้ามามีกำลังเฉลี่ย 500 W ถ้าต้องการทำน้ำมวล 500 g ที่มีอุณหภูมิ 20.0°C ให้กลายเป็นน้ำแข็งจะต้องนำน้ำดังกล่าวแช่ตู้เย็นไว้เป็นเวลาเท่าใด เมื่อความร้อนแฝงในการหลอมเหลวของน้ำเท่ากับ $3.33 \times 10^5 \text{ J/kg}$ และ ค่าความจุความร้อนจำเพาะของน้ำ เท่ากับ $4,186 \text{ J/kg}\cdot^\circ\text{C}$?

Answer : 83.3 s

กฎข้อที่สอง และกฎข้อที่สามของอุณหพลศาสตร์ (The Second Law and The Third Law of Thermodynamics) [Additional]



การเปลี่ยนแปลงเอนโทรปี

เอนโทรปี (Entropy ; S [J/K , $\text{kg}\cdot\text{m}^2/\text{s}^2\cdot\text{K}$]) คือ ปริมาณที่บ่งบอกถึงความไม่เป็นระเบียบของระบบ

การเปลี่ยนแปลงเอนโทรปี

$$\Delta S = \int \frac{dQ}{T}$$

ΔS คือ การเปลี่ยนแปลงของเอนโทรปี

dQ คือ การเปลี่ยนแปลงความร้อนในช่วงเล็กๆ

T คือ อุณหภูมิ

กฎข้อสองของอุณหพลศาสตร์ (มุมมองของเอนโทรปี)

การเปลี่ยนแปลงเอนโทรปีของจักรวาลจะต้องมีค่ามากกว่าหรือเท่ากับศูนย์เสมอ

$$\Delta S_U \geq 0$$

ในกรณีที่ $\Delta S_U = 0$ คือ กระบวนการที่สามารถเกิดขึ้นได้ และผันกลับได้

ในกรณีที่ $\Delta S_U > 0$ คือ กระบวนการที่สามารถเกิดขึ้นได้ แต่ผันกลับไม่ได้

ในกรณีที่ $\Delta S_U < 0$ คือ กระบวนการที่ไม่สามารถเกิดขึ้นได้

ความร้อนและแก๊ส (Heat and Gases)

กฎข้อสองของอุณหพลศาสตร์ (มุมมองของเครื่องยนต์)

The Kelvin - Planck Statement : เป็นไปไม่ได้ที่เครื่องยนต์ความร้อนจะทำงานมากกว่าหรือเท่ากับพลังงานที่ให้เข้าไปกับเครื่องยนต์ความร้อน (ไม่มีเครื่องยนต์ความร้อนที่สมบูรณ์ในจักรวาล)

กฎข้อสองของอุณหพลศาสตร์ (มุมมองเครื่องปั๊มความร้อนและตู้เย็น)

The Clausius Statement : เป็นไปไม่ได้ที่เครื่องปั๊มความร้อนและตู้เย็นจะดึงความร้อนจากแหล่งที่มีอุณหภูมิต่ำกว่าไปปล่อยยังแหล่งที่มีอุณหภูมิสูงกว่าโดยไม่ให้งานเข้าไป

กฎข้อสามของอุณหพลศาสตร์ (The Third Law of Thermodynamics)

เอนโทรปีของผลึกที่สมบูรณ์แบบทุกชนิดมีค่าเท่ากับศูนย์ที่อุณหภูมิ 0 K (ที่ 0 K อนาคตจะไม่มีการเคลื่อนที่ใดๆ ทั้งสิ้น)

ดังนั้น ถ้าอุณหภูมิเพิ่มสูงขึ้นจะทำให้เอนโทรปีเพิ่มขึ้น และถ้าผลึกมีตำหนิ (ไม่สมบูรณ์) เอนโทรปีที่ 0 K จะมีค่ามากกว่าศูนย์

พลังงานอิสระ (Free Energy) คือ พลังงานที่ต้องใช้ในการสร้างระบบ

มุมมอง Enthalpy (H)

พลังงานที่ใช้สร้างระบบ = พลังงานภายในระบบ
+ งานในการสร้างพื้นที่ให้ระบบ

$$dH = dU + d(PV)$$

หรือ

$$H = U + PV$$

ความร้อนและแก๊ส (Heat and Gases)

มุมมอง Helmholtz Free Energy (F)

พลังงานที่ใช้สร้างระบบ = พลังงานภายในระบบ

- ความร้อนที่ดึงมาจากสิ่งแวดล้อม

$$dF = dU - d(TS)$$

หรือ

$$F = U - TS$$

มุมมอง Gibbs Free Energy (G)

พลังงานที่ใช้สร้างระบบ = พลังงานภายในระบบ

+ งานในการสร้างพื้นที่ให้ระบบ

- ความร้อนที่ดึงมาจากสิ่งแวดล้อม

$$dG = dH - d(TS)$$

หรือ

$$G = H - TS = U + PV - TS$$

จาก

$$\Delta S \geq 0$$

$$T\Delta S \geq 0$$

$$-T\Delta S \leq 0$$

$$\Delta H - T\Delta S \leq \Delta H$$

$$\Delta G \leq \Delta H$$

 $\Delta G < 0$ ตีความได้ว่า ปฏิกิริยาเกิดขึ้นเองได้ (ในทิศทางไปข้างหน้า) $\Delta G > 0$ ตีความได้ว่า ปฏิกิริยาเกิดขึ้นเองไม่ได้ (อาจเกิดในทิศทางย้อนกลับ) $\Delta G = 0$ ตีความได้ว่า ระบบอยู่ในสมดุล (ไปข้างหน้าและย้อนกลับเท่ากัน)

ความร้อนและแก๊ส (Heat and Gases)

