



รูปภาพจาก : www.pixabay.com

บทที่ 11 คลื่น

การเคลื่อนที่แบบฮาร์มอนิกอย่างง่ายได้มีการใช้ฟังก์ชันตรีโกณมิติมาช่วยในการอธิบายการเคลื่อนที่ของวัตถุ ในบทนี้จะทำให้ฟังก์ชันตรีโกณมิติดังกล่าวมีการเลื่อนตำแหน่งจนมีลักษณะเป็นคลื่นรูปไซน์ (Sinusoidal waves) และนำฟังก์ชันตรีโกณมิติดังกล่าวซึ่งขึ้นกับตำแหน่งและเวลามาใช้ร่วมกับกฎทางฟิสิกส์ เพื่ออธิบายปรากฏการณ์ต่างๆ ของคลื่น

การส่งต่อการรบกวน (Propagation of a Disturbance)



คลื่น (Waves)

คลื่น คือ การส่งต่อสภาวะการรบกวน

แบ่งประเภทตามการส่งต่อสภาวะการรบกวนของพลังงาน

คลื่นกล (Mechanical Waves) คือ คลื่นที่ต้องใช้ตัวกลางในส่งต่อการรบกวนของพลังงาน เช่น คลื่นน้ำ คลื่นเสียง คลื่นในเส้นเชือก เป็นต้น

คลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า (Electromagnetic Waves) คือ คลื่นที่ไม่ต้องใช้ตัวกลางในส่งต่อการรบกวนของพลังงาน เช่น คลื่นแสง คลื่นวิทยุ เป็นต้น

แบ่งประเภทตามการส่งต่อการรบกวนของการเคลื่อนที่ของคลื่นเทียบกับการเคลื่อนที่ของสื่อตัวกลาง

คลื่นตามยาว (Longitudinal Waves) คือ คลื่นที่มีการเคลื่อนที่ขนานกับการเคลื่อนที่ของสื่อตัวกลาง เช่น คลื่นเสียง เป็นต้น

คลื่นตามขวาง (Transverse Waves) คือ คลื่นที่มีการเคลื่อนที่ตั้งฉากกับการเคลื่อนที่ของสื่อตัวกลาง เช่น คลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า เป็นต้น

แบ่งประเภทตามความต่อเนื่องของช่วงเวลาในการส่งต่อการรบกวนตาม

คลื่นดล (Pulse Wave) คือ คลื่นที่เกิดขึ้นในช่วงเวลาสั้นๆ

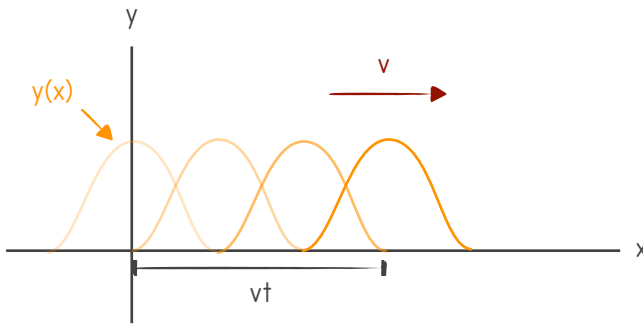
คลื่นต่อเนื่อง (Continuous Wave) คือ คลื่นที่เกิดขึ้นต่อเนื่องเป็นเวลานานๆ

ข้อสังเกต

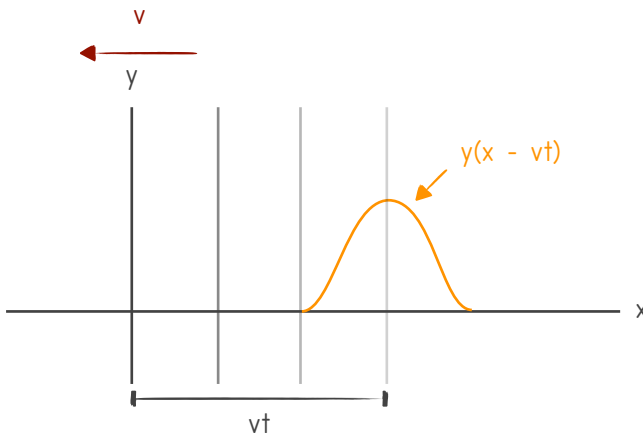
ตัวกลางของคลื่นไม่ได้เคลื่อนที่ไปกับคลื่น แต่จะสั่นกลับไปมารอบตำแหน่งเดิม

การเคลื่อนที่ของคลื่น (Wave Motion)

พิจารณาการเคลื่อนที่ของกราฟด้วยความเร็วขนาด v ตามแนวแกน x ดังรูปด้านล่าง



พิจารณาในกรณีที่กราฟอยู่นิ่ง แต่แกน y เคลื่อนที่ด้วยความเร็วขนาด v ตามแนวแกน x ดังรูปด้านล่าง ซึ่งผู้สังเกตซึ่งเป็นแกน y จะเห็นคลื่นเคลื่อนที่ในแบบเดียวกับกรณีด้านบน





การเคลื่อนที่ของคลื่น

เมื่อกราฟมีการเคลื่อนที่ด้วยความเร็วขนาด v ไปตามแนวแกน x ทำให้ฟังก์ชันของกราฟซึ่งเป็นภาพนิ่ง $y(x)$ จะเปลี่ยนไปเป็น $y(x \mp vt)$

เป็นเครื่องหมาย - เมื่อกราฟเคลื่อนที่ไปในทิศทาง $+x$

เป็นเครื่องหมาย + เมื่อกราฟเคลื่อนที่ไปในทิศทาง $-x$

Problem 11.1

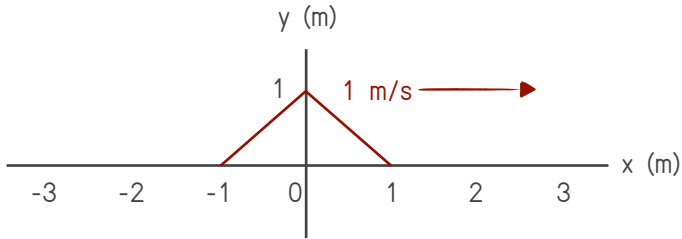
เมื่อ x มีหน่วยเป็น m และ t มีหน่วยเป็น s จงเขียนสมการคลื่นที่เวลาใดๆ ของคลื่นดังต่อไปนี้

a) คลื่นเคลื่อนที่ในทิศ $+x$ ด้วยอัตราเร็ว 10 m/s และที่เวลา $t = 0$ s มีสมการเป็น $y(x) = 10e^{-x^2}$?

b) คลื่นเคลื่อนที่ในทิศ $-x$ ด้วยอัตราเร็ว 4 m/s และที่เวลา $t = 0$ s มีสมการเป็น $y(x) = \frac{5}{x^2 + 1}$?

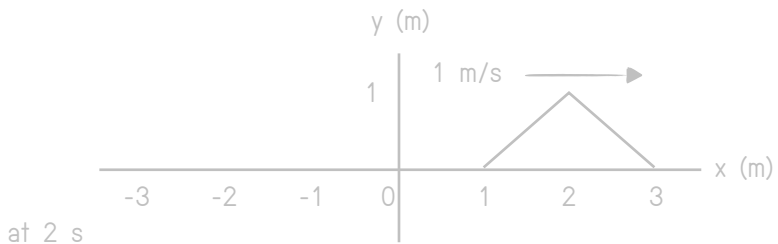
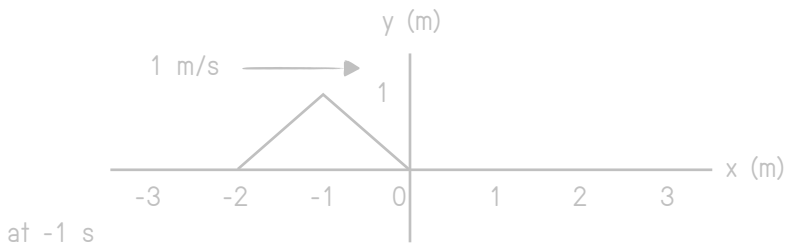
Answer : a) $10e^{-(x - 10t)^2}$ and b) $\frac{5}{(x + 4t)^2 + 1}$

Problem 11.2



คลื่นคลุกหนึ่งเคลื่อนที่ด้วยอัตราเร็ว 1 m/s ไปในทิศ $+x$ ดังรูปด้านบน จงวาดลูกคลื่นดังกล่าวที่เวลา -1 s และ 2 s ?

Answer :



คลื่นรูปไซน์ (Sinusoidal Waves)

พิจารณาการลื่นรูปไซน์ตามฟังก์ชัน $y(x) = A\sin(kx + \phi)$

กำหนดให้ฟังก์ชันดังกล่าวกลับมาซ้ำเดิมทุกๆ ช่วง λ จะได้

$$y(x) = y(x + N\lambda) \quad ; N = 1, 2, 3, \dots$$

$$A\sin(kx + \phi) = A\sin(k(x + N\lambda) + \phi)$$

$$A\sin(kx + \phi) = A\sin(kx + \phi + kN\lambda)$$

$$A\sin(kx + \phi) = A\sin(kx + \phi)\cos(kN\lambda) + A\sin(kN\lambda)\cos(kx + \phi)$$

สมการดังกล่าวจะเป็นจริงเมื่อ $\cos(kN\lambda) = 1$ และ $\sin(kN\lambda) = 0$

นั่นคือ $kN\lambda = 2\pi N$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

พิจารณาให้การลื่นดังกล่าวมีการเคลื่อนที่ด้วยอัตราเร็ว v ตามแนวแกน x

จะได้ $y(x \mp vt) = A\sin(k(x \mp vt) + \phi)$

$$y(x,t) = A\sin(kx \mp kvt + \phi)$$

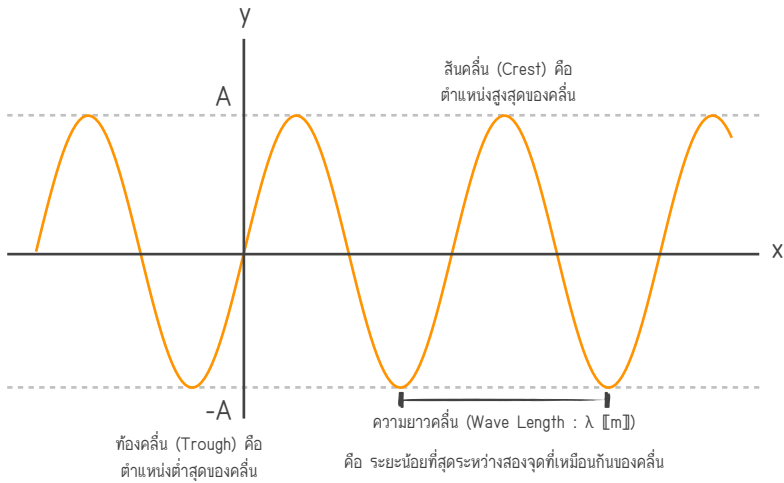
$$y(x,t) = A\sin(kx \mp \left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)vt + \phi)$$

$$y(x,t) = A\sin(kx \mp 2\pi ft + \phi) \quad ; v = f\lambda$$

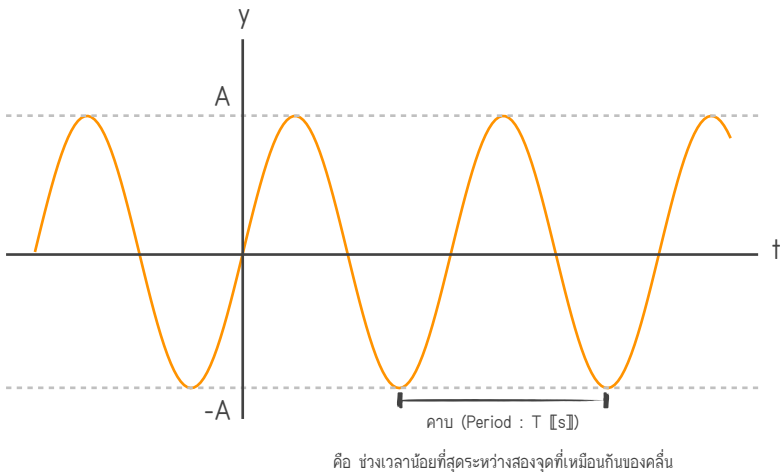
$$y(x,t) = A\sin(kx \mp \omega t + \phi) \quad ; \omega = 2\pi f$$

คลื่น (Waves)

พิจารณารูป y กับ x เมื่อ t คงที่ ($t = 0$)



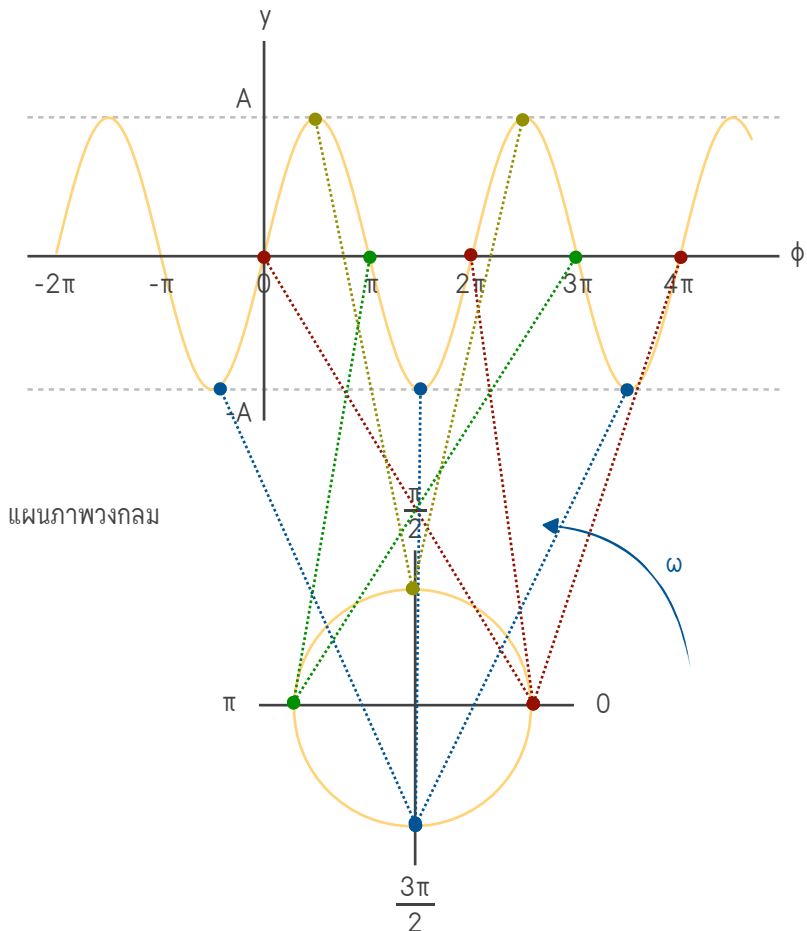
พิจารณารูป y กับ t เมื่อ x คงที่ ($x = 0$)



คลื่น (Waves)

เฟส (Phase) คือ ตำแหน่งของสิ่งที่เคลื่อนที่เป็นคาบที่นำมาเทียบกับตำแหน่งเชิงมุมของการเคลื่อนที่แบบวงกลม (เมื่อวัตถุเคลื่อนที่ครบหนึ่งคาบ เทียบได้กับการเคลื่อนที่เป็นวงกลมครบหนึ่งรอบ)

กราฟตำแหน่งกับเฟส



คลื่น (Waves)

จากกราฟ y กับ x และกราฟ y กับ t จะเห็นได้ว่าเมื่อคลื่นเคลื่อนที่ไปเป็นระยะทาง λ จะใช้เวลา T ดังนั้น

$$v = \frac{\lambda}{T}$$

$$v = f\lambda \quad ; \quad f = \frac{1}{T}$$

$$v = f\lambda \frac{2\pi}{2\pi}$$

$$v = (2\pi f) \left(\frac{\lambda}{2\pi} \right)$$

$$v = \frac{\omega}{k}$$

เนื่องจากคลื่นจะเฟสต่างกัน 2π ในทุกช่วงเวลา T จึงเทียบอัตราส่วนความสัมพันธ์ระหว่างความต่างเฟส $\Delta\phi$ กับช่วงเวลา Δt คือ

$$\frac{\Delta\phi}{\Delta t} = \frac{2\pi}{T} \quad \text{หรือ} \quad \frac{\Delta t}{\Delta\phi} = \frac{T}{2\pi}$$

เนื่องจากคลื่นจะเฟสต่างกัน 2π ในทุกผลต่างระยะทาง λ จึงเทียบอัตราส่วนความสัมพันธ์ระหว่างความต่างเฟส $\Delta\phi$ กับผลต่างระยะทาง Δr คือ

$$\frac{\Delta\phi}{\Delta r} = \frac{2\pi}{\lambda} \quad \text{หรือ} \quad \frac{\Delta r}{\Delta\phi} = \frac{\lambda}{2\pi}$$



คลื่นรูปไซน์ (Sinusoidal Waves)

$$y(x,t) = A \sin(kx \mp \omega t + \phi)$$

$y(x,t)$ คือ การกระจัดของคลื่นตามแนวแกน y

A คือ แอมพลิจูดของคลื่น (Amplitude)

k คือ เลขคลื่น (Wave Number) โดยที่ $k = \frac{2\pi}{\lambda}$

คลื่น (Waves)

λ คือ ความยาวคลื่น

x คือ ตำแหน่งของคลื่นตามแนวแกน x

ω คือ ความถี่เชิงมุม (Angular Frequency) โดยที่ $\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$

f คือ ความถี่ของคลื่น โดยที่ $f = \frac{1}{T}$

T คือ คาบของคลื่น

t คือ เวลา

ϕ คือ เฟสเริ่มต้นของคลื่น (Initial Phase)

เครื่องหมาย $\mp$ ระหว่างเทอม kx กับ ωt บอกถึงทิศทางการเคลื่อนที่ของคลื่น ดังนี้

เครื่องหมาย - อธิบายว่าคลื่นเคลื่อนที่ไปในทิศทาง $+x$

เครื่องหมาย + อธิบายว่าคลื่นเคลื่อนที่ไปในทิศทาง $-x$

อัตราเร็วคลื่น $v = \frac{\lambda}{T} = f\lambda = \frac{\omega}{k}$

ความสัมพันธ์ระหว่างความต่างเฟส $\Delta\phi$ กับช่วงเวลา Δt

$$\frac{\Delta\phi}{\Delta t} = \frac{2\pi}{T} \text{ หรือ } \frac{\Delta t}{\Delta\phi} = \frac{T}{2\pi}$$

ความสัมพันธ์ระหว่างความต่างเฟส $\Delta\phi$ กับผลต่างระยะทาง Δr คือ

$$\frac{\Delta\phi}{\Delta r} = \frac{2\pi}{\lambda} \text{ หรือ } \frac{\Delta r}{\Delta\phi} = \frac{\lambda}{2\pi}$$

ข้อสังเกต

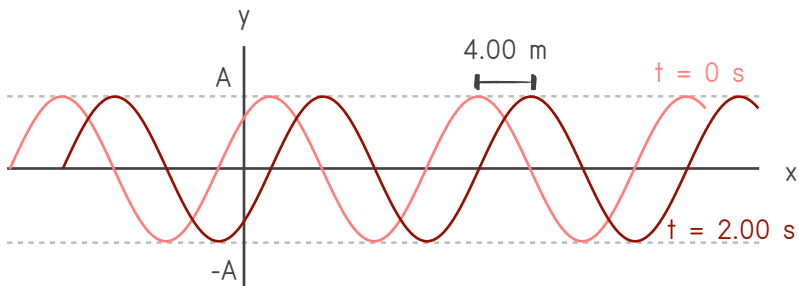
อัตราเร็วคลื่นในตัวกลางหนึ่งมีค่าคงตัวไม่เปลี่ยนแปลงตามการเปลี่ยนแปลงของความถี่ หรือความยาวคลื่น (ถ้าความถี่เปลี่ยน ความยาวคลื่นจะเปลี่ยนตาม แต่ผลคูณของความถี่กับความยาวคลื่นคงเดิม)

Problem 11.3

คลื่นน้ำอัตราเร็ว 30.0 m/s มีสันคลื่นที่ใกล้กันที่สุด อยู่ห่างกัน 15.0 m จงความถี่ของคลื่นน้ำดังกล่าว?

Answer : 2.00 Hz

Problem 11.4



จากกราฟด้านบน คลื่นมีอัตราเร็วเท่าใด?

Answer : 2.00 m/s

Problem 11.5

คลื่นมีความยาวคลื่น 20 m จะมีสันคลื่นกับท้องคลื่นห่างกันน้อยสุดเท่าใด?

Answer : 10 m

Problem 11.6

คลื่นมีความถี่ 400 Hz และความยาวคลื่น 1.00 m เมื่อเวลาผ่านไป 10.0 s คลื่นดังกล่าวจะเคลื่อนที่ไปเป็นระยะทางเท่าใด?

Answer : 4.00 km

Problem 11.7

คลื่นต่อเนื่องอัตราเร็ว 100 m/s มีความยาวคลื่น 10.0 m เคลื่อนผ่านเครื่องตรวจวัดภายในเวลาหนึ่งนาทีจะมีคลื่นผ่านเครื่องตรวจวัดดังกล่าวกี่ลูก?

Answer : 600

Problem 11.8 Stroboscope

คลื่นเคลื่อนที่เป็นระยะทาง 20 m โดยใช้เวลา 4.0 s ถ้าใช้ Stroboscope แบบ 10 ช่อง ดูคลื่นดังกล่าว พบว่าเมื่อหมุน 20 รอบภายใน 10 วินาที จะเห็นคลื่นดังกล่าวหยุดนิ่งพอดี คลื่นดังกล่าวจะมีความยาวคลื่นเท่าใด?

Answer : 0.25 m

Problem 11.9 Stroboscope

สังเกตคลื่นต่อเนื่องความถี่ 50 Hz ด้วย Stroboscope แบบ 5 ช่อง และหมุนด้วยความถี่ 4 Hz ผู้สังเกตจะเห็นคลื่นดังกล่าวหยุดนิ่งหรือไม่?

Answer : ไม่เห็นคลื่นอยู่นิ่ง

Problem 11.10 Stroboscope

หน้าคลื่นของคลื่นน้ำเคลื่อนที่เป็นระยะทาง 50 m ภายในเวลา 5.0 s ถ้ามองผ่าน Stroboscope แบบ 8 ช่อง เมื่อหมุนด้วยอัตรา 25 รอบใน 4 s ผู้สังเกตจะเห็น คลื่นดังกล่าวหยุดนิ่ง คลื่นน้ำดังกล่าวมีความยาวคลื่นเท่าใด?

Answer : 0.2 m

คลื่น (Waves)

Problem 11.11

ที่เวลา $t = 1.0$ s คลื่นมีเฟสเป็น π และ ที่เวลา $t = 2.0$ s คลื่นมีเฟสเป็น 2π คลื่นดังกล่าวจะมีคาบเป็นเท่าใด?

Answer : 2.0 s

Problem 11.12

วัตถุชิ้นหนึ่งลอยอยู่บนผิวคลื่นน้ำซึ่งมีอัตราเร็วคงที่ 1.00 m/s และมีสันคลื่นที่ติดกันห่างกัน 2.00 m ถ้าวัตถุอยู่ที่ท้องคลื่น จะต้องใช้เวลาอีกเท่าใดวัตถุจึงจะไปอยู่ที่ตำแหน่งสันคลื่น?

Answer : 1.00 s

Problem 11.13

คลื่นทรงกลมเคลื่อนที่ด้วยความยาวคลื่น 300 m คลื่นที่เคลื่อนที่จากแหล่งกำเนิดเป็นระยะทางต่างกัน 1,500 m จะมีเฟสต่างกันเท่าใด?

Answer : 10π rad.

Problem 11.14

คลื่นเคลื่อนที่ด้วยอัตราเร็ว 4.0 m/s ความถี่ 8.0 Hz ที่ระยะทางต่างกัน 4.0 m คลื่นจะมีเฟสต่างกันเท่าใด?

Answer : 16π rad.

Problem 11.15

คลื่นสองขบวนเคลื่อนที่ออกจากจุดเดียวกันด้วยเฟสเดียวกัน แต่มีความถี่ต่างกัน 2.00 Hz เมื่อคลื่นเคลื่อนที่ไปเป็นเวลา 5.0 s คลื่นทั้งสองจะมีเฟสต่างกันเท่าใด?

Answer : 20π rad.

Problem 11.16

คลื่นเฟสเริ่มต้น $\frac{\pi}{2}$ ความถี่ 300 Hz และคลื่นเฟสเริ่มต้น $\frac{\pi}{3}$ ความถี่ 250 Hz ถ้าคลื่นทั้งสองขบวนถูกปล่อยออกมาจากจุดเดียวกัน นานเท่าใดเคลื่อนที่ทั้งสองจะมีเฟสตรงกันเป็นครั้งแรก?

Answer : $\frac{1}{600}$ s

Problem 11.17

วัตถุชิ้นเล็กมากๆ ลอยอยู่บนผิวน้ำซึ่งมีแอมพลิจูด 10.0 cm และความยาวคลื่น 1.00 m ถ้าการลอยอยู่บนผิวน้ำดังกล่าวทำให้วัตถุเคลื่อนที่เป็นวงกลมสม่ำเสมอ โดยมีรัศมีเท่ากับแอมพลิจูดของคลื่น และมีคาบในการเคลื่อนที่เท่ากับคาบของคลื่นพอดี อัตราเร็วของวัตถุจะเป็นกี่เท่าของอัตราเร็วคลื่นน้ำดังกล่าว?

Answer : 0.2π

Problem 11.18

คลื่นรูปไซน์ซึ่งอธิบายได้ด้วยสมการ $y(x,t) = (10 \text{ cm})\sin(20\pi(x - 10t))$ จงหา

- แอมพลิจูดของคลื่น?
- ความยาวคลื่น?
- ความถี่คลื่น?
- คาบของคลื่น?
- ทิศทางการเคลื่อนที่ของคลื่น?
- เฟสเริ่มต้นของคลื่น?
- อัตราเร็วของคลื่น?

คลื่น (Waves)

Answer : a) $A = 10 \text{ cm}$, b) $\lambda = 10 \text{ cm}$, c) $f = 0.10 \text{ kHz}$,
d) $T = 0.010 \text{ s}$, e) คลื่นเคลื่อนที่ไปทางทิศ $+x$, f) $\phi = 0 \text{ rad}$
and g) $v = 10 \text{ m/s}$

Problem 11.19 Challenge

คลื่นตามขวางบนระนาบ xz รูปไซน์ แอมพลิจูด 5.0 cm เคลื่อนที่ไปทางทิศ $-z$ ด้วยอัตราเร็วคงที่ 5.0 m/s ถ้าคลื่นดังกล่าวมีความยาวคลื่น 20 cm และที่ $x(0 \text{ m}, 0 \text{ s}) = -5.0 \text{ cm}$ จงหา

- ความถี่ของคลื่น?
- ความถี่เชิงมุมของคลื่น?
- เลขคลื่น?
- ฟังก์ชันคลื่น?

Answer : a) $f = 25 \text{ Hz}$, b) $\omega = 50\pi$, c) $k = 10\pi$

and d) $x(z,t) = (5.0 \text{ cm})\sin(10\pi z + 50\pi t - \frac{\pi}{2})$

Problem 11.20 Challenge

คลื่นรูปไซน์ซึ่งอธิบายได้ด้วยสมการ $y(x,t) = (0.10 \text{ m})\sin(\pi x + 4\pi t)$ จงหาอัตราเร็วตามขวางของคลื่น (Transverse Speed)?

Answer : $(0.40\pi \text{ m/s})\cos(\pi x + 4\pi t)$

Problem 11.21 Challenge

คลื่นรูปไซน์มีคาบ 20.0 ms เคลื่อนที่ไปทางทิศ -x ด้วยอัตราเร็ว 20.0 m/s โดยที่เวลา $t = 0$ และ $x = 0$ คลื่นมีตำแหน่งตามขวางเป็น $y = 2.00 \text{ cm}$ และมีความเร็วตามขวางเป็น 2.00 m/s ในทิศ -y จงหา

- แอมพลิจูดของคลื่น?
- เฟสเริ่มต้นของคลื่น?
- อัตราเร็วตามขวางสูงสุดของคลื่น?
- ฟังก์ชันคลื่น?

11 - 23

คลื่น (Waves)

คลื่น (Waves)

Answer : a) $A = 0.0210 \text{ m}$, b) $\phi = -1.26 \text{ rad}$, c) $v_{\perp \max} = 6.60 \text{ m/s}$
and d) $y(x,t) = (-2.10 \text{ cm})\sin(5.00\pi x + 100\pi t - 1.26)$

สมการคลื่นเชิงเส้น (The Linear Wave Equation) [Additional]

จาก $y(x,t) = A\sin(kx \mp \omega t + \phi)$

พิจารณา $\frac{\partial y}{\partial t} = \mp \omega A \cos(kx \mp \omega t + \phi)$

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = -\omega^2 A \sin(kx \mp \omega t + \phi)$$

จาก $v = \frac{\omega}{k}$

$$\omega = vk$$

จะได้ $\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = -(vk)^2 A \sin(kx \mp \omega t + \phi)$

$$\frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = -k^2 A \sin(kx \mp \omega t + \phi)$$

พิจารณา $\frac{\partial y}{\partial x} = kA \cos(kx \mp \omega t + \phi)$

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = -k^2 A \sin(kx \mp \omega t + \phi)$$

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2}$$



สมการคลื่นเชิงเส้นใน 1 มิติ

สมการ $\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2}$

อธิบายว่า y เป็นคลื่นซึ่งมีอัตราของคลื่นเท่ากับ v

และมี $y(x,t) = A\sin(kx \mp \omega t + \phi)$ เป็นหนึ่งในผลเฉลยของสมการ

Problem 11.22 Challenge

จงแสดงว่า $y = \ln(A(x - vt))$ เป็นผลเฉลยของสมการคลื่นเชิงเส้นใน 1 มิติ เมื่อ A คือ ค่าคงที่ และ v คือ อัตราเร็วคลื่น?

Problem 11.23 Challenge

จงแสดงว่า $y = Ae^{\alpha(x - vt)}$ เป็นผลเฉลยของสมการคลื่นเชิงเส้นใน 1 มิติ เมื่อ A และ α คือ ค่าคงที่ และ v คือ อัตราเร็วคลื่น?

Problem 11.24 Challenge

คลื่นดลสูงหนึ่งเคลื่อนสามารถอธิบายได้โดยสมการ $z(y,t) = 3e^{-(4y - 20t)}$ โดย y มีหน่วยเป็น m และ t มีหน่วยเป็น s จงหาอัตราเร็วและทิศทางการเคลื่อนที่ของคลื่นดังกล่าว?

Answer : 5.0 m/s

Problem 11.25 Challenge

a) จงแสดงว่า $y = x^2 + v^2 t^2$ เป็นผลเฉลยของสมการคลื่นเชิงเส้นใน 1 มิติ เมื่อ v คือ อัตราเร็วคลื่น?

b) จงแสดงว่าสามารถเขียนฟังก์ชัน $y = x^2 + v^2 t^2$ ในรูปผลรวมของฟังก์ชัน $f(x + vt) + g(x - vt)$?

Answer : b) $f(x + vt) = \frac{1}{2}(x + vt)^2$ and $g(x - vt) = \frac{1}{2}(x - vt)^2$

Problem 11.26 Challenge

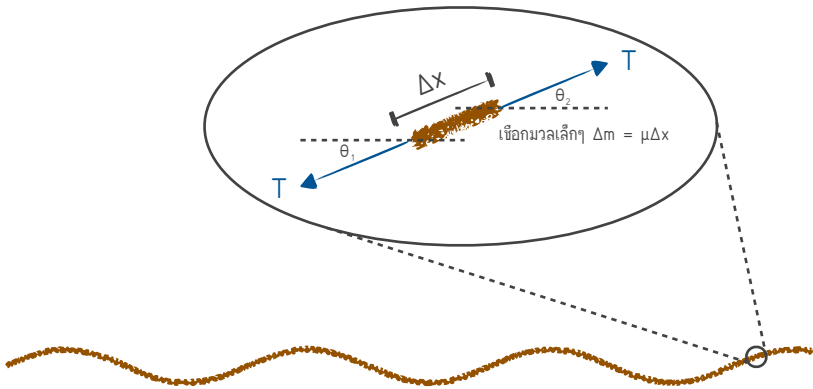
a) จงแสดงว่า $y = \sin(x)\cos(vt)$ เป็นผลเฉลยของสมการคลื่นเชิงเส้นใน 1 มิติ เมื่อ v คือ อัตราเร็วคลื่น?

b) จงแสดงว่าสามารถเขียนฟังก์ชัน $y = \sin(x)\cos(vt)$ ในรูปผลรวมของฟังก์ชัน $f(x + vt) + g(x - vt)$?

Answer : b) $f(x + vt) = \frac{1}{2}\sin(x + vt)$ and $g(x - vt) = \frac{1}{2}\sin(x - vt)$

คลื่นบนเส้นเชือก (Wave on Strings) [Additional]

พิจารณาส่วเล็กๆ ของเส้นเชือกซึ่งยาว Δx มีมวลเล็กๆ Δm แรงดึงในเส้นเชือก T และความหนาแน่นของเชิงเส้นของเส้นเชือก μ โดยเชือกมีลักษณะเป็นคลื่นซึ่งมีแอมพลิจูดน้อยมากๆ เมื่อเทียบกับความยาวของเส้นเชือก ทำให้มุม θ_1 และ θ_2 มีขนาดน้อยมากๆ ดังรูปด้านล่าง



พิจารณาแรงลัพธ์ในแนวแกน y ที่เกิดขึ้นกับมวล Δm โดยมองว่าน้ำหนักมีขนาดน้อยมากๆ จนไม่ต้องนำมาคิดในแรงลัพธ์

$$\Sigma F_y = \Delta m a_y$$

$$T \sin \theta_2 - T \sin \theta_1 = (\mu \Delta x) \left(\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} \right)$$

$$T \tan \theta_2 - T \tan \theta_1 = \mu \Delta x \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} \quad ; \sin \theta \approx \tan \theta$$

$$T \frac{\partial y_2}{\partial x} - T \frac{\partial y_1}{\partial x} = \mu \Delta x \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} \quad ; \tan \theta = \frac{\partial y}{\partial x}$$

$$T \left(\frac{\partial y_2}{\partial x} - \frac{\partial y_1}{\partial x} \right) = \mu \Delta x \frac{\partial^2 y}{\partial t^2}$$

คลื่น (Waves)

$$\frac{\frac{\partial y_2}{\partial x} - \frac{\partial y_1}{\partial x}}{\Delta x} = \frac{\mu}{T} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2}$$

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{1}{(\sqrt{T/\mu})^2} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2}$$

เทียบกับสมการคลื่นเชิงเส้นใน 1 มิติ $\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2}$

สามารถสรุปได้ว่าคลื่นในเส้นเชือกมีอัตราเร็ว $v = \sqrt{\frac{T}{\mu}}$

พิจารณาพลังงานจลน์ของเส้นเชือกในส่วนเล็กๆ มวล dm ซึ่งเป็นคลื่นรูปไซน์

จาก $dK = \frac{1}{2} dm v_{\perp}^2$

$$dK = \frac{1}{2} dm \left(\frac{\partial y}{\partial t} \right)^2 \quad ; \quad v_{\perp} = \frac{\partial y}{\partial t}$$

$$dK = \frac{1}{2} (\mu dx) \left(\frac{\partial y}{\partial t} \right)^2 \quad ; \quad dm = \mu dx$$

$$dK = \frac{1}{2} (\mu dx) \left(\frac{\partial}{\partial t} (A \sin(kx \mp \omega t + \phi)) \right)^2$$

$$dK = \frac{1}{2} \mu dx (\mp \omega A \cos(kx \mp \omega t + \phi))^2$$

$$dK = \frac{1}{2} \mu \omega^2 A^2 \cos^2(kx \mp \omega t + \phi) dx$$

$$dK = \frac{1}{2} \mu \omega^2 A^2 \frac{1}{2} [1 + \cos(2(kx \mp \omega t + \phi))] dx$$

$$dK = \frac{1}{4} \mu \omega^2 A^2 (1 + \cos(2kx \mp 2\omega t + 2\phi)) dx$$

พิจารณาพลังงานกลในช่อง 1 ความยาวคลื่น (λ)

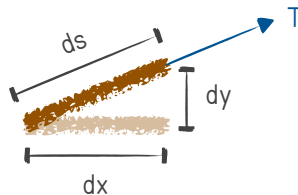
$$K = \frac{1}{4} \mu \omega^2 A^2 \int_0^\lambda (1 + \cos(2kx \mp 2\omega t + 2\phi)) dx$$

$$K = \frac{1}{4} \mu \omega^2 A^2 \left(x + \frac{1}{2k} \sin(2kx \mp 2\omega t + 2\phi) \right) \Big|_0^\lambda$$

$$K = \frac{1}{4} \mu \omega^2 A^2 \left(\lambda + \frac{1}{2k} \sin(4\pi \mp 2\omega t + 2\phi) - \frac{1}{2k} \sin(\mp 2\omega t + 2\phi) \right)$$

$$K = \frac{1}{4} \mu \omega^2 A^2 \lambda$$

พิจารณาพลังงานศักย์ของเส้นเชือกในส่วนเล็กๆ มวล dm ซึ่งเป็นคลื่นรูปไซน์ โดยมองว่าแรงดึงในเส้นเชือก T ได้ดึงจนเส้นเชือกเดิมยาว dx จนมีความยาวเป็น ds ดังรูปด้านล่าง



จาก $dU = T(ds - dx)$

$$dU = T(\sqrt{dx^2 + dy^2} - dx)$$

$$dU = T(dx \sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2} - dx)$$

$$dU = T\left(\left(1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right)^{1/2} - 1\right)dx$$

คลื่น (Waves)

จากการประมาณ $(1 \pm x)^n \approx 1 \pm nx$ เมื่อ $x \ll 1$ และ $(\frac{dy}{dx})^2 \ll 1$

จะได้
$$dU = T(1 + \frac{1}{2}(\frac{dy}{dx})^2 - 1)dx$$

$$dU = \frac{1}{2}(\frac{dy}{dx})^2 T dx$$

$$dU = \frac{1}{2}(\frac{dy}{dt} \frac{dt}{dx})^2 (v^2 \mu) dx \quad ; v = \sqrt{\frac{T}{\mu}}$$

$$dU = \frac{1}{2}(\frac{\partial y}{\partial t})^2 (\frac{1}{v^2})(v^2 \mu) dx \quad ; v = \frac{dx}{dt}$$

$$dU = \frac{1}{2}(\mu dx)(\frac{\partial y}{\partial t})^2$$

$$dU = dK$$

$\therefore$ เมื่อพิจารณาพลังงานศักย์ในช่วง 1 ความยาวคลื่น (λ)

จะได้
$$U = K = \frac{1}{4}\mu\omega^2 A^2 \lambda$$

พลังงานรวมของเส้นเชือกในช่วง 1 ความยาวคลื่น (λ)

จะได้
$$E = K + U = 2K = 2U = \frac{1}{2}\mu\omega^2 A^2 \lambda$$

กำลังของเส้นเชือกในช่วง 1 ความยาวคลื่น (λ)

จะได้
$$\mathcal{P} = \frac{E}{T} = \frac{1}{2}\mu\omega^2 A^2 \frac{\lambda}{T} = \frac{1}{2}\mu\omega^2 A^2 v$$

อัตราเร็วของคลื่นบางชนิด (The Speed of Some Waves)



อัตราเร็วของคลื่นกลบางชนิด

รูปแบบทั่วไปของอัตราเร็วของคลื่นกล

$$v = \sqrt{\frac{\text{Elastic Property}}{\text{Inertial Property}}}$$

อัตราเร็วของคลื่นตามขวางในเส้นเชือก

$$v = \sqrt{\frac{T}{\mu}}$$

T คือ แรงตึงในเส้นเชือก

μ คือ ความหนาแน่นเชิงเส้นของเส้นเชือก ($\mu = \frac{m}{\ell} = \frac{\text{มวล}}{\text{ความยาว}}$)

อัตราเร็วของคลื่นตามยาวในของไหล (เสียง)

$$v = \sqrt{\frac{B}{\rho}}$$

B คือ Bulk Modulus และ ρ คือ ความหนาแน่นของของไหล

อัตราเร็วของคลื่นตามยาวในของแข็ง

$$v = \sqrt{\frac{Y}{\rho}}$$

Y คือ Young's Modulus และ ρ คือ ความหนาแน่นของของแข็ง

อัตราเร็วของคลื่นผิวน้ำ

$$v = \sqrt{gd}$$

g คือ ค่าความเร่งเนื่องจากแรงโน้มถ่วงของโลก และ d คือ ระดับความลึกของน้ำ

คลื่น (Waves)



พลังงานและกำลังของคลื่นตามขวางบนเส้นเชือกในช่วง 1 ความยาวคลื่น
เมื่อพิจารณาผลรวมของพลังงานในช่วง 1 ความยาวคลื่นจากการสั่นในแนว
ขวางของส่วนเล็กๆ ของเส้นเชือก จะได้

พลังงานของเส้นเชือกในช่วง 1 ความยาวคลื่น ที่มีลักษณะเป็นคลื่นรูปไซน์

$$U = K = \frac{1}{4}\mu\omega^2 A^2 \lambda$$

และ $E = K + U = 2K = 2U = \frac{1}{2}\mu\omega^2 A^2 \lambda$

U คือ พลังงานศักย์ของเส้นเชือกในช่วง 1 ความยาวคลื่น

K คือ พลังงานจลน์ของเส้นเชือกในช่วง 1 ความยาวคลื่น

ω คือ ความถี่เชิงมุมของคลื่นในเส้นเชือก

A คือ แอมพลิจูดของคลื่นในเส้นเชือก

λ คือ ความยาวคลื่นของคลื่นในเส้นเชือก

E คือ พลังงานกลของเส้นเชือกในช่วง 1 ความยาวคลื่น

กำลังของเส้นเชือกในช่วง 1 ความยาวคลื่น ที่มีลักษณะเป็นคลื่นรูปไซน์

$$\mathcal{P} = \frac{E}{T} = \frac{1}{2}\mu\omega^2 A^2 v$$

$\mathcal{P}$ คือ กำลังของเส้นเชือกในช่วง 1 ความยาวคลื่น



Problem 11.27

วัตถุมวล M ผูกติดกับปลายเชือกมวล m ยาว L และวัตถุดังกล่าวห้อยอยู่อย่างสมดุล ถ้าทำการสั่นเล็กน้อยจนเกิดคลื่นขึ้นในเส้นเชือก พบว่าคลื่นดังกล่าวใช้เวลา t ในการเคลื่อนที่จากปลายเชือกด้านล่างมายังปลายเชือกด้านบน จงหาค่า g ในรูปของ M , m , L และ t ?

$$\text{Answer : } \frac{mL}{Mt^2}$$

Problem 11.28

เมื่อพิจารณาว่าคลื่นเสียงเป็นคลื่นตามยาวของของไหล ถ้าคลื่นเสียงในอากาศมีอัตราเร็วประมาณ 352 m/s และอากาศมีความหนาแน่นประมาณ 1.15 kg/m^3 ค่าโมดูลัสของอากาศมีค่าประมาณเท่าใด?

$$\text{Answer : } 142 \text{ kPa}$$

Problem 11.29

คนมวล 60.0 kg ได้รับความช่วยเหลือจากเฮลิคอปเตอร์โดยการหย่อนเชือก มวล 8.00 kg ยาว 18.0 m ซึ่งผูกติดกับเก้าอี้มวล 40.0 kg หลังจากคนขึ้นนั่งบนเก้าอี้อย่างปลอดภัยแล้ว เฮลิคอปเตอร์ได้เคลื่อนที่ขึ้น คนบนเฮลิคอปเตอร์วัดสัญญาณการสั่นพบว่าได้รับสัญญาณของคลื่นในเส้นเชือกหลังจากเฮลิคอปเตอร์เคลื่อนที่ขึ้นไปได้เป็นเวลา 0.300 s จงหา

- อัตราเร็วของคลื่นในเส้นเชือก?
- แรงดึงในเส้นเชือก?
- ขนาดความเร่งของเฮลิคอปเตอร์?

Answer : a) 60.0 m/s , b) 1.60 kN and c) 6.20 m/s^2

Problem 11.30 Challenge

เชือกเส้นหนึ่งมีความหนาแน่นเชิงเส้น $5.00 \times 10^{-2} \text{ kg/m}$ มีแรงตึงในเส้นเชือกขนาด 80.0 N ทำให้เชือกสั่นเป็นคลื่นรูปไซน์โดยมีแอมพลิจูดเท่ากับ 5.00 cm และมีความถี่เท่ากับ 50.0 Hz จงหากำลังของคลื่นในเส้นเชือกนี้ในช่วงหนึ่งความยาวคลื่น?

Answer : 247 W

Problem 11.31 Challenge

เชือกมวล 0.100 kg และยาว 10.0 m ถูกทำให้เป็นคลื่นรูปไซน์ตามฟังก์ชัน $y(x,t) = (0.200 \text{ m})\sin(\pi x - 20\pi t)$ จงหา

- แอมพลิจูด?
- ความยาวคลื่น?
- ความถี่?
- อัตราเร็วคลื่น?
- แรงตึงในเส้นเชือก?
- กำลังที่ส่งไปยังเส้นเชือก?
- พลังงานกลของเส้นเชือก?

11 - 40

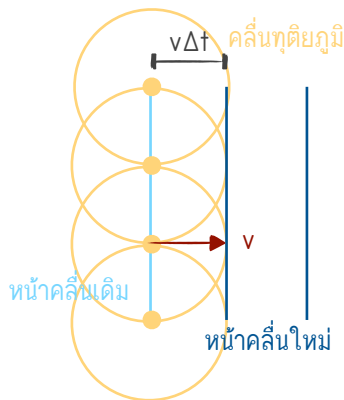
คลื่น (Waves)

Answer : a) 0.200 m, b) 2.00 m, c) 10.0 Hz, d) 20.0 m/s,
e) 4.00 N, f) 15.8 W and g) 1.58 J

หลักการของฮอยเกนส์ (Huygens's Principle)



หลักการของฮอยเกนส์ (Huygens's Principle)



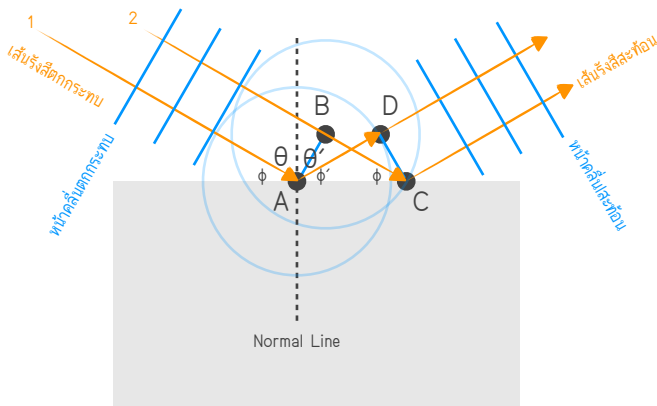
ทุกๆ จุดบนหน้าคลื่นอาจถือได้ว่าเป็นจุดกำเนิดสำหรับคลื่นทุติยภูมิทรงกลม ซึ่งแผ่ออกไปด้วยอัตราเร็วของคลื่นในตัวกลางนั้นๆ และหน้าคลื่นใหม่ที่เกิดขึ้นคือผิวสัมผัสของคลื่นทุติยภูมิดังกล่าว

ข้อสังเกต

หลักการดังกล่าวมองว่าหน้าคลื่นที่แผ่ออกไปไม่ใช่หน้าคลื่นเดิมที่เคลื่อนที่ออกไป แต่เป็นหน้าคลื่นใหม่ที่เกิดขึ้นจากแหล่งกำเนิดคลื่นบนหน้าคลื่นเดิมแผ่คลื่นออกไปเสริมกัน

การสะท้อนและการส่งผ่าน (Reflection and Transmission)

พิจารณาเส้นรังสีของคลื่นสองเส้นซึ่งเกิดจากหน้าคลื่นเดียวกัน โดยคลื่นดังกล่าวเคลื่อนที่กระทบรอยต่อระหว่างตัวกลาง และเกิดรังสีสะท้อนตาม Huygens's Principle ดังรูปด้านล่าง



จาก

$$v_1 = v_2$$

$$\frac{AD}{\Delta t} = \frac{BC}{\Delta t}$$

$$AD = BC$$

$$\frac{AD}{AC} = \frac{BC}{AC}$$

$$\cos \phi' = \cos \phi$$

$$\phi' = \phi$$

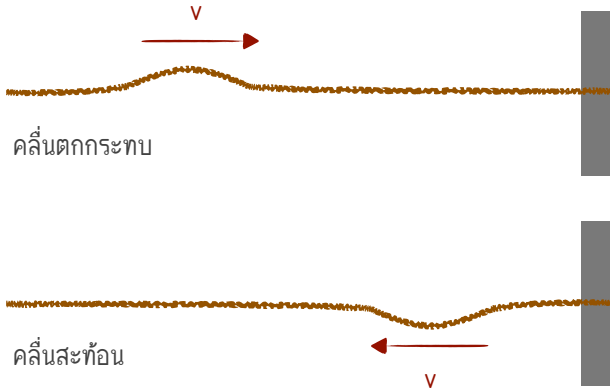
$$90^\circ - \theta' = 90^\circ - \theta$$

$\therefore$

$$\theta = \theta'$$

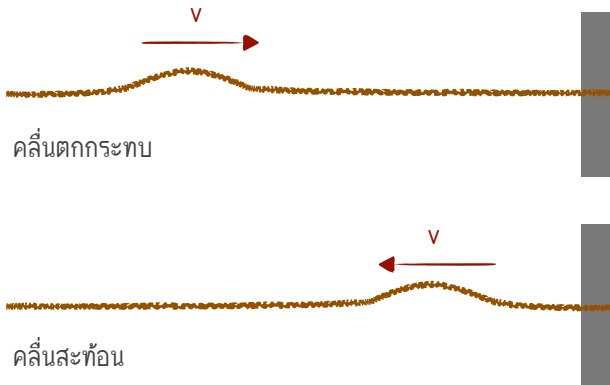
; Law of Reflection

พิจารณากรณีที่ปลายเชือกถูกตรึงไว้แน่น



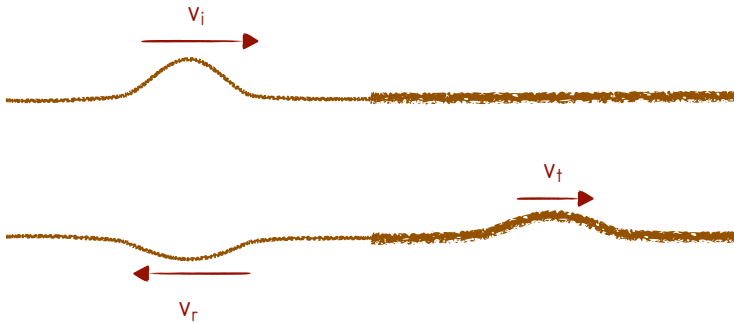
ในกรณีที่ปลายเชือกถูกตรึงไว้แน่น คลื่นในเส้นเชือกที่สะท้อนจะมีเฟสเปลี่ยนไป $\Delta\phi = \pi$ (หรือ 180°) ดังรูปด้านบน

พิจารณากรณีที่ปลายเชือกคล้องไว้อย่างหลวมๆ

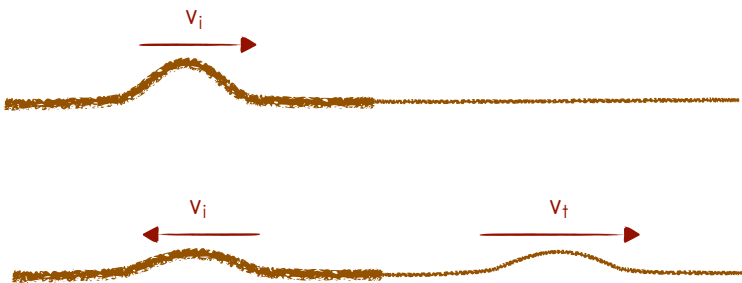


ในกรณีที่ปลายเชือกถูกคล้องไว้หลวมๆ คลื่นในเส้นเชือกที่สะท้อนเฟสจะไม่เปลี่ยน ($\Delta\phi = 0$) ดังรูปด้านบน

คลื่น (Waves)



จากรูปด้านบน เมื่อคลื่นเดินทางจากเชือกเส้นเล็ก (มีอัตราเร็วมากกว่าเนื่องจากความหนาแน่นน้อยกว่า) ไปยังเชือกเส้นใหญ่ (มีอัตราเร็วน้อยกว่าเนื่องจากความหนาแน่นมากกว่า) จะเหมือนกับเชือกเส้นเล็กถูกตรึงไว้แน่นกับเชือกเส้นใหญ่ ส่งผลให้คลื่นที่สะท้อนเฟสเปลี่ยนไป $\Delta\phi = \pi$ ในขณะที่คลื่นส่งผ่านมีเฟสเหมือนเดิม



จากรูปด้านบน เมื่อคลื่นเดินทางจากเชือกเส้นใหญ่ (มีอัตราเร็วน้อยกว่าเนื่องจากความหนาแน่นมากกว่า) ไปยังเชือกเส้นเล็ก (มีอัตราเร็วมากกว่าเนื่องจากความหนาแน่นน้อยกว่า) จะเหมือนกับเชือกเส้นใหญ่ถูกคล้องไว้อย่างหลวมๆ กับเชือกเส้นเล็ก ส่งผลให้คลื่นที่สะท้อนเฟสไม่เปลี่ยน ($\Delta\phi = 0$) และคลื่นส่งผ่านมีเฟสเหมือนเดิมเช่นกัน



การสะท้อนและการส่งผ่านของคลื่น

กฎการสะท้อน (Law of Reflection)

$$\text{มุมตกกระทบ } (\theta) = \text{มุมสะท้อน } (\theta')$$

เมื่อคลื่นเดินทางผ่านรอยต่อของตัวกลางสองตัวกลาง แล้วอัตราเร็วของคลื่นลดลง
คลื่นสะท้อนจะมีเฟสเปลี่ยนไป $\Delta\phi = \pi$ (หรือ 180°)

เมื่อคลื่นเดินทางผ่านรอยต่อของตัวกลางสองตัวกลาง แล้วอัตราเร็วของคลื่นเพิ่มขึ้น
คลื่นสะท้อนเฟสจะไม่เปลี่ยน $\Delta\phi = 0$

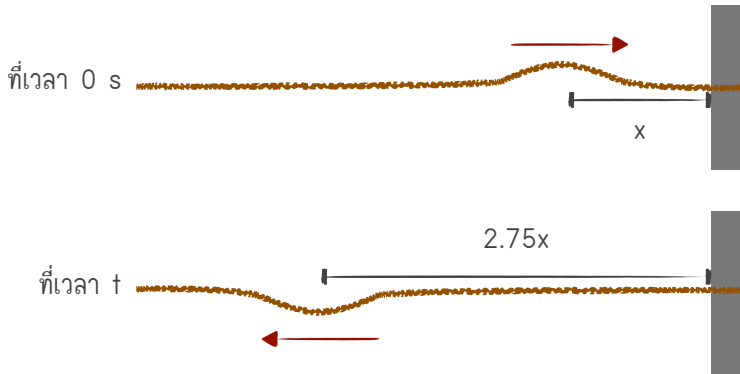
คลื่นส่งผ่านจะมีเฟสเหมือนเดิม $\Delta\phi = 0$

Problem 11.32

หน้าคลื่นเคลื่อนที่ท่ามุม 10° เทียบกับรอยต่อระหว่างตัวกลาง มุมตกกระทบและมุมสะท้อนเป็นเท่าใด?

Answer : 80°

Problem 11.33

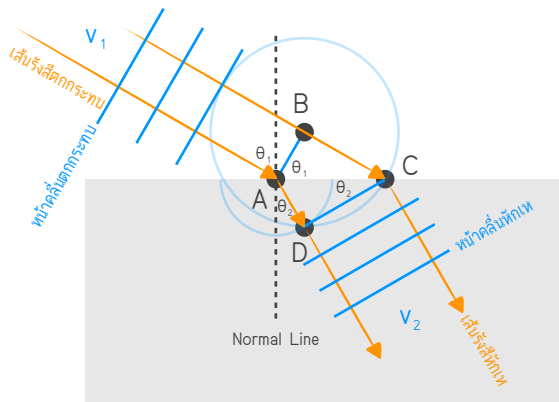


เชือกมวล m ยาว ℓ ถูกมัดไว้แน่นกับเสา เมื่อทำการสั่นด้วยแรงดึงเส้นเชือกขนาด F ทำให้เกิดคลื่นบนเส้นเชือกตามรูปด้านบน จงหาเวลา t ในรูปของ m , ℓ , F และ x ?

$$\text{Answer : } \frac{15x}{4} \sqrt{\frac{m}{F\ell}}$$

การหักเห (Refraction)

พิจารณาเส้นรังสีของคลื่นสองเส้นซึ่งเกิดจากหน้าคลื่นเดียวกัน โดยคลื่นดังกล่าวเคลื่อนที่กระทบรอยต่อระหว่างตัวกลาง และเกิดรังสีหักเหตาม Huygens's Principle ดังรูปด้านล่าง



จาก

$$\frac{\sin\theta_1}{\sin\theta_2} = \frac{\frac{BC}{AC}}{\frac{AD}{AC}}$$

$$\frac{\sin\theta_1}{\sin\theta_2} = \frac{BC}{AD}$$

$$\frac{\sin\theta_1}{\sin\theta_2} = \frac{v_1\Delta t}{v_2\Delta t}$$

$$\frac{\sin\theta_1}{\sin\theta_2} = \frac{v_1}{v_2}$$

; Law of Refraction

$$\frac{\sin\theta_1}{\sin\theta_2} = \frac{f\lambda_1}{f\lambda_2}$$

$$\frac{\sin\theta_1}{\sin\theta_2} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2}$$

; Law of Refraction



กฎของสเนลล์ (Snell's Law ; Law of Refraction)

$$\frac{\sin\theta_1}{\sin\theta_2} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2}$$

θ_1 คือ มุมของเส้นรังสีเทียบกับเส้นปกติในตัวกลางที่ 1

θ_2 คือ มุมของเส้นรังสีเทียบกับเส้นปกติในตัวกลางที่ 2

v_1 คือ อัตราเร็วคลื่นในตัวกลางที่ 1

v_2 คือ อัตราเร็วคลื่นในตัวกลางที่ 2

λ_1 คือ ความยาวคลื่นในตัวกลางที่ 1

λ_2 คือ ความยาวคลื่นในตัวกลางที่ 2

ข้อสังเกต

เมื่อคลื่นตกกระทบรอยต่อระหว่างตัวกลาง คลื่นส่วนหนึ่งจะเกิดการสะท้อน และอีกส่วนหนึ่งจะเกิดการหักเห

การหักเหของคลื่นเป็นการเปลี่ยนอัตราเร็วของคลื่นเมื่อผ่านเข้าไปในตัวกลางหนึ่ง แต่อาจไม่เปลี่ยนทิศทางการเคลื่อนที่ของคลื่นก็ได้

Problem 11.34

คลื่นเคลื่อนที่ท่ามตกระทบ 30° ปรากฏคลื่นหักเหท่ามตหักเห 60° จงหาอัตราส่วนของอัตราเร็วคลื่นหักเหต่ออัตราเร็วคลื่นตกกระทบ?

Answer : $\sqrt{3}$

Problem 11.35

เมื่อคลื่นหักเหอัตราเร็วเป็น 2 เท่าของอัตราเร็วคลื่นตกกระทบ จงหาอัตราส่วนของความยาวคลื่นหักเหต่อความยาวคลื่นตกกระทบ?

Answer : 2

Problem 11.36

คลื่นความยาวคลื่น 3 m ทำมุมตกกระทบ 37° ทำให้เกิดมุมหักเห 53° ความยาวคลื่นของคลื่นหักเหมีขนาดเท่าใด?

Answer : 4 m

Problem 11.37

คลื่นทำมุมตกกระทบ 30° ส่งผลให้คลื่นหักเหมีความยาวคลื่นเป็น $\sqrt{2}$ เท่าของความยาวคลื่นตกกระทบ มุมหักเหของคลื่นดังกล่าวเป็นเท่าใด?

Answer : 45°

Problem 11.38

คลื่นความถี่ 5 Hz ความยาวคลื่น 2 m ทำมุมตกกระทบ 30° ส่งผลให้คลื่นมีมุมหักเห 45° อัตราเร็วของคลื่นหักเหเป็นเท่าใด?

Answer : $10\sqrt{2}$ m/s

Problem 11.39

คลื่นความถี่ 10 Hz ความยาวคลื่น 3 m มีหน้าคลื่นทำมุม 30° กับรอยต่อระหว่างตัวกลาง ส่งผลให้คลื่นมีมุมหักเห 45° อัตราเร็วของคลื่นหักเหเป็นเท่าใด?

Answer : $30\sqrt{2}$ m/s

Problem 11.40

คลื่นผิวน้ำเคลื่อนที่จากระดับความลึก 2.5 m ไปยังระดับความลึก 3.6 m ด้วยมุมตกกระทบ 30° มุมหักเหของคลื่นดังกล่าวเป็นเท่าใด?

Answer : 37°

Problem 11.41

คลื่นผิวน้ำ ณ ที่ความลึก 8 m มีความยาวคลื่น 1 m จงหาความยาวคลื่นของคลื่นผิวน้ำดังกล่าวที่ความลึก 2 m?

Answer : 0.5 m

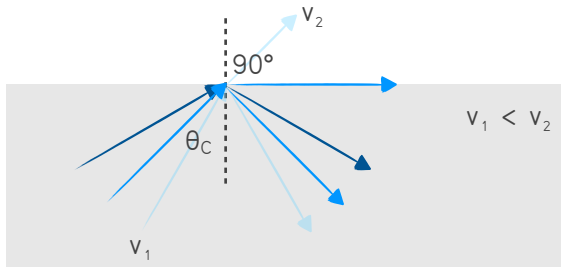
Problem 11.42

คลื่นผิวน้ำเคลื่อนที่ผ่านความลึกสามระดับ คือ 3 m, 2 m และ 1 m ตามลำดับ โดยรอยต่อระหว่างแนวลึกทั้งสามขนานกัน ถ้าคลื่นมีมุมตกกระทบแรกเท่ากับ 60° มุมหักเหสุดท้าย จะเป็นออกจากแนวตกกระทบแรกเป็นมุมเท่าใด?

Answer : 30°

การสะท้อนกลับหมด (Total Internal Reflection)

เมื่อพิจารณากรณีที่คลื่นเคลื่อนที่ไปยังตัวกลางทำให้คลื่นมีอัตราเร็วเพิ่มขึ้น จะทำให้มุมหักเหมากกว่ามุมตกกระทบ เมื่อมุมตกกระทบมากขึ้นยิ่งทำให้มุมหักเหมากขึ้น จนถึงมุมตกกระทบค่าหนึ่งซึ่งทำให้เกิดมุมหักเหเป็น 90° พอดี (คลื่นไม่ได้เคลื่อนที่เข้าไปยังอีกตัวกลางหนึ่ง) เราเรียกว่ามุมตกกระทบดังกล่าวว่า “มุมวิกฤต (Critical Angle, θ_c)” และเมื่อมุมตกกระทบมากกว่าหรือเท่ากับมุมวิกฤตนี้ คลื่นจะเกิดการสะท้อนกลับทั้งหมด ดังรูปด้านล่าง



จากรูป จะได้

$$\frac{\sin \theta_c}{\sin(90^\circ)} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2}$$

$$\sin \theta_c = \frac{v_1}{v_2} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2}$$



มุมวิกฤต (Critical Angle)

มุมวิกฤต (Critical Angle, θ_c) คือ มุมตกกระทบน้อยสุดซึ่งทำให้เกิดการสะท้อนกลับหมด

$$\sin \theta_c = \frac{v_1}{v_2} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2}$$

Problem 11.43

ถ้าอัตราเร็วของคลื่นในน้ำลึกเป็น 2 ของอัตราเร็วของคลื่นในน้ำตื้น มุมวิกฤตจะเป็นเท่าใด?

Answer : 30°

Problem 11.44

ถ้าความยาวคลื่นของคลื่นในน้ำลึกเท่ากับ 5.0 m และความยาวคลื่นของคลื่นในน้ำตื้นเท่ากับ 4.0 m ถ้าคลื่นเคลื่อนที่จากน้ำตื้นไปยังน้ำลึก คลื่นดังกล่าวจะเกิดการสะท้อนกลับหมดได้ที่มุมตกกระทบเท่าใด?

Answer : 53°

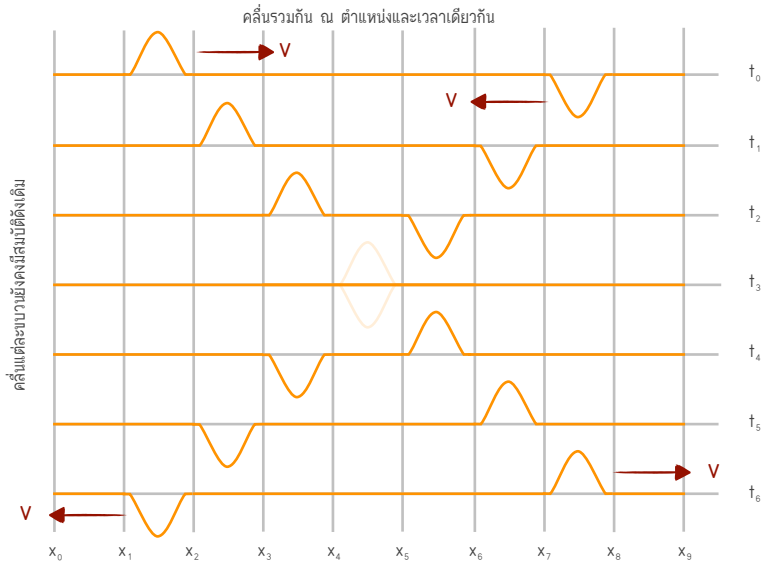
Problem 11.45

ถ้าความยาวคลื่นของคลื่นในน้ำลึกเป็น 2 ของความยาวคลื่นของคลื่นในน้ำตื้น คลื่นดังกล่าวจะเกิดการสะท้อนกลับหมดได้เมื่อหน้าคลื่นทำมุมเท่าใดกับรอยต่อระหว่างแนวที่เกิดการเปลี่ยนระดับจากน้ำตื้นไปน้ำลึก?

Answer : 30°

หลักการซ้อนทับ (Superposition)

พิจารณาคลื่นสองขบวนเคลื่อนที่เข้าหากันดังรูปด้านล่าง



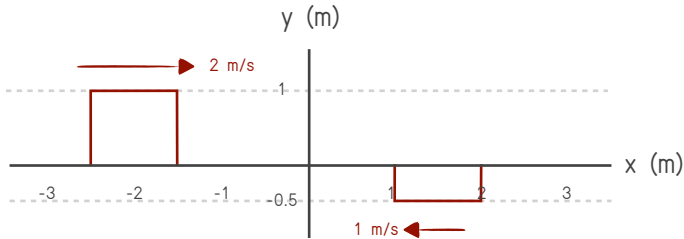
หลักการซ้อนทับ (Superposition)

หลักการซ้อนทับ (Superposition) คือ การรวมกันของฟังก์ชันทางคณิตศาสตร์แบบพีชคณิต (Algebra)

∴ ฟังก์ชันคลื่นที่ตำแหน่งและเวลาเดียวกันจะรวมกันแบบพีชคณิต เพื่อเกิดเป็นฟังก์ชันคลื่นขบวนใหม่ได้

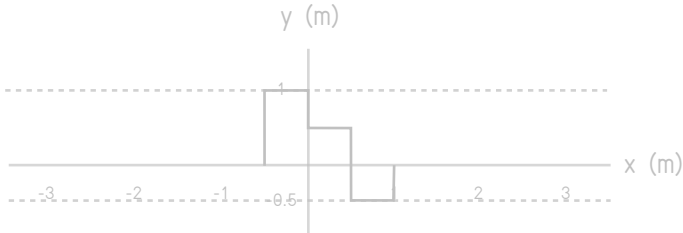
คลื่น (Waves)

Problem 11.46

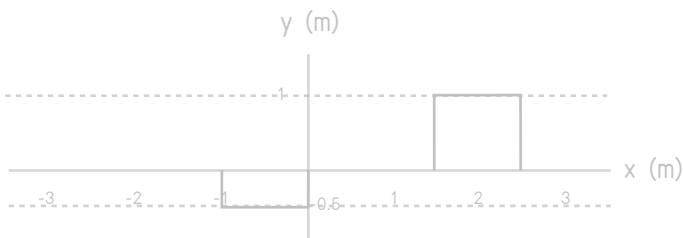


คลื่นเคลื่อนที่ด้วยอัตราเร็ว 2 m/s ในทิศ +x และ อัตราเร็ว 1 m/s ในทิศ -x ดังรูปด้านบน จงวาดลูกคลื่นดังกล่าวที่เวลา 1 s และ 2 s?

Answer : ที่เวลา 1 s



ที่เวลา 2 s



Problem 11.47

จงหาเวลาและตำแหน่งที่คลื่นคลทั้งสองหักล้างกันพอดี เมื่อคลื่นคลทั้งสองมีฟังก์ชัน

ตามสมการ $y_1 = \frac{5}{(2x - 4t)^2 + 6}$ และ $y_2 = -\frac{5}{(2x + 4t - 8)^2 + 6}$?

Answer : $t = 1$ s and $x = 2$ m

Problem 11.48

จงแสดงว่าฟังก์ชันคลื่นรวมระหว่างฟังก์ชันคลื่น $y_1 = A\sin(kx - \omega t + \phi_1)$ กับ $y_2 = A\sin(kx - \omega t + \phi_2)$ จะเท่ากับ $y = 2A\cos(\frac{\Delta\phi}{2})\sin(kx - \omega t + \phi_{av})$

เมื่อ $\Delta\phi = |\phi_1 - \phi_2|$ และ $\phi_{av} = \frac{\phi_1 + \phi_2}{2}$?

Hint : $\sin(a) + \sin(b) = 2\cos(\frac{a-b}{2})\sin(\frac{a+b}{2})$

คลื่น (Waves)

จากปัญหาก่อนหน้านี้เห็นได้ว่าเมื่อคลื่นรูปไซน์ (Sinusoidal Waves) สองขบวนซึ่งต่างกันเพียงแค่เฟสเริ่มต้น เกิดการรวมกันของคลื่นตามหลักการซ้อนทับ (Superposition) จะได้คลื่นลัพธ์เป็นไป

$$y = 2A \cos\left(\frac{\Delta\phi}{2}\right) \sin(kx - \omega t + \phi_{av})$$

มองได้ว่าเทอม $\sin(kx - \omega t + \phi_{av})$ มีลักษณะเป็นคลื่น

และเทอม $2A \cos\left(\frac{\Delta\phi}{2}\right)$ คือ แอมพลิจูดของคลื่นลัพธ์

ดังนั้น แอมพลิจูดจะมีขนาดสูงสุด (คลื่นรวมกันแบบเสริม) เมื่อ

$$\cos\left(\frac{\Delta\phi}{2}\right) = \pm 1$$

$$\frac{\Delta\phi}{2} = m\pi \quad ; m = 0, 1, 2, 3, \dots$$

$$\Delta\phi = 2m\pi$$

ดังนั้น แอมพลิจูดจะมีขนาดน้อยสุด (คลื่นรวมกันแบบหักล้าง) เมื่อ

$$\cos\left(\frac{\Delta\phi}{2}\right) = 0$$

$$\frac{\Delta\phi}{2} = \frac{(2m - 1)\pi}{2} \quad ; m = 1, 2, 3, \dots$$

$$\Delta\phi = (2m - 1)\pi$$



การรวมกันของคลื่นรูปไซน์ (Sinusoidal Waves) สองขบวนซึ่งต่างกันเพียงแค่เฟสเริ่มต้น

แอมพลิจูดจะสูงสุด เมื่อ $\Delta\phi = 2m\pi \quad ; m = 0, 1, 2, 3, \dots$

แอมพลิจูดจะเป็นศูนย์ เมื่อ $\Delta\phi = (2m - 1)\pi \quad ; m = 1, 2, 3, \dots$

Problem 11.49

จงหาการกระจัดของคลื่นลัพธ์ทั้ง 5 ขบวน ที่ $x = 0.10 \text{ m}$ และ $t = 0.01 \text{ s}$ เมื่อ

$$y_1 = (5.0 \text{ cm})\sin(4\pi x - 20\pi t)$$

$$y_2 = (5.0 \text{ cm})\sin(4\pi x - 20\pi t + 0.6\pi)$$

$$y_3 = (5.0 \text{ cm})\sin(4\pi x - 20\pi t + \pi)$$

$$y_4 = (5.0 \text{ cm})\sin(4\pi x - 20\pi t + 1.6\pi)$$

$$y_5 = (5.0 \text{ cm})\sin(4\pi x - 20\pi t + 0.3\pi) ?$$

Answer : 5.00 cm

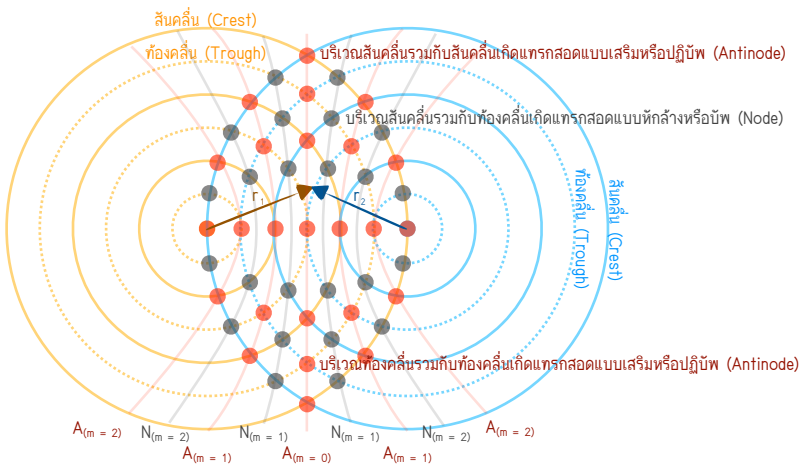
Problem 11.50 Challenge

จงหาสมการคลื่นลัพธ์ของคลื่นสองขบวน ซึ่งมีสมการเป็น $y_1 = 4.00\sin(x - 5t)$
และ $y_2 = 8.00\cos(x - 5t)$?

Answer : $8.94\sin(x - 5t + 1.11)$

การแทรกสอด (Interference)

การแทรกสอด (Interference) คือ การรวมกันของคลื่นตั้งแต่สองขบวนขึ้นไป



เกิดรูปแบบการแทรกสอดแบบเสริมและหักล้างสลับกันอย่างเป็นระบบ

พิจารณาคลื่นสองขบวนซึ่งเกิดจากแหล่งกำเนิดคลื่นอาพันธ์ (Coherent Sources) คือ แหล่งกำเนิดซึ่งให้คลื่นมีสมบัติเหมือนกันทุกอย่างทั้ง ความถี่ ความยาวคลื่น อัตราเร็วคลื่น รูปแบบคลื่น และมีความต่างของเฟสเริ่มต้นต่างกันคงที่) โดยมีเฟสเริ่มต้นของคลื่นทั้งสองเหมือนกัน เคลื่อนที่มารวมกัน โดยคลื่นสองขบวนมีระยะทางในการเคลื่อนที่ต่างกัน (Path Different) $\Delta r = |r_1 - r_2|$ ทำให้ขณะที่คลื่นรวมกันมีเฟสต่างกันอยู่ $\Delta\phi$ เมื่อคลื่นมีระยะทางต่าง λ จะทำให้เฟสต่างกัน 2π จึงเทียบอัตราส่วนได้ดังนี้

$$\frac{\Delta r}{\lambda} = \frac{\Delta\phi}{2\pi}$$

$$\Delta r = \frac{\Delta\phi}{2\pi} \lambda$$

คลื่น (Waves)

พิจารณาในกรณีแทรกสอดแบบเสริมหรือปฏิบัพ (Antinode) โดย $\Delta\phi = 2m\pi$

จะได้
$$\Delta r = \frac{2m\pi}{2\pi}\lambda$$

$$\Delta r = m\lambda$$

พิจารณาในกรณีแทรกสอดแบบหักล้างหรือบัพ (Node) โดย $\Delta\phi = (2m - 1)\pi$

จะได้
$$\Delta r = \frac{(2m - 1)\pi}{2\pi}\lambda$$

$$\Delta r = (m - \frac{1}{2})\lambda$$

ถ้าเฟสเริ่มต้นของคลื่นต่างกัน π ส่งผลให้ $\Delta\phi$ มีขนาดเลื่อนไป π จะได้

กรณีแทรกสอดแบบหักล้างหรือบัพ (Node) โดย $\Delta\phi = 2m\pi$

กรณีแทรกสอดแบบเสริมหรือปฏิบัพ (Antinode) โดย $\Delta\phi = (2m - 1)\pi$



การแทรกสอดของคลื่นสองขบวนจากแหล่งกำเนิดคลื่นอาพันธ์

กรณีที่มีเฟสเริ่มต้นเหมือนกัน

แทรกสอดแบบ**เสริม** $\Delta r = m\lambda$; $m = 0, 1, 2, 3, \dots$

แทรกสอดแบบ**หักล้าง** $\Delta r = (m - \frac{1}{2})\lambda$; $m = 1, 2, 3, \dots$

กรณีที่มีเฟสเริ่มต้นต่างกัน π (180°)

แทรกสอดแบบ**หักล้าง** $\Delta r = m\lambda$; $m = 0, 1, 2, 3, \dots$

แทรกสอดแบบ**เสริม** $\Delta r = (m - \frac{1}{2})\lambda$; $m = 1, 2, 3, \dots$

Problem 11.51

การแทรกสอดของคลื่นน้ำจากแหล่งกำเนิดอาพันธ์ห่างกันเป็นระยะ 6.0 cm ถ้าคลื่นที่เกิดขึ้นมีความยาวคลื่นเท่ากับ 4.0 cm จะเกิดบริเวณแทรกสอดแบบหักล้างระหว่างแหล่งกำเนิดทั้งสองทั้งหมดจำนวนเท่าใด?

Answer : 4

Problem 11.52

การแทรกสอดของคลื่นน้ำจากแหล่งกำเนิดอาพันธ์ห่างกันเป็นระยะ 15 cm ถ้าคลื่นที่เกิดขึ้นมีความยาวคลื่นเท่ากับ 4.0 cm จะเกิดบริเวณแทรกสอดแบบเสริมระหว่างแหล่งกำเนิดทั้งสองทั้งหมดจำนวนเท่าใด?

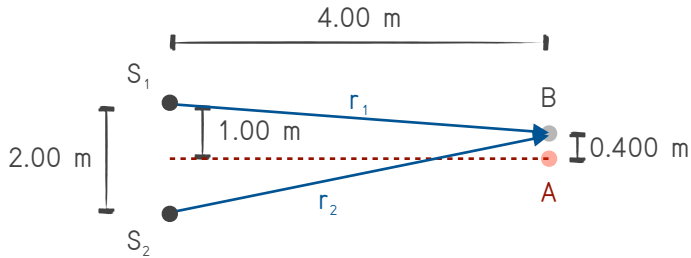
Answer : 7

Problem 11.53

คลื่นน้ำจากแหล่งกำเนิดอาพันธ์ห่างกันเป็นระยะ 10 cm ทำให้เกิดปฏิัพ (Antinode) ระหว่างแหล่งกำเนิดทั้งสองจำนวน 5 จุดพอดี ความยาวคลื่นดังกล่าวเป็นเท่าใด?

Answer : 5.0 cm

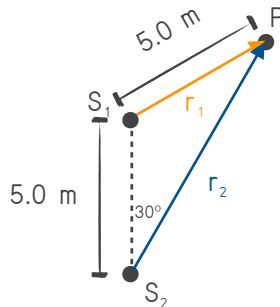
Problem 11.54



แหล่งกำเนิดคลื่นอาพันธ์สองแหล่ง S_1 และ S_2 อยู่ห่างกัน 2.00 m ปล่อยคลื่นความถี่คงที่เดียวกันออกมา เกิดปฏิบัพ (Antinode) ที่จุด A และเกิดจุดบัพ (Node) ที่จุด B โดยระหว่างจุด A และ B ไม่ได้มีจุดปฏิบัพและบัพ ดังรูปด้านบนจงหาความถี่ของคลื่นดังกล่าวเมื่ออัตราเร็วคลื่น 350 m/s ?

Answer : 875 Hz

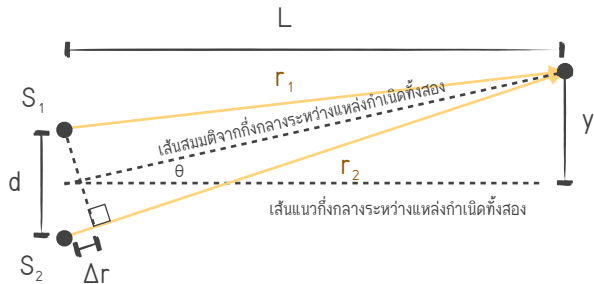
Problem 11.55



จากรูปด้านบน S_1 และ S_2 เป็นแหล่งกำเนิดคลื่นอาพันธ์ซึ่งมีเฟสตรงกัน และมีความยาวคลื่นเท่ากับ $\lambda = 25 \text{ cm}$ ระหว่าง S_2 ถึงจุด P จะเกิดจุดปฏิบัพ (Antinode) ทั้งหมดกี่จุด?

Answer : 14

Problem 11.56



จากรูปด้านบนถ้าแหล่งกำเนิดคลื่นอาพันธ์มีเฟสตรงกันอยู่ห่างกันเป็นระยะ d และสร้างคลื่นความยาวคลื่น λ ถ้า $L \gg y$ จนประมาณได้ว่าเส้น r_1 , r_2 และเส้นสมมติจากกึ่งกลางระหว่างแหล่งกำเนิดทั้งสองนั้นขนานกัน จงแสดงว่าสมการการหาตำแหน่งการเกิดปฏิบัพ (Antinode) จะเป็นไปตามสมการ

$$d \sin \theta = m \lambda \quad \text{เมื่อ } m = 0, 1, 2, \dots \quad \text{คือ ลำดับของปฏิบัพ}$$

และสมการการหาตำแหน่งการเกิดบัพ (Node) จะเป็นไปตามสมการ

$$d \sin \theta = \left(m - \frac{1}{2}\right) \lambda \quad \text{เมื่อ } m = 1, 2, 3, \dots \quad \text{คือ ลำดับของบัพ?}$$

Problem 11.57

แหล่งกำเนิดคลื่นอาพันธ์มีเฟสตรงกันอยู่ห่างกันเป็นระยะ 10.0 cm และสร้างคลื่นความยาวคลื่น 1.5 cm จะเกิดแนวปฏิบัพ (Antinode) ทั้งหมดกี่แนว?

Answer : 13

Problem 11.58

แหล่งกำเนิดคลื่นอาพันธ์มีเฟสตรงกันอยู่ห่างกันเป็นระยะ 10.0 cm และสร้างคลื่นความยาวคลื่น 2.0 cm จะเกิดแนวบัพ (Node) ทั้งหมดกี่แนว?

Answer : 10

Problem 11.59

แหล่งกำเนิดคลื่นอาพันธ์มีเฟสต่างกัน π อยู่ห่างกันเป็นระยะ 8.0 cm สร้างคลื่นอัตราเร็ว 10 m/s และความถี่ 500 Hz จะเกิดแนวแทรกสอดแบบเสริม (Antinode) ทั้งหมดกี่แนว?

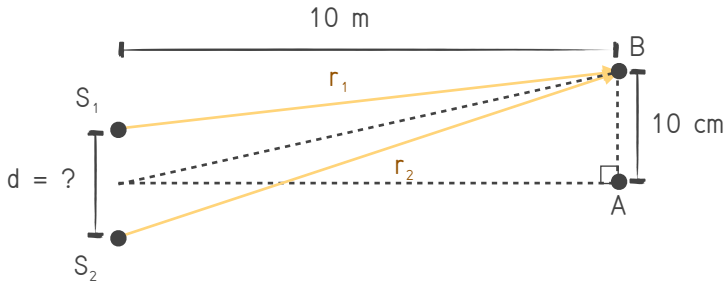
Answer : 10

Problem 11.60

แหล่งกำเนิดคลื่นอาพันธ์มีเฟสต่างกัน π สร้างคลื่นอัตราเร็ว 10 m/s และความถี่ 200 Hz ที่ตำแหน่งบัพ (Node) ลำดับที่ 3 คลื่นจะมีผลต่างระยะทางเป็นเท่าใด?

Answer : 15 cm

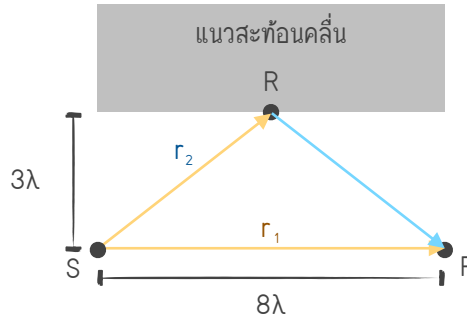
Problem 11.61



จากรูปด้านบนถ้าแหล่งกำเนิดคลื่นอาพันธ์ S_1 และ S_2 มีเฟสตรงกันสร้างคลื่นความยาวคลื่น 5.0 cm ถ้าระหว่างจุด A ถึงจุด B เกิดปฏิบัพ (Antinode) ทั้งหมด 4 จุด และที่จุด B คือตำแหน่งที่เป็นปฏิบัพ (Antinode) พอดี และที่มุม θ น้อยๆ ประมาณได้ว่า $\sin\theta \approx \tan\theta$ จงหาว่าแหล่งกำเนิดคลื่นทั้งสองอยู่ห่างกันเท่าใด?

Answer : 15 m

Problem 11.62

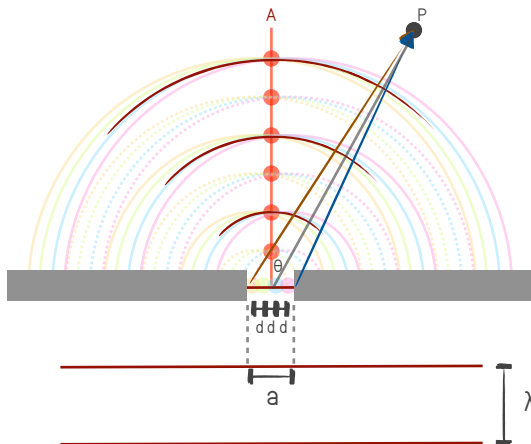


จากรูปด้านบนถ้าแหล่งกำเนิดคลื่น S ปล่อยความคลื่น λ ออกไป ปรากฏว่าคลื่นที่ไปกระทบกับแนวสะท้อนคลื่นที่จุด R โดยแนวสะท้อนดังกล่าววางตัวขนานกับแนวระหว่างจุด S กับจุด P และแนวสะท้อนดังกล่าวมีพฤติกรรมกับคลื่นดังกล่าวเหมือนกับคลื่นบนเส้นเชือกที่ถูกมัดไว้แน่น ทำให้คลื่นสะท้อนมารวมกับคลื่นที่เดินทางในแนวระหว่างจุด S กับจุด P และเกิดการแทรกสอดขึ้นที่จุด P จงอธิบายว่าการแทรกสอดดังกล่าวเป็นการแทรกสอดแบบใด และเป็นการแทรกสอดลำดับใด?

Answer : การแทรกสอดแบบหักล้าง (Node) ลำดับที่ 2

การเลี้ยวเบน (Diffraction)

การเลี้ยวเบน คือ การที่คลื่นกระจายออกจากแนวการเคลื่อนที่เดิมเมื่อคลื่นเคลื่อนที่ผ่านช่องแคบหรือสิ่งกีดขวาง ซึ่งสามารถพิจารณาได้ว่าเกิดจากการรวมกันของคลื่นที่มีแหล่งกำเนิดมาจากทุกๆ จุดบนหน้าคลื่นตามหลักการของฮอยเกน (Huygens's Principle)



พิจารณาค้นความยาวคลื่น λ เคลื่อนที่ผ่านช่องแคบเดี่ยวซึ่งกว้าง a ดังรูปด้านบน
เมื่อนำแนวคิดจากการทดลองการแทรกสอดจากแหล่งกำเนิดคลื่นอาพันธ์สองแหล่ง มาพิจารณา

ตำแหน่งบัพ (Node) ลำดับที่ 1 คือ
$$d \sin \theta = \left(1 - \frac{1}{2}\right) \lambda$$

$$d \sin \theta = \frac{\lambda}{2}$$

คลื่น (Waves)

เมื่อแบ่งแหล่งกำเนิดออกเป็น 2 จุด จะได้

$$d = \frac{a}{2}$$

ดังนั้นตำแหน่งบัพ (Node) คือ

$$\frac{a}{2} \sin \theta = \frac{\lambda}{2}$$

$$a \sin \theta = \lambda$$

เมื่อแบ่งแหล่งกำเนิดออกเป็น 4 จุด จะได้

$$d = \frac{a}{4}$$

ดังนั้นตำแหน่งบัพ (Node) ลำดับที่ 1 คือ

$$\frac{a}{4} \sin \theta = \frac{\lambda}{2}$$

$$a \sin \theta = 2\lambda$$

เมื่อแบ่งแหล่งกำเนิดออกเป็น 6 จุด จะได้

$$d = \frac{a}{6}$$

ดังนั้นตำแหน่งบัพ (Node) ลำดับที่ 1 คือ

$$\frac{a}{6} \sin \theta = \frac{\lambda}{2}$$

$$a \sin \theta = 3\lambda$$

เห็นได้ว่าสมการตำแหน่งของบัพ (Node) ได้เลื่อนจาก $\Delta r = (m - \frac{1}{2})\lambda$ ไปเป็น $\Delta r = m\lambda$

ดังนั้นสมการตำแหน่งของปฏิบัพ (Antinode) จึงเลื่อนจาก $\Delta r = m\lambda$ ไปเป็น $\Delta r = (m - \frac{1}{2})\lambda$ เช่นกัน แต่เนื่องจากปฏิบัพ (Antinode) ลำดับที่ 1 ได้ถูกปฏิบัพ (Antinode) ลำดับที่ 0 กลืนไป ปฏิบัพ (Antinode) ลำดับที่ 1 จึงต้องเริ่มนับจาก $m = 2$ เพื่อความสะดวกในการคำนวณเราจะเปลี่ยนสมการตำแหน่งของปฏิบัพ (Antinode) เป็น $\Delta r = (m + \frac{1}{2})\lambda$ โดย $m = 1, 2, 3, \dots$



การเลี้ยวเบนผ่านช่องแคบเดี่ยว

$$\Delta r = a \sin \theta = \begin{cases} \text{กรณีบัพ (Node)} \\ m\lambda & ; m = 1, 2, 3, \dots \\ \text{กรณีปฏิบัพ (Antinode)} \\ (m + \frac{1}{2})\lambda & ; m = 1, 2, 3, \dots \end{cases}$$

Δr คือ ความต่างระยะทางของคลื่นสองขบวนซึ่งเคลื่อนที่จากขอบของช่องแคบเดี่ยว

a คือ ความกว้างของช่องแคบเดี่ยว

θ คือ มุมเทียบกับแนวปฏิบัพ (Antinode) กลาง (Antinode กว้างที่สุด)

m คือ ลำดับรู้การเลี้ยวเบน

λ คือ ความยาวคลื่น

Problem 11.63

คลื่นน้ำความยาวคลื่น 2.0 m เคลื่อนที่ผ่านช่องแคบเดี่ยวกว้าง 4.0 m ทำให้เกิดการเลี้ยวเบนเกิดขึ้นหลังช่องแคบเดี่ยวดังกล่าว พบแนวบัพ (Node) ลำดับที่ 1 ทำมุมเท่าใดเทียบกับแนวปฏิบัพ (Antinode) ตรงกลาง?

Answer : $\pm 30^\circ$

Problem 11.64

คลื่นน้ำความยาวคลื่น 1.0 m เคลื่อนที่ผ่านช่องแคบเดี่ยวกว้าง 10 cm ทำให้เกิดการเลี้ยวเบนเกิดขึ้นหลังช่องแคบเดี่ยวดังกล่าว ที่ระยะห่างจากช่องแคบเดี่ยว 10 m จะเห็นปฏิบัพ (Antinode) แนวกลางกว้างเป็นเท่าใด?

Answer : 200 m

Problem 11.65

คลื่นน้ำความยาวคลื่น 1.0 m เคลื่อนที่ผ่านช่องแคบเดี่ยวกว้าง 10 cm ทำให้เกิดการเลี้ยวเบนเกิดขึ้นหลังช่องแคบเดี่ยวดังกล่าว จะพบแนวปฏิบัพ (Antinode) หลังช่องแคบดังกล่าวทั้งหมดกี่แนว?

Answer : 1

คลื่นนิ่ง (Standing Wave)

พิจารณาคลื่นสองขบวนที่เหมือนกันเคลื่อนที่เข้าหากัน โดยคลื่นทั้งสองขบวนมีสมการเป็น $y_1 = A\sin(kx - \omega t)$ และ $y_2 = A\sin(kx + \omega t)$ จะได้

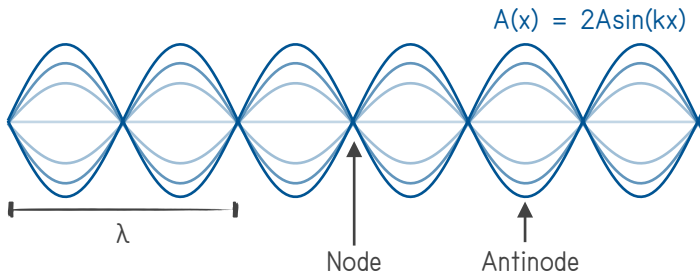
$$y = y_1 + y_2$$

$$y = A\sin(kx - \omega t) + A\sin(kx + \omega t)$$

$$y = A(\sin(kx)\cos(\omega t) - \sin(\omega t)\cos(kx) + \sin(kx)\cos(\omega t) + \sin(\omega t)\cos(kx))$$

$$y = 2A\sin(kx)\cos(\omega t)$$

มองได้ว่าเทอม $\cos(\omega t)$ เป็นการสั่น และเทอม $2A\sin(kx)$ คือ แอมพลิจูดของการสั่น



คลื่นนิ่ง (Standing Wave)

เมื่อคลื่นสองขบวนที่เหมือนกันเคลื่อนที่เข้าหากัน และมารวมกัน จะเกิดรูปแบบคลื่นซึ่งอยู่นิ่งๆ งามสมการ

$$y = A(x)\cos(\omega t) \quad ; \quad A(x) = 2A\sin(kx)$$

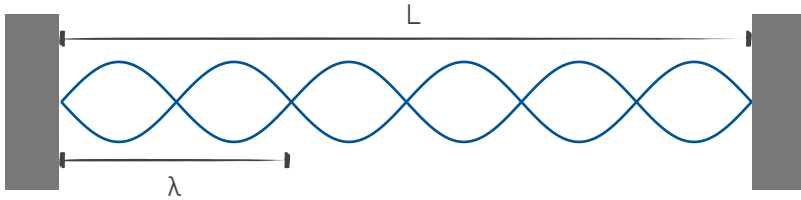
Problem 11.66 Challenge

คลื่นนิ่งซึ่งเกิดจากการรวมกันของคลื่น $y_1 = (5.00 \text{ cm})\sin(4\pi x - 20\pi t)$ กับคลื่น $y_2 = (5.00 \text{ cm})\sin(4\pi x + 20\pi t)$ จงหา

- ตำแหน่งของ Node?
- ตำแหน่งของ Antinode?
- แอมพลิจูดสูงสุด?
- แอมพลิจูดที่ตำแหน่ง $x = 0.0417 \text{ m}$?

Answer : a) $\frac{N}{4}$, b) $\frac{(2N - 1)}{8}$, c) 10.0 cm and d) 5.00 cm

คลื่นนิ่งในเส้นเชือกที่ถูกตรึงสองด้าน



n Antinodes, Harmonic n and Overtone : $n - 1$

จากรูป $L = \frac{n\lambda}{2} \rightarrow \therefore \lambda_n = \frac{2L}{n}$

จาก $v = f_n \lambda_n$
 $v = f_n \left(\frac{2L}{n} \right) \rightarrow \therefore f_n = \frac{nv}{2L}$



คลื่นนิ่งในเส้นเชือกที่ถูกตรึงสองด้าน

$$\lambda_n = \frac{2L}{n} \text{ และ } f_n = \frac{nv}{2L} \text{ และ } f_1 = \frac{v}{2L} \text{ และ } f_n = nf_1$$

λ_n คือ ความยาวคลื่นของฮาร์โมนิกลำดับที่ n

f_n คือ ความถี่คลื่นของฮาร์โมนิกลำดับที่ n

L คือ ระยะห่างระหว่างปลายตรึงสองด้าน

n คือ ลำดับของฮาร์โมนิก (จำนวนของ Antinodes)

v คือ อัตราเร็วของคลื่น

f_1 คือ ความถี่มูลฐาน (Fundamental Frequency) ซึ่งเป็นความถี่ต่ำสุดที่เป็นไปได้ของการสั่น

Problem 11.67

เส้นลวดโลหะยาว 2.0 m ปลายถูกตรึงไว้แน่นทั้งสองด้าน ทำให้เกิดคลื่นนิ่งจำนวน 2 ปฏิบัพ (Antinode) คลื่นดังกล่าวมีความยาวคลื่นขนาดเท่าใด?

Answer : 2.0 m

Problem 11.68

เกิดคลื่นนิ่งบนเส้นเชือกของฮาร์โมนิกลำดับที่ 5 ถ้าเชือกดังกล่าวยาว 4.00 m และสั่นด้วยความถี่ 100 Hz อัตราเร็วของคลื่นบนเส้นเชือกเป็นเท่าใด?

Answer : 160 m/s

Problem 11.69

เชือกยาว 3.00 m ถูกทำให้เกิดคลื่นนิ่งด้วยความถี่ 400 Hz ซึ่งเป็นระดับความถี่ในโอเวอร์โทน (Overtone) ลำดับที่ 5 อัตราเร็วของคลื่นบนเส้นเชือกเป็นเท่าใด?

Answer : 400 m/s

Problem 11.70

เชือกยาว 1.00 m ปลายถูกตรึงไว้แน่นทั้งสองด้าน ถูกทำให้เกิดคลื่นนิ่งซึ่งมีอัตราเร็ว 100 m/s ความถี่มูลฐาน (Fundamental Frequency) ของคลื่นนิ่งดังกล่าวเป็นเท่าใด?

Answer : 50.0 Hz

Problem 11.71

เส้นลวดโลหะมวล 0.10 kg ยาว 4.0 m ปลายถูกตรึงไว้แน่นทั้งสองด้าน ทำให้สั่นด้วยความถี่ 100 Hz จึงเกิดคลื่นนิ่งพบจำนวน 4 ปฏิบัพ (Antinode) เส้นลวดดังกล่าวมีแรงตึงในเส้นลวดขนาดเท่าใด?

Answer : 1.0 kN

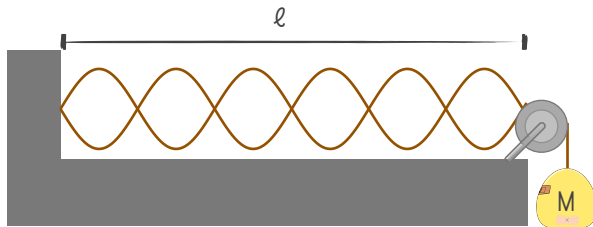
Problem 11.72

สายกีตาร์ยาว 64.0 cm ปกติเป็นโน้ตตัว E มีความถี่เท่ากับ 330 Hz ถ้าต้องการจะเล่นโน้ต F ซึ่งมีความถี่เท่ากับ 350 Hz ต้องเลื่อนนิ้วเข้ามาเป็นระยะเท่าใด?

Answer : 3.7 cm

Problem 11.73

แขวนวัตถุมวล M ไว้กับปลายเส้นเชือกยาว L มวล m ถูกทำให้สั่นดังรูปด้านล่าง จงหาความถี่ของการสั่นดังกล่าว?



คลื่น (Waves)

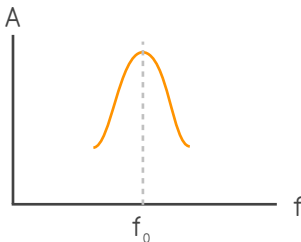
$$\text{Answer : } \frac{3}{2} \sqrt{\frac{MgL}{m}}$$

การสั่นพ้อง (Resonance)

ความถี่ธรรมชาติ (Natural Frequency) คือ ความถี่ของระบบในสภาวะที่สั่นอย่างอิสระด้วยแรงอนุรักษ์ เช่น ระบบมวลติดสปริงจะสั่นแบบฮาร์มอนิกอย่างง่าย

ด้วยความถี่ธรรมชาติ $f_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}}$ หรือระบบลูกตุ้มอย่างง่ายจะสั่นแบบฮาร์มอนิกอย่างง่ายด้วยความถี่ธรรมชาติ $f_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{L}}$ เป็นต้น

การสั่นพ้อง (Resonance) คือ ปรากฏการณ์ที่มีแรงมากระทำกับระบบ โดยที่ความถี่ของแรงดังกล่าวมีความถี่เท่ากับความถี่ธรรมชาติ (หรือใกล้เคียงกับความถี่ธรรมชาติ) ส่งผลให้ระบบสั่นด้วยแอมพลิจูด (Amplitude) ที่สูงมากๆ จนเกิดความเสียหายขึ้นกับระบบนั้น และเรียกความถี่ของแรงที่มากระทำกับระบบซึ่งตรงกับความถี่ธรรมชาติของระบบว่า ความถี่เรโซแนนซ์ (Resonance Frequency)



กราฟแอมพลิจูดการสั่นของระบบ (A) กับความถี่ของแรงที่กระทำกับระบบ (f)



ภาพสะพานทาโคมา (Tacoma Narrows Bridge) ในปี 1940 ที่เกิดจากความผิดพลาดในการออกแบบทำให้สะพานเกิดการสั่นพ้อง (Resonance) กับลมที่พัดผ่านสะพาน ทำให้สะพานเกิดการสั่นอย่างรุนแรงและเสียหายในที่สุด

Problem 11.74

ความถี่จากแรงภายนอกที่ทำให้ระบบมวล m ซึ่งติดอยู่กับสปริงค่าคงที่ของสปริงเท่ากับ k สั่นด้วยแอมพลิจูดสูงที่สุดคือเท่าใด?

Answer : $\frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}}$

คลื่น (Waves)

