

แม่เหล็กและไฟฟ้า (Magnetism and Electricity)

รูปภาพจาก : www.pixabay.com

บทที่ 15 แม่เหล็กและไฟฟ้า

ในการเคลื่อนที่ของอนุภาคซึ่งมีประจุไฟฟ้า นอกจากจะได้รับอิทธิพลจากสนามไฟฟ้า ยังพบว่าอนุภาคที่มีประจุไฟฟ้าได้รับอิทธิพลจากสนามแม่เหล็กอีกด้วย ในบทนี้จะอธิบายถึงการเคลื่อนที่ของอนุภาคซึ่งมีประจุไฟฟ้าเนื่องจากอิทธิพลของสนามแม่เหล็ก กระแสไฟฟ้าเหนี่ยวนำเนื่องจากการเปลี่ยนแปลงของฟลักซ์แม่เหล็ก และพฤติกรรมของไฟฟ้ากระแสสลับ

กฎของบิโอต์-ซาวาร์ต (The Biot-Savart Law) [Additional]



สมบัติของสนามแม่เหล็ก

- 1) $d\vec{B}$ ตั้งฉากกับ $d\vec{r}$ และตั้งฉากกับ $\hat{r}$
- 2) $|d\vec{B}|$ แปรผกผันกับ r^2
- 3) $|d\vec{B}|$ แปรผันตรงกับ $|d\vec{r}|$
- 4) $|d\vec{B}|$ แปรผันตรงกับ $\sin\theta$



กฎของบิโอต์-ซาวาร์ต (The Biot-Savart Law)

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I d\vec{r} \times \hat{r}}{r^2}$$

$d\vec{B}$ คือ สนามแม่เหล็กซึ่งเกิดจากกระแสไฟฟ้าในส่วนของ $d\vec{r}$

μ_0 คือ สภาพซึมผ่านได้ของสุญญากาศ (Permeability of a free space = $4\pi \times 10^{-7} \text{ m}\cdot\text{T}/\text{A}$)

I คือ กระแสไฟฟ้าที่ไหลผ่านในส่วนของ $d\vec{r}$

$d\vec{r}$ คือ ส่วนเล็กๆ ของเส้นลวด ซึ่งมีทิศทางเดียวกับกระแสไฟฟ้า I

$\hat{r}$ คือ เวกเตอร์หนึ่งหน่วย ซึ่งชี้จาก $d\vec{r}$ ไปยังจุดที่ต้องการหาสนามแม่เหล็ก $d\vec{B}$

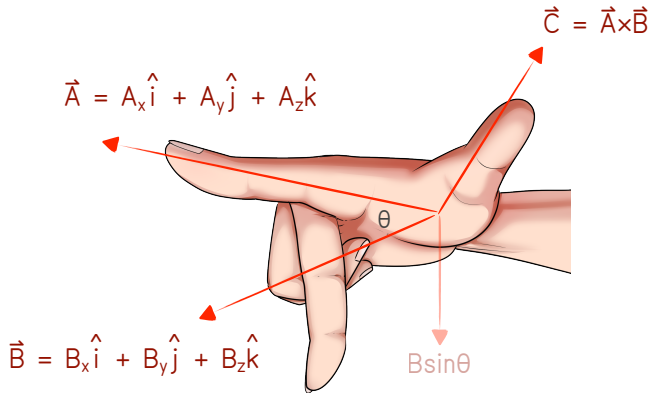
r คือ ระยะห่างระหว่าง $d\vec{r}$ กับจุดที่ต้องการหาสนามแม่เหล็ก $d\vec{B}$

สามารถหาสนามแม่เหล็กลัพธ์ที่เกิดจากกระแสไฟฟ้า I ได้จาก

$$\vec{B} = \int d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{I d\vec{r} \times \hat{r}}{r^2}$$



ทบทวนผลคูณเชิงเวกเตอร์ (The Vector Product)



จากรูปด้านบน

 $|\vec{C}| = |\vec{A} \times \vec{B}| = |\vec{A}||\vec{B}|\sin\theta$ และหาทิศของ $\vec{C}$ ตามกฎมือขวาจากรูปด้านบน

และ

$$\vec{C} = \vec{A} \times \vec{B} = \det \begin{bmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{bmatrix}$$

สมบัติบางข้อของการ cross เวกเตอร์

$$\vec{A} \times \vec{B} = -\vec{B} \times \vec{A}$$

$$\vec{A} \times \vec{B} = 0 \quad ; \quad \vec{A} \parallel \vec{B}$$

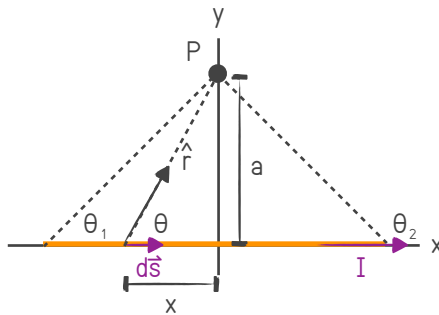
$$\hat{i} \times \hat{i} = \hat{j} \times \hat{j} = \hat{k} \times \hat{k} = 0$$

$$|\vec{A} \times \vec{B}| = |\vec{A}||\vec{B}| \quad ; \quad \vec{A} \perp \vec{B}$$

Problem 15.1 Challenge

เส้นลวดตัวนำวางตัวในแนวแกน x มีกระแสไฟฟ้าไหลผ่าน I ดังรูปด้านล่าง จงหาสนามแม่เหล็กที่จุด P และแสดงว่าในกรณีที่เส้นลวดยาวมากๆ สนามแม่เหล็ก

ที่จุด P จะเป็น $\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{2\pi a} \hat{k}$?



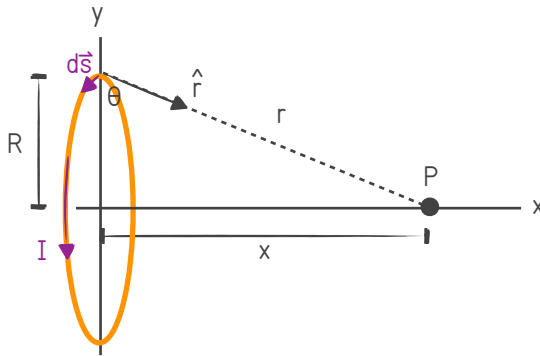
แม่เหล็กและไฟฟ้า (Magnetism and Electricity)

$$\text{Answer : } \frac{\mu_0 I}{4\pi a} (\cos\theta_1 - \cos\theta_2) \hat{k}$$

Problem 15.2 Challenge

เส้นลวดวงกลมรัศมี R มีกระแสไฟฟ้าไหลผ่าน I จงหาสนามแม่เหล็กที่จุด P ซึ่งอยู่ห่างจากจุดศูนย์กลางวงกลมตามแนวแกน x เป็นระยะ x ดังรูปด้านล่าง และจงแสดงว่าถ้าจุด P อยู่ที่จุดศูนย์กลางของเส้นลวดวงกลม สนามแม่เหล็กจะเป็น

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{2R} \hat{i} ?$$



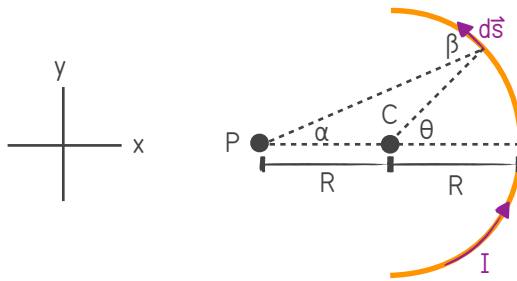
แม่เหล็กและไฟฟ้า (Magnetism and Electricity)

$$\text{Answer} : \frac{\mu_0 I R^2}{2(x^2 + R^2)^{3/2}} \hat{i}$$

Problem 15.3 Challenge

เส้นลวดครึ่งวงกลมรัศมี R มีกระแสไฟฟ้าไหลผ่าน I ดังรูปด้านล่าง เมื่อจุด C คือจุดศูนย์กลางของวงกลม จงหาสนามแม่เหล็กที่จุด P ในรูปของ μ_0 , I และ R

(Hint : $\int \sec(ax)dx = \frac{1}{a} \ln|\sec(ax) + \tan(ax)| + \text{Const.}$)?

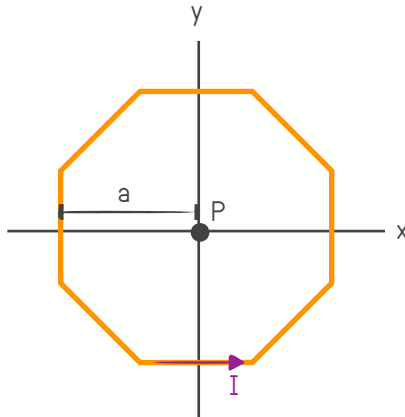


แม่เหล็กและไฟฟ้า (Magnetism and Electricity)

$$\text{Answer : } \frac{\mu_0 I}{8\pi R} \ln\left(\frac{\sqrt{2} + 1}{\sqrt{2} - 1}\right) \hat{k}$$

Problem 15.4 Challenge

จงหาสนามแม่เหล็กที่จุดกึ่งกลางของรูป N เหลี่ยมด้านเท่า ซึ่งมีระยะจากจุดกึ่งกลางถึงด้านแต่ละด้านเป็น a และมีกระแสไฟฟ้า I ไหลผ่านดังรูปด้านล่าง และจงแสดงว่าเมื่อ N เข้าใกล้ล้อนันต์ สนามแม่เหล็กจะอยู่ในรูป $\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{2a} \hat{k}$ ซึ่งเป็นสนามแม่เหล็กที่จุดศูนย์กลางของวงกลมรัศมี a ?



แม่เหล็กและไฟฟ้า (Magnetism and Electricity)

$$\text{Answer : } \frac{\mu_0 I}{2a} \left(\frac{\sin(\pi/N)}{\pi/N} \right) \hat{k}$$

กฎของแอมแปร์ (Ampere's Law) [Additional]

พิจารณาสนามแม่เหล็กเนื่องจากเส้นลวดยาวมากๆ โดยสร้างเส้นวงปิดทับตามแนวสนามแม่เหล็ก และทำการอินทิเกรตตามแนวเส้นวงปิดตามแนวสนามแม่เหล็ก ดังรูปด้านล่าง

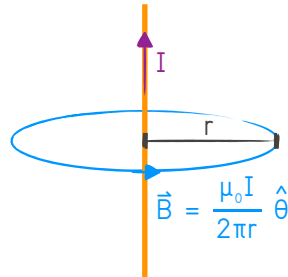
จะได้

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \oint \left(\frac{\mu_0 I}{2\pi r} \hat{\theta} \right) \cdot (ds \hat{\theta})$$

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \oint ds$$

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} (2\pi r)$$

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 I_{\text{enc}}$$



การใช้กฎของแอมแปร์ในการหาสนามแม่เหล็ก

- เริ่มพิจารณาจากสมการ $\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 I_{\text{enc}}$
- สร้างเส้นวงปิดให้สัมผัสกับตำแหน่งที่ต้องการหาสนามแม่เหล็ก โดยให้เส้นวงปิดอยู่ในแนวที่สนามแม่เหล็กคงที่ และมีทิศทางเดียวกับสนามแม่เหล็ก

จะได้

$$|\vec{B}| \oint ds = \mu_0 I_{\text{enc}}$$

$$|\vec{B}| s = \mu_0 I_{\text{enc}}$$

$$|\vec{B}| = \frac{\mu_0 I_{\text{enc}}}{s} \quad ; s \text{ คือ ความยาวของเส้นวงปิด}$$

- พิจารณาหา I_{enc} เพื่อแทนค่าในสมการ $|\vec{B}| = \frac{\mu_0 I_{\text{enc}}}{s}$ โดยสนามแม่เหล็กดังกล่าวจะมีทิศทางวนรอบกระแสไฟฟ้าตามกฎมือขวา



ทบทวนผลคูณเชิงสเกลาร์ (The Scalar Product)

$$\vec{A} = A_x \hat{i} + A_y \hat{j} + A_z \hat{k} \rightarrow |\vec{A}|^2 = A_x^2 + A_y^2 + A_z^2$$

$$\vec{B} = B_x \hat{i} + B_y \hat{j} + B_z \hat{k} \rightarrow |\vec{B}|^2 = B_x^2 + B_y^2 + B_z^2$$

จากรูปด้านบนเราสามารถหา $\vec{A} \cdot \vec{B}$ ได้จาก

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = |\vec{A}| |\vec{B}| \cos \theta = A_x B_x + A_y B_y + A_z B_z$$

· (Dot) คือ สัญลักษณ์ของการคูณเวกเตอร์แบบผลลัพธ์เป็นสเกลาร์ และนิยมเรียกผลคูณเชิงสเกลาร์ว่า “Dot Product”

สมบัติบางข้อของการ dot เวกเตอร์

สมบัติการสลับที่

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = \vec{B} \cdot \vec{A}$$

สมบัติการแจกแจง

$$\vec{C} \cdot (\vec{A} + \vec{B}) = \vec{C} \cdot \vec{A} + \vec{C} \cdot \vec{B}$$

เวกเตอร์ dot ตัวเอง

$$\vec{A} \cdot \vec{A} = A_x A_x + A_y A_y + A_z A_z$$

$$\vec{A} \cdot \vec{A} = A_x^2 + A_y^2 + A_z^2$$

$$\vec{A} \cdot \vec{A} = |\vec{A}|^2$$

การ dot ระหว่างเวกเตอร์หนึ่งหน่วย

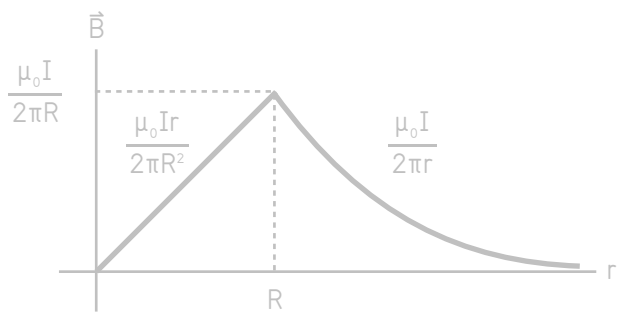
$$\text{การ dot กับตัวเอง} \quad \hat{i} \cdot \hat{i} = \hat{j} \cdot \hat{j} = \hat{k} \cdot \hat{k} = 1$$

$$\text{การ dot กับเวกเตอร์หนึ่งหน่วยอื่น} \quad \hat{i} \cdot \hat{j} = \hat{j} \cdot \hat{k} = \hat{k} \cdot \hat{i} = 0$$

Problem 15.5 Challenge

เส้นลวดทรงกระบอกยาวมากมี R มีกระแสไฟฟ้าคงที่ I กระจายสม่ำเสมอ
ไหลผ่านตั้งฉากพื้นที่หน้าตัดของเส้นลวดดังกล่าว จงวาดกราฟสนามแม่เหล็กที่
ตำแหน่งต่างๆ?

แม่เหล็กและไฟฟ้า (Magnetism and Electricity)



Answer :

แม่เหล็กและไฟฟ้า (Magnetism and Electricity)

Problem 15.6 Challenge

จงหาสนามแม่เหล็กด้านในขดลวดโซลินอยด์ (Solenoid) ยาวมากๆ ซึ่งมีความหนาแน่นของจำนวนเส้นลวด n และมีกระแสไฟฟ้าไหลผ่าน I ?

Answer : $\mu_0 n I$

แม่เหล็กและไฟฟ้า (Magnetism and Electricity)

Problem 15.7 Challenge

จงหาสนามแม่เหล็กที่ตำแหน่งต่างๆ ของขดลวดทอรอยด์ (Toroid) ซึ่งมีเส้นพันอยู่ N รอบ มีรัศมี r และมีกระแสไฟฟ้าไหลผ่าน I ?

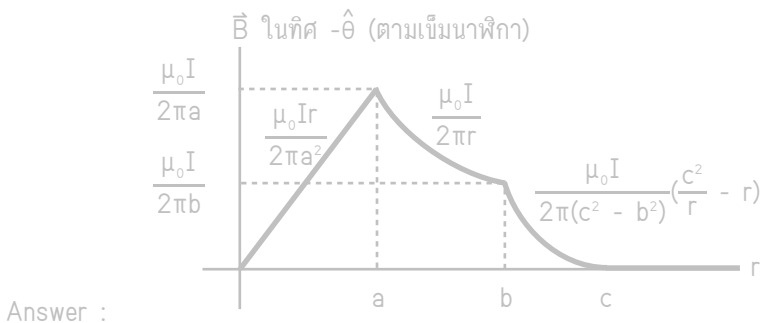
$$\text{Answer : } |\vec{B}_{\text{out}}| = 0 \text{ and } |\vec{B}_{\text{in}}| = \frac{\mu_0 NI}{2\pi r}$$

Problem 15.8 Challenge

ตัวนำทรงกระบอกตันยาวมากๆ รัศมี a วางอยู่ตามแนวแกน z มีกระแสไฟฟ้าสม่ำเสมอ I ไหลผ่านในทิศ $-z$ วางซ้อนอยู่ในตัวนำทรงกระบอกกลวงบางยาวมากๆ รัศมีภายใน b รัศมีภายนอก c และมีกระแสไฟฟ้าสม่ำเสมอ I ไหลผ่านในทิศ $+z$ โดยแกนกลางทรงกระบอกทั้งสองทับกันพอดี จงวาดกราฟสนามแม่เหล็กที่ตำแหน่งต่างๆ?

แม่เหล็กและไฟฟ้า (Magnetism and Electricity)

แม่เหล็กและไฟฟ้า (Magnetism and Electricity)



Problem 15.9 Challenge

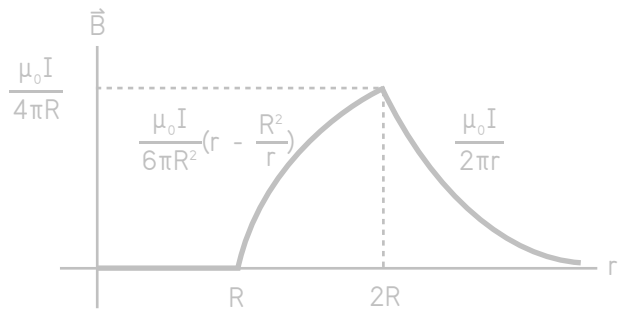
ตัวนำทรงกระบอกกลวงยาวมากๆ รัศมีภายใน R รัศมีภายนอก $2R$ วางอยู่ตามแนว $+z$ ถ้ามีกระแสไฟฟ้าสม่ำเสมอ I ไหลผ่านลวดดังกล่าว

a) จงวาดกราฟสนามแม่เหล็กที่ตำแหน่งต่างๆ?

b) ถ้ามีลวดตัวนำยาวมากๆ มาวางตามแนวแกน z ที่ตำแหน่ง $(3R, 0, 0)$ โดยมีกระแสไฟฟ้า I ในทิศ $+z$ ไหลผ่าน จงหาสนามแม่เหล็กที่ตำแหน่ง $(4R, 0, 0)$?

แม่เหล็กและไฟฟ้า (Magnetism and Electricity)

แม่เหล็กและไฟฟ้า (Magnetism and Electricity)



Answer : a)

and b) $\frac{5\mu_0 I}{8\pi R} \hat{j}$

แม่เหล็กและไฟฟ้า (Magnetism and Electricity)

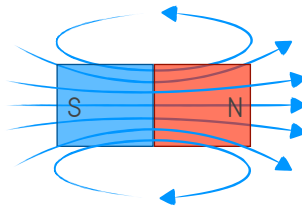
$$\text{Answer : } \vec{B}_{P_1} = - \frac{\mu_0 I}{\pi r} \left(\frac{2r^2 - R^2}{4r^2 - R^2} \right) \hat{i} \text{ and } \vec{B}_{P_2} = \frac{\mu_0 I}{\pi r} \left(\frac{2r^2 + R^2}{4r^2 + R^2} \right) \hat{j}$$

สนามแม่เหล็ก (Magnetic Field)

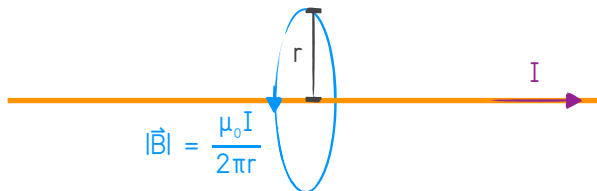


สนามแม่เหล็กเนื่องจากเส้นลวดยาวมาก

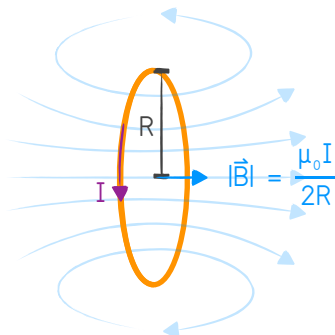
สนามแม่เหล็กจากแท่งแม่เหล็ก



สนามแม่เหล็กเนื่องจากเส้นลวดยาวมาก

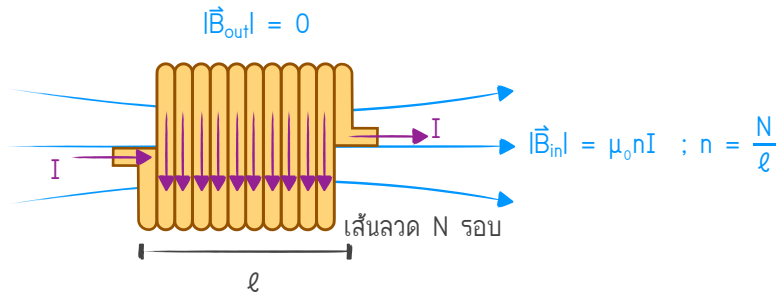


สนามแม่เหล็กที่ศูนย์กลางเส้นลวดวงกลม

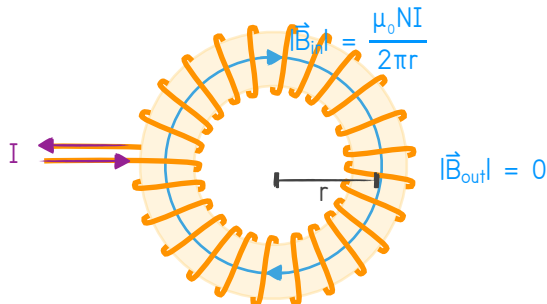


แม่เหล็กและไฟฟ้า (Magnetism and Electricity)

สนามแม่เหล็กขดลวดโซลินอยด์ (Solenoid)



สนามแม่เหล็กขดลวดทอรรอยด์ (Toroid)



ข้อสังเกต

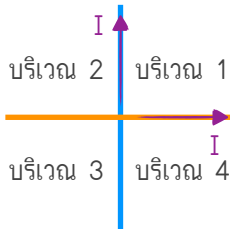
เส้นสนามแม่เหล็กไม่ตัดกัน

แม่เหล็กดึงดูดเฉพาะสารแม่เหล็กหรือวัตถุที่มีสารแม่เหล็กเป็นองค์ประกอบ

สนามแม่เหล็กที่เกิดจากแท่งแม่เหล็กมีทุกทิศทางรอบแท่งแม่เหล็กในสามมิติ

Problem 15.11

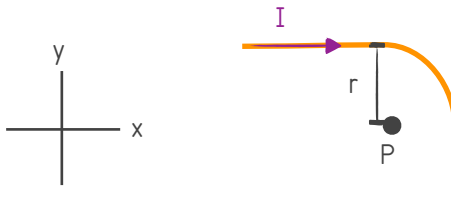
จากรูปด้านล่าง บริเวณใดมีโอกาสที่สนามแม่เหล็กจะเป็นศูนย์?



Answer : บริเวณ 1 และบริเวณ 3

Problem 15.12

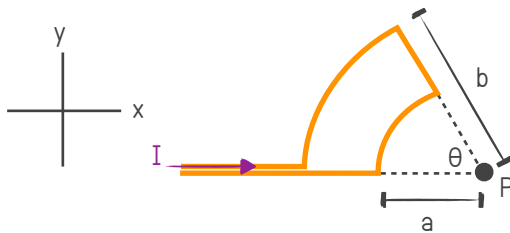
เส้นลวดยาวมากกระแสไฟฟ้าไหลผ่าน I ดังรูปด้านล่าง ถ้าส่วนโค้งมีรัศมี r จงหาสนามแม่เหล็กที่จุด P ?



Answer : $-\frac{\mu_0 I}{2r} \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{\pi} \right) \hat{k}$

Problem 15.13

กระแสไฟฟ้า I ไหลผ่านเส้นลวดดังรูปด้านล่าง จงหาสนามแม่เหล็กที่จุด P ในรูปของ μ_0 , I , a , b และ θ ?



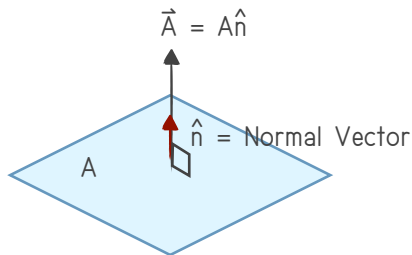
$$\text{Answer : } \frac{\mu_0 I \theta}{4\pi} \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b} \right) \hat{k}$$

ฟลักซ์แม่เหล็ก (Magnetic Flux)



ฟลักซ์แม่เหล็ก (Magnetic Flux)

เวกเตอร์พื้นที่ (Vector Area ; $\vec{A}$ [m^2]) คือ เวกเตอร์ซึ่งมีขนาดเท่ากับพื้นที่และมีทิศทางตั้งฉากกับระนาบของพื้นที่นั้น



ฟลักซ์แม่เหล็ก (Magnetic Flux ; ϕ_B [$\text{T}\cdot\text{m}^2$ or Wb]) คือ ขนาดสนามแม่เหล็กที่ไหลผ่านตั้งฉากกับพื้นที่หน้าตัด ณ เวลาหนึ่ง

ในกรณีที่สนามแม่เหล็กคงที่บนพื้นที่หน้าตัด

$$\phi_B = \vec{B} \cdot \vec{A}$$

$\vec{B}$ คือ สนามแม่เหล็ก

$\vec{A}$ คือ เวกเตอร์ของพื้นที่หน้าตัด

ในกรณีที่สนามแม่เหล็กไม่คงที่บนพื้นที่หน้าตัด

$$\phi_B = \int \vec{B} \cdot d\vec{A}$$

$d\vec{A}$ คือ เวกเตอร์ของพื้นที่หน้าตัดในส่วนเล็กๆ

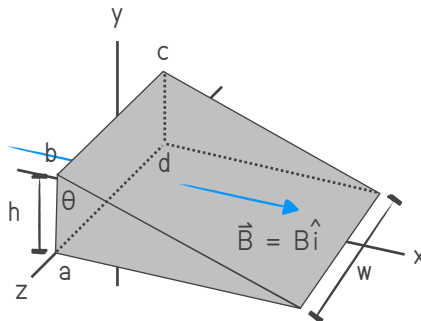
Problem 15.14

ขดลวดพื้นที่ 10 cm^2 วางในบริเวณซึ่งมีสนามแม่เหล็ก 4.0 mT ในทิศ $+y$ จำนวนเส้นสนามแม่เหล็ก (ฟลักซ์แม่เหล็ก) ที่ผ่านขดลวดดังกล่าว เมื่อระนาบขดลวดทำมุม 30° กับแกน y ?

Answer : $2.0 \text{ } \mu\text{Wb}$

Problem 15.15

จากรูปด้านล่าง ฟลักซ์แม่เหล็กที่ผ่านพื้นที่สี่เหลี่ยม $abcd$ เป็นเท่าใด?



Answer : $-Bwh$

Problem 15.16

กล่องทรงลูกบาศก์ยาวด้านละ ℓ m มีสนามแม่เหล็กคงที่ขนาด B T พุ่งผ่านตั้งฉากกับระนาบด้านหนึ่งของกล่องลูกบาศก์ดังกล่าว ฟลักซ์แม่เหล็กที่ผ่านกล่องลูกบาศก์ดังกล่าวเป็นเท่าใด?

Answer : 0 Wb

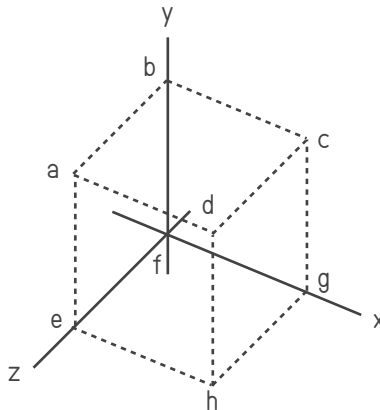
Problem 15.17

ขดลวดวงกลมรัศมี R วางในบริเวณซึ่งมีสนามแม่เหล็ก $B\hat{i}$ จำนวนเส้นสนามแม่เหล็ก (ฟลักซ์แม่เหล็ก) ที่ผ่านขดลวดดังกล่าว เมื่อระนาบขดลวดทำมุม 30° กับสนามแม่เหล็ก?

Answer : $\frac{B\pi R^2}{2}$

Problem 15.18

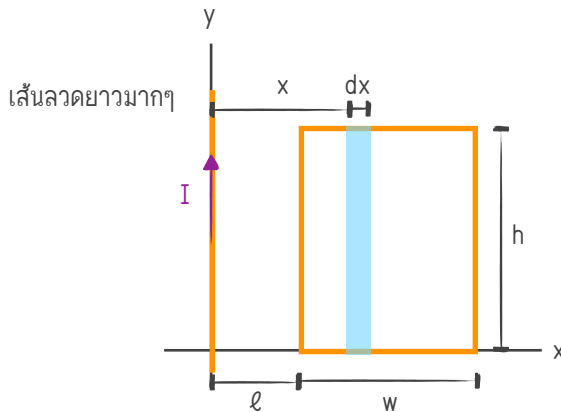
ลูกบาศก์ยาวด้านละ ℓ อยู่ภายใต้สนามแม่เหล็ก $\vec{B} = \alpha \hat{i} + \beta \hat{j} + \gamma \hat{k}$ ดังรูปด้านล่าง จงหาฟลักซ์แม่เหล็กบนลูกบาศก์ดังกล่าว?



Answer : 0

Problem 15.19 Challenge

จากรูปด้านล่าง จงหาขนาดฟลักซ์แม่เหล็กบนพื้นที่ของเส้นลวดสี่เหลี่ยม?

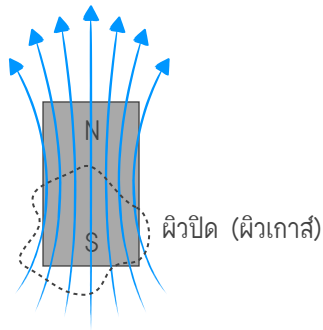


$$\text{Answer : } \frac{\mu_0 I h}{2\pi} \ln\left(\frac{l + w}{l}\right)$$

กฎของเกาส์ในสนามแม่เหล็ก (Gauss's Law in Magnetism)



กฎของเกาส์ในสนามแม่เหล็ก (Gauss's Law in Magnetism)
พิจารณาสนามแม่เหล็กจากแท่งแม่เหล็ก ดังรูปด้านล่าง



เห็นได้ว่าฟลักซ์แม่เหล็กสุทธิที่ผ่านพื้นที่ผิวปิดใดๆ จะต้องเป็นศูนย์เสมอ
(ไม่มีแม่เหล็กขั้วเดียว แท่งแม่เหล็กจะมีขั้ว N และ S อยู่ด้วยกันเสมอ)

$$\therefore \oint \vec{B} \cdot d\vec{A} = 0$$



แรงแม่เหล็กที่กระทำต่อประจุไฟฟ้าที่เคลื่อนที่ในสนามแม่เหล็ก (The Magnetic Force on a Charge Moving in a Magnetic Field)

สมบัติของแรงแม่เหล็กที่กระทำต่อประจุไฟฟ้าซึ่งเคลื่อนที่ในสนามแม่เหล็ก

- 1) ขนาดของแรงแม่เหล็กจะแปรผันตรงกับขนาดของประจุไฟฟ้า และขนาดของความเร็วของอนุภาคนั้น
- 2) ขนาดและทิศทางของแรงแม่เหล็กจะขึ้นกับทิศทางของความเร็วของอนุภาค และสนามแม่เหล็ก
- 3) เมื่ออนุภาคเคลื่อนที่ขนานกับทิศของสนามแม่เหล็ก แรงแม่เหล็กที่กระทำกับอนุภาคจะเป็นศูนย์
- 4) แรงแม่เหล็กจะตั้งฉากกับระนาบที่เกิดขึ้นจากความเร็วและสนามแม่เหล็ก
- 5) แรงแม่เหล็กที่กระทำกับประจุบวกจะมีทิศตรงข้ามกับแรงแม่เหล็กที่กระทำกับประจุลบและอยู่ในแนวเดียวกัน
- 6) ขนาดของแรงแม่เหล็กที่กระทำต่ออนุภาคจะแปรผันตรงกับ $\sin\theta$ เมื่อ θ คือ มุมระหว่างความเร็วของอนุภาคกับสนามแม่เหล็ก



แรงแม่เหล็กที่กระทำต่อประจุไฟฟ้าซึ่งเคลื่อนที่ในสนามแม่เหล็ก

$$\vec{F}_B = q\vec{v} \times \vec{B}$$

$\vec{F}_B$ คือ แรงแม่เหล็กที่กระทำต่อประจุซึ่งเคลื่อนที่ในสนามแม่เหล็ก

q คือ ประจุไฟฟ้าของอนุภาค

$\vec{v}$ คือ ความเร็วของอนุภาค

$\vec{B}$ คือ สนามแม่เหล็ก

แม่เหล็กและไฟฟ้า (Magnetism and Electricity)

ข้อสังเกต

อนุภาคที่มีประจุไฟฟ้าเคลื่อนที่ในสนามแม่เหล็ก จะมีแรงแม่เหล็กกระทำต่ออนุภาคเท่ากับศูนย์ เมื่ออนุภาคเคลื่อนที่ขนานกับทิศสนามแม่เหล็ก

แรงแม่เหล็กที่เกิดขึ้นกับประจุลบจะมีทิศตรงข้ามกับแรงแม่เหล็กที่เกิดขึ้นกับประจุบวก

Problem 15.20

อิเล็กตรอนเคลื่อนที่ด้วยความเร็วขนาด 3.0×10^7 m/s ในทิศ $+x$ ภายใต้สนามแม่เหล็กขนาด 10 T ในทิศ $-z$ จงหาแรงแม่เหล็กที่เกิดขึ้นกับอิเล็กตรอนดังกล่าว?

Answer : -4.8×10^{-11} N $\hat{j}$

Problem 15.21

อนุภาคเคลื่อนที่ด้วยความเร็วขนาด 2.0×10^5 m/s ตั้งฉากกับสนามแม่เหล็กคงที่ขนาด 5.0 T ทำให้เกิดแรงแม่เหล็กกระทำกับอนุภาคดังกล่าว 4.0×10^{-10} N อนุภาคดังกล่าวมีประจุขนาดเท่าใด?

Answer : 4.0×10^{-16} C

Problem 15.22

อิเล็กตรอนเคลื่อนที่ด้วยความเร็วขนาด 8.0×10^6 m/s ในทิศ $+x$ ภายใต้สนามแม่เหล็กขนาด 0.025 T เอียงทำมุม 60° กับแกน x และอยู่บนระนาบ xy จงหาแรงแม่เหล็กที่เกิดขึ้นกับอิเล็กตรอนดังกล่าว?

Answer : -2.8×10^{-14} N $\hat{k}$

Problem 15.23

โปรตรอนวิ่งตั้งฉากกับสนามแม่เหล็ก B ด้วยความเร็ว 1.50×10^7 m/s ในทิศ $+z$ และมีความเร่งขนาด 2.20×10^{13} m/s² ในทิศ $+x$ จงหา

- สนามแม่เหล็ก?
- ต้องเพิ่มสนามไฟฟ้าเท่าใดโปรตรอนจึงจะเคลื่อนที่ด้วยความเร็วคงที่?

แม่เหล็กและไฟฟ้า (Magnetism and Electricity)

Answer : a) $-0.0153 \text{ T } \hat{j}$ and b) $-2.30 \times 10^5 \text{ N/C } \hat{i}$

แม่เหล็กและไฟฟ้า (Magnetism and Electricity)

Problem 15.24 Challenge

โปรตอนเคลื่อนที่ในทิศ $+x$ ด้วยความเร็วขนาด v รู้สึกถึงแรงแม่เหล็กขนาด F ในทิศ $+y$

- สามารถบอกอะไรได้บ้างเกี่ยวกับสนามแม่เหล็ก?
- หากโปรตอนเคลื่อนที่ในทิศ $-x$ แรงแม่เหล็กจะไปเท่าใด?
- แรงแม่เหล็กจะเป็นเท่าใดเมื่ออิเล็กตรอนเคลื่อนที่ในทิศ $+x$ ด้วยความเร็วขนาด v ภายใต้สนามแม่เหล็กเดียวกัน?

Answer : a) $B_y = 0$ and $B_z = -\frac{F}{ev}$, b) $-F\hat{j}$ and c) $-F\hat{j}$

Problem 15.25 Challenge

อิเล็กตรอนเคลื่อนที่ด้วยความเร็วขนาด 1.40×10^4 m/s ในทิศ $+x$ และมีความเร่งขนาด 1.80×10^{12} m/s² ในทิศ $+y$ อยู่ภายใต้สนามไฟฟ้าและสนามแม่เหล็กสม่ำเสมอ โดยสนามไฟฟ้าเท่ากับ 20.0 N/C $\hat{j}$ เราสามารถสรุปข้อมูลอะไรได้บ้างเกี่ยวกับสนามแม่เหล็ก?

Answer : $B_y = 0$ and $B_z = 2.16$ mT

แม่เหล็กและไฟฟ้า (Magnetism and Electricity)

เมื่ออนุภาคประจุไฟฟ้าเคลื่อนที่ด้วยอัตราเร็วคงที่ และตั้งฉากกับสนามแม่เหล็กซึ่งสม่ำเสมอ แรงแม่เหล็กจะตั้งฉากกับความเร็วของอนุภาค (ตามสมการ $\vec{F}_B = q\vec{v} \times \vec{B}$) ทำให้อนุภาคเคลื่อนที่เป็นวงกลมสม่ำเสมอ ดังนั้นเราจะใช้ความรู้เรื่องการเคลื่อนที่แบบวงกลมสม่ำเสมอเข้ามาช่วยในการอธิบายการเคลื่อนที่ของอนุภาคดังกล่าว



ทบทวนการเคลื่อนที่แบบวงกลมสม่ำเสมอ

$$\omega = \frac{v}{r} = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$$

ω คือ อัตราเร็วเชิงมุมของอนุภาค

v คือ อัตราเร็วของอนุภาค

r คือ รัศมีการเคลื่อนที่ของอนุภาค

T คือ คาบในการเคลื่อนที่ของอนุภาค

f คือ ความถี่ในการเคลื่อนที่ของอนุภาค

$$\vec{a}_c = \frac{v^2}{r}(-\hat{r}) = \omega^2 r(-\hat{r})$$

$\vec{a}_c$ คือ ความเร่งเข้าสู่ศูนย์กลางของอนุภาค

$-\hat{r}$ บอกว่า $\vec{a}_c$ มีทิศชี้เข้าหาจุดศูนย์กลางของวงกลม



Problem 15.26

โปรตอนและอนุภาคแอลฟา (มีประจุเป็นสองเท่าของโปรตอน และมีมวลเป็น 4 เท่าของโปรตอน) เคลื่อนที่ด้วยความเร็วเท่ากันเข้าไปตั้งฉากกับสนามแม่เหล็กเดียวกัน อัตราส่วนรัศมีการเคลื่อนที่ของโปรตอนต่ออนุภาคแอลฟาเป็นเท่าใด?

Answer : $\frac{1}{2}$

Problem 15.27

โปรตอนเคลื่อนที่เป็นวงกลมรัศมี 14 cm ภายใต้สนามแม่เหล็กคงที่ 0.35 T ถ้าสนามแม่เหล็กตั้งฉากกับความเร็ว จงหาอัตราเร็วของโปรตอนดังกล่าว?

Answer : 4.7×10^6 m/s

Problem 15.28

เร่งโปรตอนและอนุภาคแอลฟา (มีประจุเป็นสองเท่าของโปรตอน และมีมวลเป็น 4 เท่าของโปรตอน) ด้วยความต่างศักย์เดียวกัน แล้วเคลื่อนที่เข้าไปตั้งฉากกับสนามแม่เหล็กเดียวกัน อัตราส่วนรัศมีการเคลื่อนที่ของโปรตอนต่ออนุภาคแอลฟาเป็นเท่าใด?

Answer : $\frac{1}{\sqrt{2}}$

Problem 15.29

อิเล็กตรอนถูกเร่งจากหยุดนิ่งด้วยความต่างศักย์ขนาด 350 V ให้เคลื่อนที่เข้าไปในบริเวณที่มีสนามแม่เหล็กคงที่และมีทิศตั้งฉากกับการเคลื่อนที่ ส่งผลให้อิเล็กตรอนเคลื่อนที่เป็นวงกลมรัศมี 7.5 cm จงหา

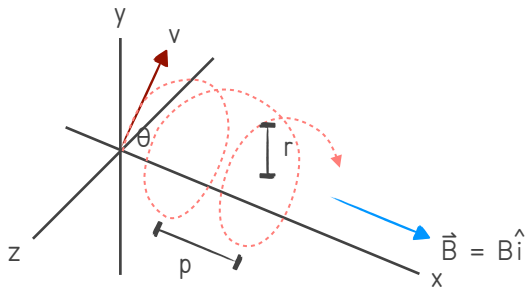
- อัตราเร็วของอิเล็กตรอนที่เคลื่อนที่เข้าสู่สนามแม่เหล็ก?
- ขนาดของสนามแม่เหล็ก?
- อัตราเร็วเชิงมุมของอิเล็กตรอน?
- คาบในการเคลื่อนที่ของอิเล็กตรอน

แม่เหล็กและไฟฟ้า (Magnetism and Electricity)

Answer : a) 1.11×10^7 m/s, b) 8.4×10^{-4} T, c) 1.5×10^8 rad/s
and d) 4.2×10^{-8} s

Problem 15.30

โพซิตรอน (มวล m , ประจุ e) เคลื่อนที่ด้วยความเร็วขนาด v ทำมุม θ กับแกน x เข้ามายังสนามแม่เหล็ก $\vec{B} = B\hat{i}$ ส่งผลให้โพซิตรอนเคลื่อนที่เป็นเกลียวดังรูปด้านล่าง จงหา



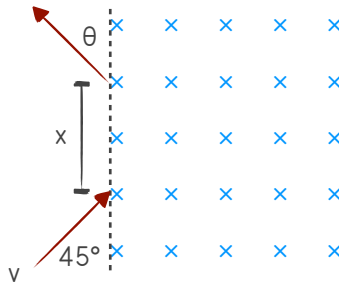
- รัศมีในการเคลื่อนที่ (r)?
- ระยะห่างระหว่างเกลียว (p)?

แม่เหล็กและไฟฟ้า (Magnetism and Electricity)

Answer : a) $\frac{mv\sin\theta}{eB}$ and b) $\frac{2\pi mv\cos\theta}{eB}$

Problem 15.31

โปรตรอนเคลื่อนที่เข้าไปยังบริเวณสนามแม่เหล็กขนาด 1.00 T ด้วยพลังงานจลน์ขนาด 6.00 MeV ($1 \text{ eV} = 1.60 \times 10^{-19} \text{ J}$) ทำมุม 45° กับขอบตรงพื้นที่สนามแม่เหล็ก ดังรูปด้านล่าง จงหา



- a) มุม θ ?
b) ระยะ x ?

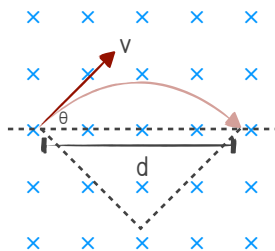
แม่เหล็กและไฟฟ้า (Magnetism and Electricity)

แม่เหล็กและไฟฟ้า (Magnetism and Electricity)

Answer : 0.50 m

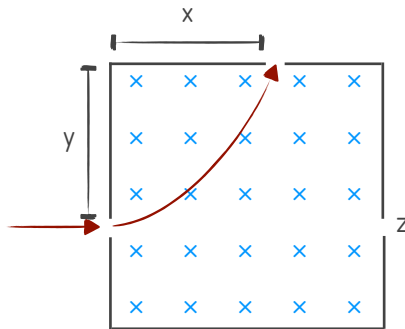
Problem 15.32

อนุภาคมวล m ประจุ $-q$ เคลื่อนที่ด้วยความเร็วขนาด v ตั้งฉากกับสนามแม่เหล็ก
ดังรูปด้านล่าง สนามแม่เหล็กมีขนาดเท่าใด?

Answer : $\frac{2mv\sin\theta}{qd}$

Problem 15.33

กล่องยาว L มีรูเปิดสองรูที่ระยะ x และ y เมื่อวัดจากมุมกล่อง ภายในกล่องมีสนามแม่เหล็กขนาด B ในทิศนี้เข้าหาระนาบ xy ถ้าต้องการยิงวัตถุเล็กๆ มวล m ประจุ q เข้ายังรูด้าน y ในทิศตั้งฉากผนังด้าน y เพื่อให้วัตถุโค้งออกยังรูด้าน x ดังรูปด้านล่าง (ไม่คิดผลเนื่องจากแรงโน้มถ่วง) จงหา



- อัตราเร็วของวัตถุขณะเข้าไปในรูด้าน y ?
- สนามไฟฟ้า เมื่อต้องการให้วัตถุเคลื่อนที่เป็นเส้นตรงออกไปยังรู z ?
- งานที่สนามไฟฟ้ากระทำต่อวัตถุตลอดเส้นทาง?

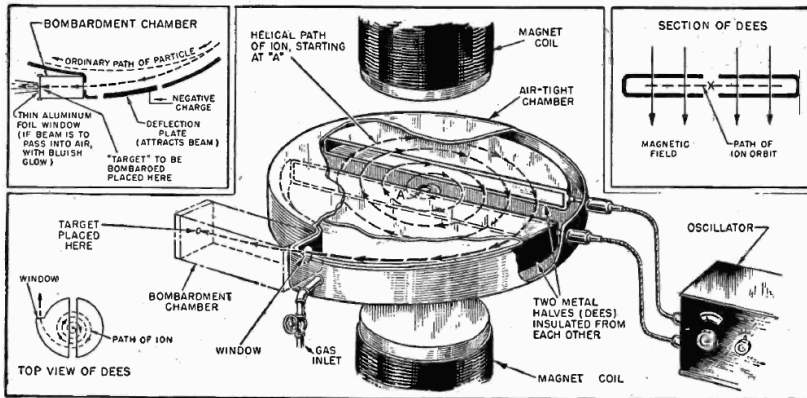
แม่เหล็กและไฟฟ้า (Magnetism and Electricity)

แม่เหล็กและไฟฟ้า (Magnetism and Electricity)

Answer : a) $\frac{qB(x^2 + y^2)}{2my}$, b) $-\frac{qB^2(x^2 + y^2)}{2my} \hat{j}$ and c) 0 J

แม่เหล็กและไฟฟ้า (Magnetism and Electricity)

The Cyclotron

รูปภาพจาก : www.wikipedia.org

จาก

$$|\vec{F}_B| = |q\vec{v} \times \vec{B}|$$

$$m \frac{v^2}{r} = qvB$$

$$v = \frac{qBr}{m}$$

จาก

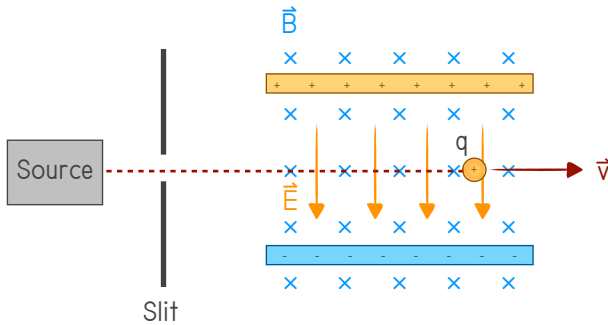
$$K = \frac{1}{2}mv^2$$

$$K = \frac{1}{2}m\left(\frac{qBr}{m}\right)^2$$

$$K = \frac{q^2B^2r^2}{2m}$$

แม่เหล็กและไฟฟ้า (Magnetism and Electricity)

Velocity Selector



จาก

$$\Sigma \vec{F} = 0$$

$$\vec{F}_E + \vec{F}_B = 0$$

$$-q|\vec{E}| + q|\vec{v}||\vec{B}| = 0$$

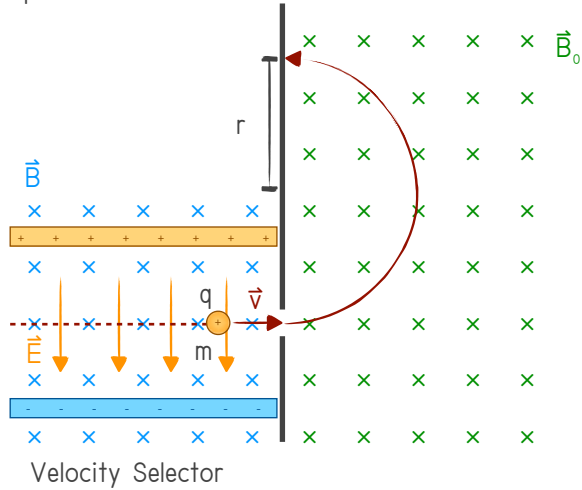
$$|\vec{v}||\vec{B}| = |\vec{E}|$$

$$|\vec{v}| = \frac{|\vec{E}|}{|\vec{B}|}$$



แม่เหล็กและไฟฟ้า (Magnetism and Electricity)

The Mass Spectrometer



พิจารณาการเคลื่อนที่ของอนุภาคในบริเวณสนามแม่เหล็ก $\vec{B}_0$

จาก $|\vec{F}_B| = |q\vec{v} \times \vec{B}|$

$$m \frac{v^2}{r} = qv|\vec{B}_0|$$

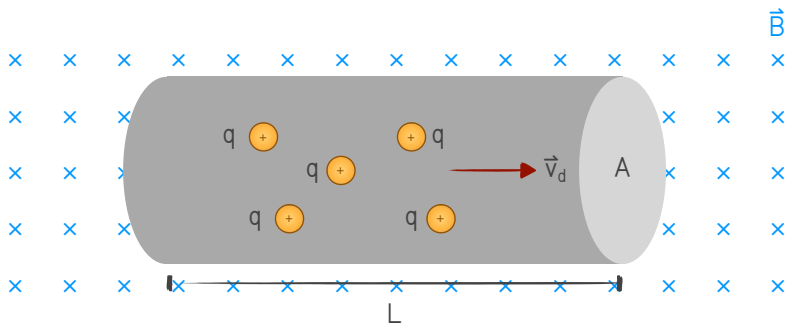
$$\frac{q}{m} = \frac{v}{r|\vec{B}_0|}$$

จาก Velocity Selector จะได้ $|\vec{v}| = \frac{|\vec{E}|}{|\vec{B}|}$

$$\therefore \frac{q}{m} = \frac{|\vec{E}|}{r|\vec{B}||\vec{B}_0|}$$

แรงแม่เหล็กที่กระทำต่อกระแสไฟฟ้าที่ไหลผ่านตัวนำไฟฟ้า (Magnetic Force Acting on a Current-Carrying Conductor)

พิจารณาการเคลื่อนที่ของกลุ่มประจุไฟฟ้าภายในเส้นลวดพื้นที่หน้าตัด
สม่ำเสมอ A ยาว L ซึ่งอยู่ภายใต้สนามแม่เหล็กคงที่ $\vec{B}$ ดังรูปด้านล่าง



จาก $\vec{F}_B = Q\vec{v}_d \times \vec{B}$

$\vec{F}_B = (qN)\vec{v}_d \times \vec{B}$; $Q = qN$ and $\vec{v} = \vec{v}_d$

$\vec{F}_B = q(nV)\vec{v}_d \times \vec{B}$; $N = nV$

$\vec{F}_B = qn(AL)\vec{v}_d \times \vec{B}$; $V = AL$

$\vec{F}_B = qnAv_d\vec{L} \times \vec{B}$; $\vec{L}$ มีทิศเดียวกับ $\vec{v}_d$

$\vec{F}_B = I\vec{L} \times \vec{B}$; $I = qnAv_d$

แม่เหล็กและไฟฟ้า (Magnetism and Electricity)



แรงแม่เหล็กที่กระทำกับเส้นลวดซึ่งมีกระแสไฟฟ้าไหลในตัวนำ
ในกรณีสนามแม่เหล็กสม่ำเสมอ

$$\vec{F}_B = I\vec{L} \times \vec{B}$$

$\vec{F}_B$ คือ แรงแม่เหล็กที่กระทำกับเส้นลวดซึ่งมีกระแสไฟฟ้าไหลในตัวนำ

I คือ กระแสไฟฟ้าที่ไหลในเส้นลวดตัวนำ

$\vec{L}$ คือ เวกเตอร์ความยาวของเส้นลวดตัวนำซึ่งมีทิศเดียวกับกระแสไฟฟ้า I

$\vec{B}$ คือ สนามแม่เหล็กที่พุ่งผ่านเส้นลวดตัวนำ

ข้อสังเกต

ลวดตัวนำที่อยู่ในสนามแม่เหล็กและมีกระแสไฟฟ้าไหลผ่าน จะมีแรงแม่เหล็กกระทำต่อลวดตัวนำเท่าศูนย์ เมื่อกระแสไฟฟ้ามีขนานกับสนามแม่เหล็ก

ลวดตัวนำที่มีกระแสไฟฟ้าสองเส้น เมื่ออยู่ใกล้กันจะมีแรงแม่เหล็กกระทำระหว่างลวดตัวนำทั้งสอง

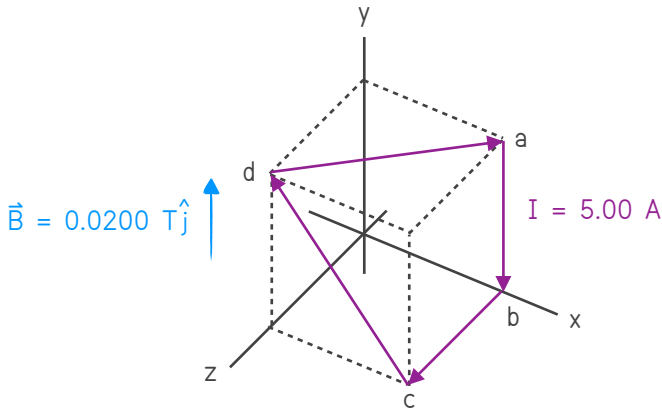
Problem 15.34

ลวดยาว 1.0 m ทำมุม 30° เทียบกับสนามแม่เหล็กขนาด 3.0 T ให้กระแสไฟฟ้า 2.0 A ผ่านเส้นลวด จะเกิดแรงแม่เหล็กกับเส้นลวดดังกล่าวขนาดเท่าใด?

Answer : 3.0 N

Problem 15.35

ลูกบาศก์ยาวด้านละ 40.0 cm มีสายไฟซึ่งมีกระแสไฟฟ้า $I = 5.00$ A ล้อมอยู่สี่ส่วน คือ $a \rightarrow b$, $b \rightarrow c$, $c \rightarrow d$ และ $d \rightarrow a$ ดังรูปด้านล่าง ถ้าลูกบาศก์นี้อยู่ในสนามแม่เหล็ก $\vec{B} = 0.0200$ T $\hat{j}$ จงหาแรงเนื่องจากสนามแม่เหล็กที่กระทำกับเส้นลวดในแต่ละส่วนของเส้นลวดดังกล่าว?



แม่เหล็กและไฟฟ้า (Magnetism and Electricity)

$$\text{Answer : } \vec{F}_{ab} = 0 \text{ N, } \vec{F}_{bc} = -40.0 \text{ mN}\hat{i}, \vec{F}_{cd} = -40.0 \text{ mN}\hat{k}$$

$$\text{and } \vec{F}_{da} = 40.0 \text{ mN}\hat{i} + 40.0 \text{ mN}\hat{k}$$

แม่เหล็กและไฟฟ้า (Magnetism and Electricity)

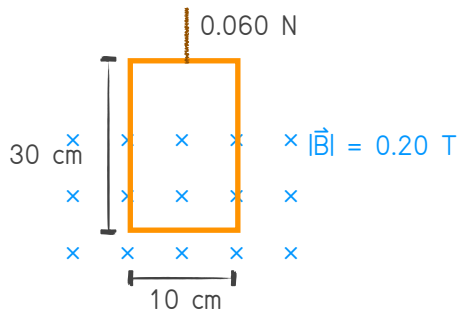
Problem 15.36

ลวดมวล 0.500 kg ยาว 10.0 cm มีกระแสไฟฟ้าไหลผ่าน 25.0 A อยู่ภายใต้สนามแม่เหล็กสม่ำเสมอตั้งฉากกับเส้นลวดดังกล่าว ปรากฏว่าลวดดังกล่าวลอยอยู่หนึ่ง ขนาดของสนามแม่เหล็กเป็นเท่าใด?

Answer : 1.96 T

Problem 15.37

ขดลวดสี่เหลี่ยมมวล 0.10 kg กว้าง 10 cm ยาว 30 cm แขนด้วยเชือกเบาภายใต้สนามแม่เหล็กสม่ำเสมอขนาด 0.20 T ถ้าต้องการให้แรงดึงในเส้นเชือกเท่ากับ 0.060 N และลวดลอยอยู่หนึ่ง ดังรูปด้านล่าง กระแสไฟฟ้าในเส้นลวดมีขนาดเท่าใด?



แม่เหล็กและไฟฟ้า (Magnetism and Electricity)

Answer : 46 A

Problem 15.38

ลวดทรงกระบอกพื้นที่หน้าตัด 0.50 m^2 มีกระแสไฟฟ้าไหลผ่าน 15 A จากทิศใต้ไปยังทิศเหนือ อยู่ภายใต้สนามแม่เหล็กสม่ำเสมอขนาด 2.0 T จากทิศตะวันออกไปยังทิศตะวันตก ส่งผลให้ลวดดังกล่าวเคลื่อนที่ด้วยความเร็วคงที่ ความหนาแน่นของลวดดังกล่าวเป็นเท่าใด?

Answer : 6.1 kg/m^3

แม่เหล็กและไฟฟ้า (Magnetism and Electricity)

Problem 15.39

ลวดมวล 0.050 kg ยาว 20 cm วางอยู่ภายใต้สนามแม่เหล็กสม่ำเสมอ โดยมีทิศตั้งฉากกับลวดดังกล่าว เมื่อมีกระแสไฟฟ้าไหลผ่าน 5.0 A ทำให้ลวดเคลื่อนที่ในแนวราบด้วยความเร่งขนาด 10 m/s^2 สนามแม่เหล็กดังกล่าวมีขนาดเท่าใด?

Answer : 0.50 T

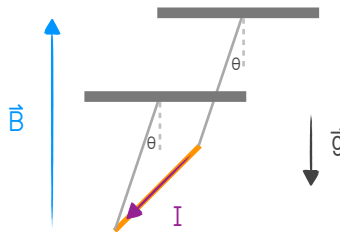
Problem 15.40

ลวดมวล 0.060 kg ยาว 0.20 m วางอยู่ภายใต้สนามแม่เหล็กสม่ำเสมอขนาด 0.080 T โดยมีทิศพุ่งขึ้นตามแนวดิ่ง เมื่อให้กระแสไฟฟ้ากับลวดดังกล่าว พบว่าลวดเคลื่อนที่จากหยุดนิ่งเป็นระยะทาง 1.6 m ภายในเวลา 2.0 s กระแสไฟฟ้าดังกล่าวเป็นเท่าใด?

Answer : 3.0 A

Problem 15.41

เส้นลวดตัวนำมีมวลต่อหน่วยความยาวเป็น λ อยู่ภายใต้สนามแม่เหล็กคงที่ เมื่อ กระแสไฟฟ้าขนาด I ไหลผ่านวัตถุ ส่งผลให้เส้นลวดดังกล่าวเอียงทำมุม θ กับ แนวตั้ง ดังรูปด้านล่าง จงหาขนาดสนามแม่เหล็กดังกล่าว?



Answer : $\frac{\lambda g \tan \theta}{I}$

แม่เหล็กและไฟฟ้า (Magnetism and Electricity)

Problem 15.42

ลวดยาว 0.50 m มีกระแสไฟฟ้า 10 mA ไหลผ่านในทิศ +x อยู่ภายใต้สนามแม่เหล็กสม่ำเสมอซึ่งตั้งฉากกับกระแสไฟฟ้า เกิดแรงแม่เหล็กกับลวดดังกล่าว 5.0 mN ในทิศ +y สนามแม่เหล็กดังกล่าวเป็นเท่าใด?

Answer : $-1.0 \text{ T}\hat{k}$

แม่เหล็กและไฟฟ้า (Magnetism and Electricity)

Problem 15.43

ลวดยาว 40.0 cm มีกระแสไฟฟ้า 2.00 mA ไหลผ่านในทิศ $-y$ อยู่ภายใต้สนามแม่เหล็กสม่ำเสมอซึ่งตั้งฉากกับกระแสไฟฟ้า เกิดแรงแม่เหล็กกับลวดดังกล่าว 1.00 mN ในทิศ $-x$ สนามแม่เหล็กดังกล่าวเป็นเท่าใด?

Answer : $1.25 \text{ T} \hat{k}$

Problem 15.44

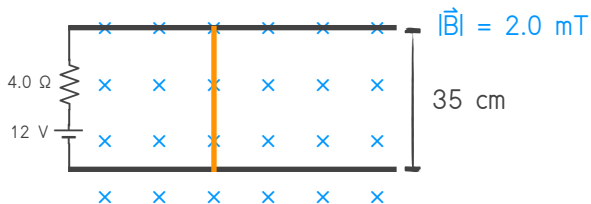
ลวดยาว 5.0 cm วางอยู่บนรางโลหะ ภายใต้สนามแม่เหล็กสม่ำเสมอ 0.15 T ดังรูปด้านล่าง จะเกิดแรงกระทำกับลวดดังกล่าวขนาดเท่าใด?



Answer : 0.030 N

Problem 15.45

ลวดยาว 35 cm ความต้านทาน $2.0\ \Omega$ วางอยู่บนรางโลหะ ภายใต้สนามแม่เหล็กสม่ำเสมอ 2.0 mT ดังรูปด้านล่าง จะเกิดแรงกระทำกับลวดดังกล่าวขนาดเท่าใด?

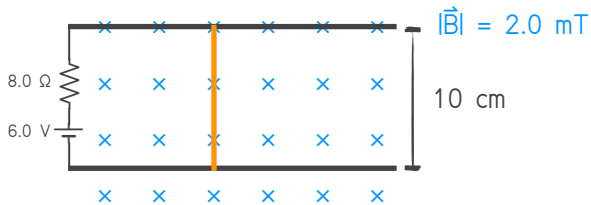


แม่เหล็กและไฟฟ้า (Magnetism and Electricity)

Answer : 1.4 mN

Problem 15.46

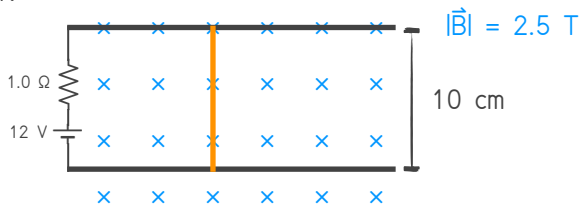
ลวดมวล 0.010 kg ยาว 10 cm ความต้านทาน $2.0\ \Omega$ วางอยู่บนรางโลหะ ภายใต้สนามแม่เหล็กสม่ำเสมอ $2.0\ \text{mT}$ ดังรูปด้านล่าง ลวดดังกล่าวจะมีความเร่งขนาดเท่าใด?

Answer : $0.012\ \text{m/s}^2$

แม่เหล็กและไฟฟ้า (Magnetism and Electricity)

Problem 15.47

ลวดมวล 0.10 kg ยาว 10 cm ความต้านทาน $5.0 \ \Omega$ วางอยู่บนรางโลหะ ภายใต้สนามแม่เหล็กสม่ำเสมอ 2.5 T ดังรูปด้านล่าง ลวดดังกล่าวจะมีความเร่งขนาดเท่าใด?



Answer : 5.0 m/s^2

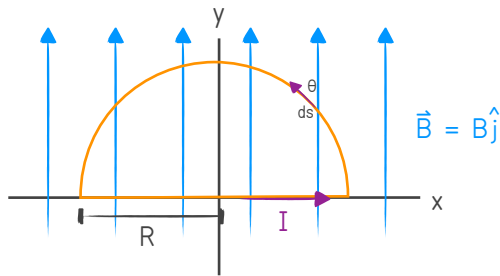
Problem 15.48

ลวดมวล 5.0 g ยาว 10 cm วางอยู่บนรางโลหะ ภายใต้สนามแม่เหล็กสม่ำเสมอ ขนาด 0.40 T ตั้งฉากกับระนาบของลวดดังกล่าว เมื่อนำลวดดังกล่าวต่อเข้ากับ เซลล์ไฟฟ้าซึ่งมีแรงเคลื่อนไฟฟ้า 5.0 V และมีความต้านทานภายใน 2.0 Ω ส่งผลให้ลวดดังกล่าวเคลื่อนที่ด้วยความเร่งขนาด 4.0 m/s² ความต้านทานของลวด ดังกล่าวเป็นเท่าใด?

Answer : 8.0 Ω

Problem 15.49 Challenge

เส้นลวดวงปิดรูปครึ่งวงกลม รัศมี R มีกระแสไฟฟ้า I ไหลอยู่ในเส้นลวดดังกล่าว และเส้นลวดนี้อยู่ภายใต้สนามแม่เหล็กขนาด B ดังรูปด้านล่าง จงหาแรงแม่เหล็กที่กระทำกับเส้นลวดดังกล่าว?



Answer : 0 N

แม่เหล็กและไฟฟ้า (Magnetism and Electricity)

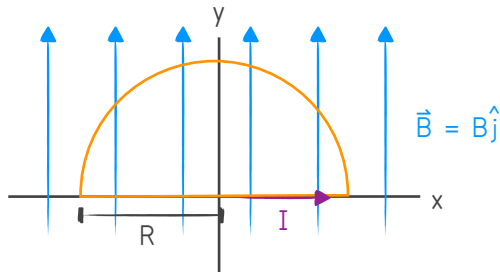


แรงแม่เหล็กที่กระทำกับเส้นลวดวงปิด

แรงแม่เหล็กที่กระทำกับเส้นลวดวงปิดซึ่งมีกระแสไฟฟ้าไหลในตัวนำคงที่และอยู่ในสนามแม่เหล็กคงที่จะเป็นศูนย์เสมอ

Problem 15.50

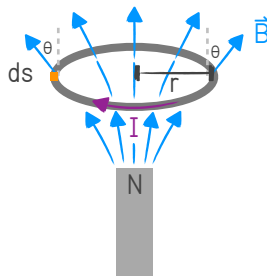
เส้นลวดวงปิดรูปครึ่งวงกลม รัศมี R มีกระแสไฟฟ้า I ไหลอยู่ในเส้นลวดดังกล่าว และเส้นลวดนี้อยู่ภายใต้สนามแม่เหล็กขนาด B ดังรูปด้านล่าง จงหาแรงแม่เหล็กที่กระทำกับเส้นลวดดังกล่าวเฉพาะในส่วนครึ่งวงกลม?



Answer : $-2IRB \hat{k}$

Problem 15.51 Challenge

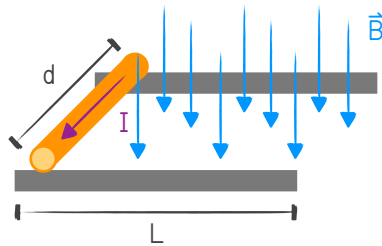
แท่งแม่เหล็กวางอยู่ใต้วงแหวนตัวนำรัศมี r โดยวงแหวนดังกล่าวมีกระแสไฟฟ้าคงที่ไหลผ่าน I ถ้าแท่งแม่เหล็กดังกล่าวให้สนามแม่เหล็กขนาด B ทำมุม θ กับแนวตั้ง ณ ตำแหน่งของวงแหวน ดังรูปด้านล่าง จงหาแรงแม่เหล็กที่กระทำกับวงแหวนดังกล่าว?



Answer : $2\pi rIB\sin\theta \hat{j}$

Problem 15.52 Challenge

เส้นลวดทรงกระบอกมวล m ยาว d รัศมี r มีกระแสไฟฟ้าไหลผ่าน I อยู่ภายใต้สนามแม่เหล็กขนาด B เริ่มจากอยู่นิ่งบนรางขนานยาว L ดังรูปด้านล่าง จงหาอัตราเร็วของลวดดังกล่าวขณะลวดกลิ้งหลุดออกขอบราง?

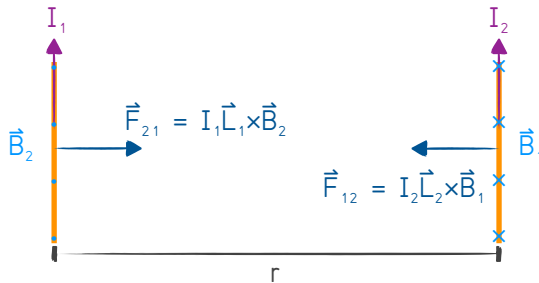


Answer : $\sqrt{\frac{4IdBL}{3m}}$

แรงแม่เหล็กระหว่างตัวนำไฟฟ้าสองตัวที่ขนานกัน (The Magnetic Force Between Two Parallel Conductors)



แรงแม่เหล็กระหว่างเส้นลวดตัวนำสองเส้นซึ่งขนานกัน

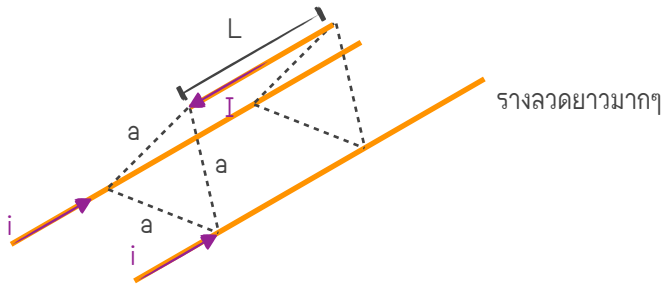


แนวคิดในการอธิบายแรงแม่เหล็กระหว่างเส้นลวดตัวนำสองเส้นซึ่งขนานกัน คือ เส้นลวดแต่ละเส้นจะไม่รู้สึกถึงสนามแม่เหล็กที่เกิดกระแสไฟฟ้าของตัวเอง และรับรู้ถึงสนามแม่เหล็กจากสิ่งแวดล้อมเท่านั้น



Problem 15.53

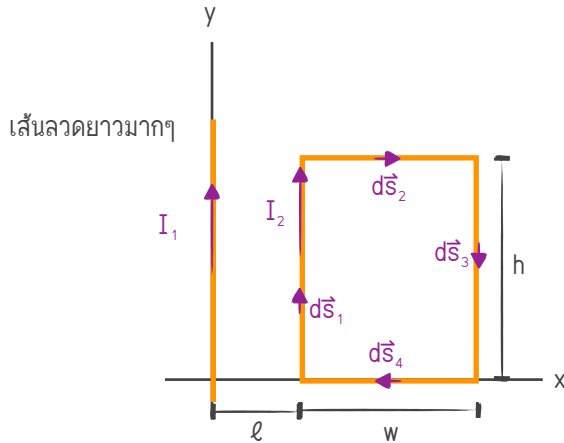
รางลวดยาวมากๆ มีกระแสไฟฟ้า i ไหลผ่าน ทำให้เส้นลวดยาว L มวล m ซึ่งมีกระแสไฟฟ้าไหลผ่าน I ลอยอยู่นิ่งๆ ดังรูปด้านล่าง จงหากระแสไฟฟ้า i ?



$$\text{Answer : } \frac{2\sqrt{3}mg\pi a}{3IL\mu_0}$$

Problem 15.54 Challenge

จากรูปด้านล่าง จงหาแรงแม่เหล็กที่กระทำกับเส้นลวดสี่เหลี่ยม?

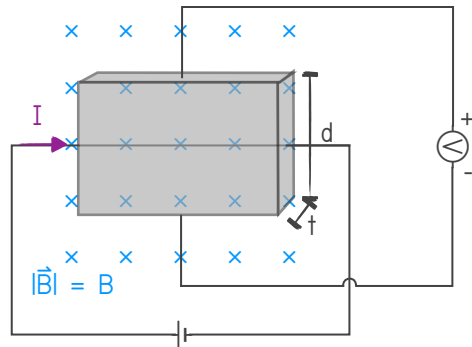


แม่เหล็กและไฟฟ้า (Magnetism and Electricity)

$$\text{Answer : } - \frac{\mu_0 I_1 I_2 h w}{2\pi \ell (\ell + w)} \hat{i}$$

ปรากฏการณ์ฮอลล์ (The Hall Effect) [Additional]

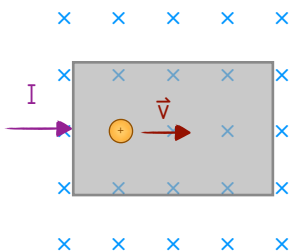
พิจารณาวัสดุรูปทรงสี่เหลี่ยมสูง d หนา t มีกระแสไฟฟ้าไหลผ่าน I และอยู่ภายใต้สนามแม่เหล็กขนาด B และมีโวลต์มิเตอร์ต่อกับวัสดุดังกล่าว ดังรูปด้านล่าง



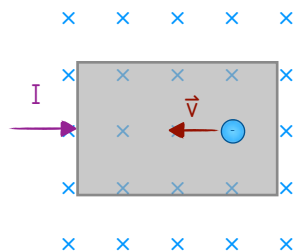
เราสามารถหาชนิดของประจุพาหะได้โดยพิจารณาตามขั้นตอน ดังนี้

1) สมมติชนิดประจุพาหะ

กรณีประจุบวกเป็นประจุพาหะ



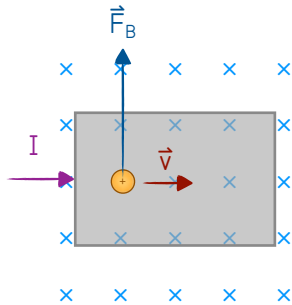
กรณีประจุลบเป็นประจุพาหะ



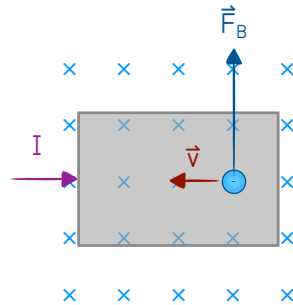
แม่เหล็กและไฟฟ้า (Magnetism and Electricity)

2) ทาทิศทางของแรงแม่เหล็กที่กระทำกับประจุพาหะ

กรณีประจุบวกเป็นประจุพาหะ



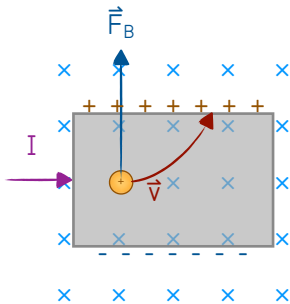
กรณีประจุลบเป็นประจุพาหะ



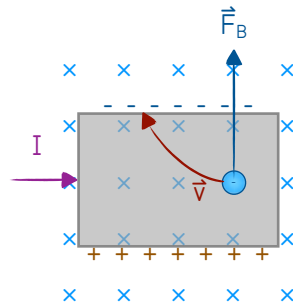
ข้อสังเกต : ทั้งสองกรณี แรงแม่เหล็กมีทิศเดียวกัน

3) พิจารณาการสะสมของประจุพาหะ

กรณีประจุบวกเป็นประจุพาหะ



กรณีประจุลบเป็นประจุพาหะ

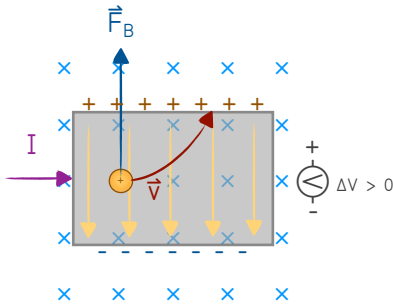


ข้อสังเกต : ในสองกรณี ประจุพาหะสะสมตัวในทิศตรงข้ามกัน

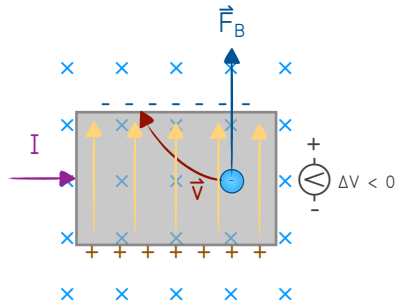
แม่เหล็กและไฟฟ้า (Magnetism and Electricity)

4) ทาหิศทางสนามไฟฟ้า และความต่างศักย์ไฟฟ้า

กรณีประจุบวกเป็นประจุพาหะ



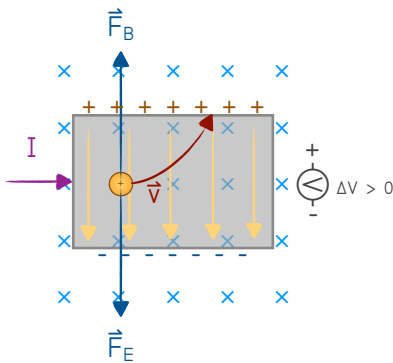
กรณีประจุลบเป็นประจุพาหะ



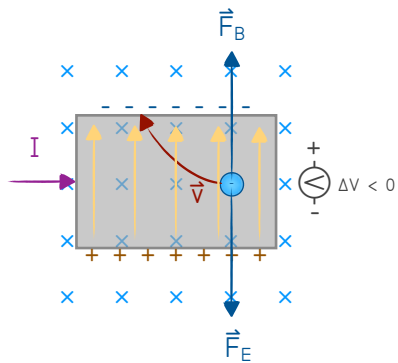
ข้อสังเกต : ในสองกรณี สนามไฟฟ้ามีทิศตรงข้ามกัน และค่าความต่างศักย์มีค่าเป็นบวกหรือลบต่างกัน ดังนั้น เราจึงทราบชนิดประจุพาหะได้จากค่าบวกหรือลบของความต่างศักย์ซึ่งอ่านค่าได้จากโวลต์มิเตอร์

5) ทาหิศทางแรงไฟฟ้าที่กระทำกับประจุพาหะ

กรณีประจุบวกเป็นประจุพาหะ



กรณีประจุลบเป็นประจุพาหะ



ข้อสังเกต : ทั้งสองกรณี แรงไฟฟ้ามีทิศเดียวกัน

แม่เหล็กและไฟฟ้า (Magnetism and Electricity)

เมื่อปล่อยให้เวลาผ่านไปนานขึ้นประจุจะมีการสะสมมากขึ้นเรื่อยๆ ทำให้สนามไฟฟ้ามีขนาดเพิ่มขึ้นเรื่อยๆ และแรงไฟฟ้าจะมีขนาดเพิ่มขึ้นจนแรงไฟฟ้าและแรงแม่เหล็กมีขนาดเท่ากัน ประจุจึงหยุดการสะสมตัว ในสภาวะสมดุลระหว่างแรงไฟฟ้ากับแรงแม่เหล็ก เราสามารถนำข้อมูลจากการทดลองมาคำนวณหาความหนาแน่นของประจุพาหะในวัสดุได้ ดังนี้

จาก

$$\Sigma \vec{F} = 0$$

$$\vec{F}_B + \vec{F}_E = 0$$

$$qvB - qE = 0$$

$$E = vB$$

$$\frac{\Delta V}{d} = vB \quad ; \quad \Delta V = Ed$$

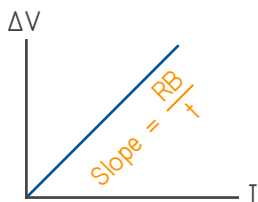
$$\frac{\Delta V}{d} = \frac{I}{nAq}B \quad ; \quad I = nAv_dq$$

$$\frac{\Delta V}{d} = \frac{I}{n(td)q}B \quad ; \quad A = td$$

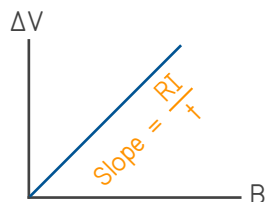
$$\Delta V = \frac{IB}{nqt}$$

$$\Delta V = \frac{RIB}{t} \quad ; \quad R = \frac{1}{nq}$$

กรณีสนามแม่เหล็กคงที่



กรณีกระแสไฟฟ้าคงที่





ปรากฏการณ์ฮอลล์ (The Hall Effect)

ขั้นตอนการวิเคราะห์เพื่อหาชนิดประจุพาหะ

1) สมมติชนิดประจุพาหะ โดยพิจารณาทั้งกรณีประจุบวกเป็นพาหะ และกรณีประจุลบเป็นพาหะ

2) หาทิศทางของแรงแม่เหล็กที่กระทำกับประจุพาหะ

ข้อสังเกต : ทั้งสองกรณี แรงแม่เหล็กมีทิศเดียวกัน

3) พิจารณาการสะสมของประจุพาหะ

ข้อสังเกต : ในสองกรณี ประจุพาหะสะสมตัวในทิศตรงข้ามกัน

4) หาทิศทางสนามไฟฟ้า และความต่างศักย์ไฟฟ้า

ข้อสังเกต : ในสองกรณี สนามไฟฟ้ามีทิศตรงข้ามกัน และค่าความต่างศักย์มีค่าเป็นบวกหรือลบต่างกัน ดังนั้น เราจึงทราบชนิดประจุพาหะได้จากค่าบวกหรือลบของความต่างศักย์ซึ่งอ่านค่าได้จากโวลต์มิเตอร์

5) หาทิศทางแรงไฟฟ้าที่กระทำกับประจุพาหะ

ข้อสังเกต : ทั้งสองกรณี แรงไฟฟ้ามีทิศเดียวกัน

สมการปรากฏการณ์ฮอลล์
$$\Delta V = \frac{RIB}{t} \quad ; \quad R = \frac{1}{nq}$$

ΔV คือ ความต่างศักย์คร่อมด้านข้างของวัสดุที่ทำการทดลอง (Hall Voltage)

R คือ สัมประสิทธิ์ของฮอลล์ (Hall Coefficient)

I คือ กระแสไฟฟ้าที่ไหลผ่านวัสดุที่ทำการทดลอง

B คือ สนามแม่เหล็กที่พุ่งตั้งฉากกับระนาบของวัสดุที่ทำการทดลอง

t คือ ความหนาของวัสดุที่ทำการทดลอง

n คือ ความหนาแน่นของจำนวนประจุพาหะ

q คือ ประจุไฟฟ้าหนึ่งหน่วยของประจุพาหะ (โดยปกติ คือ ประจุของอิเล็กตรอน)

แม่เหล็กและไฟฟ้า (Magnetism and Electricity)

Problem 15.55 Challenge

ก้อนทองแดงสี่เหลี่ยมผืนผ้าสูง 1.5 cm หนา 0.10 cm มีกระแสไฟฟ้าไหลผ่าน 5.0 A จงหาความต่างศักย์ไฟฟ้าของฮอลล์ (Hall Voltage) ที่เกิดขึ้นเมื่อให้สนามแม่เหล็กขนาด 1.2 T ผ่านตั้งฉากระนาบของแผ่นทองแดงดังกล่าว (กำหนดให้ความหนาแน่นของประจุพาหะในทองแดง เท่ากับ 8.49×10^{28} electrons/m³)?

Answer : 0.44 μ V

Problem 15.56 Challenge

ในการทดลองปรากฏการณ์ฮอลล์ ให้กระแสไฟฟ้า 120 mA ไหลผ่านโลหะซึ่งอยู่ภายใต้สนามแม่เหล็กขนาด 0.0800 T ทำให้วัดความต่างศักย์ไฟฟ้าของฮอลล์ได้ 0.700 μ V

- เมื่อนำโลหะชนิดเดียวกันไปวางในสนามแม่เหล็กซึ่งไม่ทราบค่า พบว่าวัดความต่างศักย์ไฟฟ้าของฮอลล์ได้ 0.330 μ V จงหาสนามแม่เหล็กดังกล่าว?
- ถ้าความหนาของโลหะ เท่ากับ 2.00 mm โลหะดังกล่าวจะมีความหนาแน่นของประจุพาหะเป็นเท่าใด?

แม่เหล็กและไฟฟ้า (Magnetism and Electricity)

Answer : a) 0.0377 T and b) 4.29×10^{25} electrons/m³

Problem 15.57 Challenge

ในการทดลองเพื่อหาขนาดสนามแม่เหล็กโลก โลหะทองแดงหนา 0.500 cm ถูกวางในแนวนอนซึ่งมีสนามแม่เหล็กโลกพุ่งผ่านตั้งฉากโลหะทองแดงดังกล่าว ในการทดลองได้ให้กระแสไฟฟ้า 8.00 A ไหลผ่านโลหะทองแดง ทำให้วัดความต่างศักย์ไฟฟ้าของฮอลล์ได้ 5.10×10^{-12} V ขนาดของสนามแม่เหล็กโลกมีขนาดเท่าใด (กำหนดให้ความหนาแน่นของประจุพาหะในทองแดง เท่ากับ 8.49×10^{28} electrons/m³)?

Answer : 43.3 μ T

Problem 15.58 Challenge

ในการทดลองปรากฏการณ์ฮอลล์ ได้มีการวางวัสดุทดลองรูปทรงสี่เหลี่ยมในแนวระนาบ xy โดยมีสนามแม่เหล็กพุ่งผ่านวัสดุดังกล่าวในทิศ $+z$ และได้มีการให้กระแสไฟฟ้าไหลผ่านวัสดุดังกล่าวในทิศ $+x$ สนามไฟฟ้าจากการสะสมของประจุไฟฟ้าจะมีทิศทางเป็นอย่างไร และประจุพาหะเป็นประจุชนิดใด?

Answer : สนามไฟฟ้ามีทิศ $+y$ เมื่อประจุบวกเป็นประจุพาหะ
and สนามไฟฟ้ามีทิศ $-y$ เมื่อประจุลบเป็นประจุพาหะ

Problem 15.59 Challenge

ในการทดลองปรากฏการณ์ฮอลล์ วางวัตถุรูปทรงสี่เหลี่ยมในระนาบ xy โดยมีสนามแม่เหล็กพุ่งผ่านวัตถุดังกล่าวในทิศ $-z$ และได้มีการให้กระแสไฟฟ้าไหลผ่านวัตถุดังกล่าวในทิศ $+x$ เมื่อนำขั้วบวกของโวลต์มิเตอร์ต่อทางทิศ $+y$ ของวัตถุ และนำขั้วลบของโวลต์มิเตอร์ต่อทางทิศ $-y$ ของวัตถุ ปรากฏว่าอ่านค่าโวลต์มิเตอร์ได้น้อยกว่าศูนย์

- สนามไฟฟ้าจากการสะสมของประจุอยู่ในทิศใด?
- ประจุพาหะเป็นประจุชนิดใด?

Answer : a) ทิศ $+y$ and b) ประจุลบ

Problem 15.60 Challenge

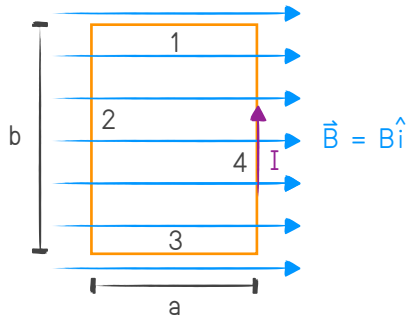
ในการทดลองปรากฏการณ์ฮอลล์ วางวัตถุรูปทรงสี่เหลี่ยมในระนาบ xy โดยมีสนามแม่เหล็กพุ่งผ่านวัตถุดังกล่าวในทิศ $-z$ และได้มีการให้กระแสไฟฟ้าไหลผ่านวัตถุดังกล่าวในทิศ $-x$ เมื่อนำขั้วบวกของโวลต์มิเตอร์ต่อทางทิศ $-y$ ของวัตถุ และนำขั้วลบของโวลต์มิเตอร์ต่อทางทิศ $+y$ ของวัตถุ ปรากฏว่าอ่านค่าโวลต์มิเตอร์ได้น้อยกว่าศูนย์

- สนามไฟฟ้าจากการสะสมของประจุอยู่ในทิศใด?
- ประจุพาหะเป็นประจุชนิดใด?

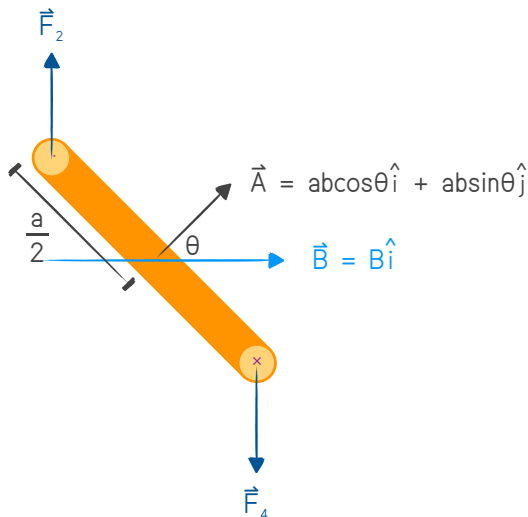
Answer : a) ทิศ $-y$ and b) ประจุลบ

โมเมนต์ขั้วคู่แม่เหล็ก (Magnetic Dipole Moment)

พิจารณาเส้นลวดวงปิดรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากกว้าง a ยาว b มีกระแสไฟฟ้าไหลผ่าน I และอยู่ภายใต้สนามแม่เหล็ก $\vec{B}$ ดังรูปด้านล่าง



เพื่อความสะดวก เราจะพิจารณาภาพตัดขวางขณะที่ระนาบของเส้นลวดวงปิดเอียงทำมุม θ กับระนาบของสนามแม่เหล็ก ดังรูปด้านล่าง



แม่เหล็กและไฟฟ้า (Magnetism and Electricity)

จาก

$$\vec{\tau} = \vec{\tau}_1 + \vec{\tau}_2 + \vec{\tau}_3 + \vec{\tau}_4$$

$$\vec{\tau} = \vec{r}_1 \times \vec{F}_1 + \vec{r}_2 \times \vec{F}_2 + \vec{r}_3 \times \vec{F}_3 + \vec{r}_4 \times \vec{F}_4$$

$$\vec{\tau} = 0 - \left(\frac{a}{2}\sin\theta\right)(IbB)\hat{k} + 0 - \left(\frac{a}{2}\sin\theta\right)(IbB)\hat{k}$$

$$\vec{\tau} = -IabB\sin\theta\hat{k}$$

$$\vec{\tau} = -IAB\sin\theta\hat{k} \quad ; A = ab$$

$$\vec{\tau} = I\vec{A} \times \vec{B}$$

$$\vec{\tau} = \vec{\mu} \times \vec{B} \quad ; \vec{\mu} = I\vec{A}$$

จาก

$$\Delta U = -W$$

$$\Delta U = -\int \vec{\tau} \cdot d\vec{\theta}$$

$$U - (-U) = - \int_0^\pi (\vec{\mu} \times \vec{B}) \cdot d\vec{\theta}$$

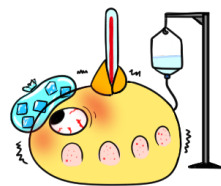
$$2U = - \int_0^\pi |\vec{\mu}||\vec{B}|\sin\theta d\theta$$

$$2U = |\vec{\mu}||\vec{B}|\cos\theta \Big|_0^\pi$$

$$2U = -2|\vec{\mu}||\vec{B}|$$

$$U = -|\vec{\mu}||\vec{B}|$$

$$U = -\vec{\mu} \cdot \vec{B}$$





โมเมนต์ขั้วแม่เหล็ก

ขั้วแม่เหล็ก (Magnetic Dipole Moment ; $\vec{\mu}$ [$A \cdot T \cdot m^2$])

$$\vec{\mu} = I\vec{A}$$

I คือ กระแสไฟฟ้าในเส้นลวดวงปิด

$\vec{A}$ คือ เวกเตอร์พื้นที่ของเส้นลวดวงปิด

ทอร์กเนื่องจากขั้วแม่เหล็ก

$$\vec{\tau} = \vec{\mu} \times \vec{B}$$

$\vec{\tau}$ คือ ทอร์ก (หรือโมเมนต์ $\vec{M}$) เนื่องจากขั้วแม่เหล็ก

$\vec{B}$ คือ สนามแม่เหล็ก

พลังงานเนื่องจากขั้วแม่เหล็ก

$$U = -\vec{\mu} \cdot \vec{B}$$

U คือ พลังงานเนื่องจากขั้วแม่เหล็ก

ข้อสังเกต

เมื่อมีกระแสไฟฟ้าผ่านขดลวดสี่เหลี่ยมที่อยู่ในสนามแม่เหล็ก ขณะระนาบของขดลวดตั้งฉากกับสนามแม่เหล็กจะมีโมเมนต์ของแรงคู่ควบเป็นศูนย์

เมื่อมีกระแสไฟฟ้าผ่านขดลวดที่อยู่ในสนามแม่เหล็ก ขณะระนาบขดลวดไม่ตั้งฉากกับสนามแม่เหล็กจะเกิดโมเมนต์ของแรงคู่ควบทำให้ขดลวดหมุนตัว สนามแม่เหล็ก

เมื่อมีกระแสไฟฟ้าในขดลวดที่อยู่ในสนามแม่เหล็ก ขดลวดจะหมุนโดยโมเมนต์ของแรงคู่ควบมีค่าไม่คงที่ โดยจะมีความมากที่สุดเมื่อระนาบของขดลวดทำมุม 0° กับสนามแม่เหล็ก และมีค่าน้อยลงจนเป็นศูนย์เมื่อระนาบของขดลวดทำมุม 90° กับสนามแม่เหล็ก

แม่เหล็กและไฟฟ้า (Magnetism and Electricity)

Problem 15.61

ขดลวดพื้นที่ 10 cm^2 จำนวน 400 รอบ มีกระแสไฟฟ้าไหลผ่าน 6.0 A อยู่ภายในสนามแม่เหล็กขนาด 5.0 T ถ้าระนาบของขดลวดตั้งก้ำกึ่งทำมุม 60° เทียบกับสนามแม่เหล็ก โมเมนต์ขั้วคู่แม่เหล็กมีขนาดเป็นเท่าใด?

Answer : $6.0 \text{ N}\cdot\text{m}$

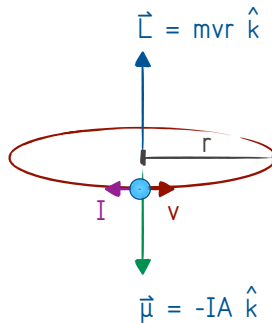
Problem 15.62

ขดลวดวงกลมรัศมี 0.20 m จำนวน 200 รอบ มีกระแสไฟฟ้าไหลผ่าน 7.0 A อยู่ภายในสนามแม่เหล็กขนาด 0.50 T ถ้าระนาบของขดลวดตั้งก้ำกึ่งทำมุม 60° เทียบกับสนามแม่เหล็ก โมเมนต์ขั้วคู่แม่เหล็กมีขนาดเป็นเท่าใด?

Answer : $44 \text{ N}\cdot\text{m}$

แม่เหล็กและไฟฟ้า (Magnetism and Electricity)

พิจารณาอิเล็กตรอนมวล m ประจุ e เคลื่อนที่เป็นวงกลมรัศมี r ด้วยอัตราเร็ว v ทำให้ให้อิเล็กตรอนดังกล่าวมีขนาดโมเมนต์เชิงมุมเป็น $|\vec{L}| = mvr$



จาก

$$\vec{\mu} = -IA \hat{k}$$

$$\vec{\mu} = -I(\pi r^2) \hat{k} \quad ; A = \pi r^2$$

$$\vec{\mu} = -\left(\frac{e}{T}\right)(\pi r^2) \hat{k} \quad ; I = \frac{e}{T}$$

$$\vec{\mu} = -\left(\frac{ev}{2\pi r}\right)(\pi r^2) \hat{k} \quad ; v = \frac{2\pi r}{T}$$

$$\vec{\mu} = -\frac{evr}{2} \hat{k}$$

$$\vec{\mu} = -\frac{e}{2m} (mvr \hat{k})$$

$$\vec{\mu} = -\frac{e\vec{L}}{2m}$$

แม่เหล็กและไฟฟ้า (Magnetism and Electricity)

ในอะตอมที่มีอิเล็กตรอนจำนวนมาก อิเล็กตรอนมักจะจับคู่โดยมีสปินตรงข้ามกัน ส่งผลให้โมเมนต์แม่เหล็กเนื่องจากสปิน (The Spin Magnetic Moments) หักล้างกันหมด แต่ในอะตอมที่มีอิเล็กตรอนเป็นจำนวนคี่ จะส่งผลให้โมเมนต์แม่เหล็กเนื่องจากสปินไม่ได้ถูกหักล้างทั้งหมด และผลรวมของเวกเตอร์โมเมนต์แม่เหล็กของออร์บิทัล (Orbital) และสปิน คือ โมเมนต์แม่เหล็กของอะตอม (Magnetic Moment of an Atom)

ในนิวเคลียสของอะตอมยังมีโมเมนต์แม่เหล็กที่เกี่ยวข้องกับโปรตรอนและนิวตรอน แต่มีขนาดเล็กกว่าโมเมนต์แม่เหล็กเนื่องจากอิเล็กตรอนมากๆ เราจึงจะเลยโมเมนต์แม่เหล็กดังกล่าว และพิจารณาเพียงโมเมนต์แม่เหล็กเนื่องจากอิเล็กตรอนเท่านั้น

รูป Magnetic Moment ที่แตกต่างกันในแต่ละอะตอม ส่งผลให้พฤติกรรมแต่ละอะตอมแตกต่างกันเมื่ออยู่ในภายใต้สนามแม่เหล็ก ได้มีการแบ่งประเภทของสารแม่เหล็ก ดังนี้

Diamagnetism

เป็นวัสดุที่ไม่มี Magnetic Moment ส่งผลให้มีค่า Magnetic Susceptibility น้อยกว่าศูนย์ และมีค่าต่ำ

เมื่อถูกสนามแม่เหล็กจากภายนอกมากระทำ วัสดุ Diamagnetism จะเกิด Magnetic Moment ขนาดเล็กในทิศตรงข้ามสนามแม่เหล็กจากภายนอก

Paramagnetism

เป็นวัสดุที่มี Magnetic Moment เรียงไม่เป็นระเบียบ ส่งผลให้มีค่า Magnetic Susceptibility มากกว่าศูนย์ และมีค่าต่ำ

เมื่อถูกสนามแม่เหล็กจากภายนอกมาเหนี่ยวนำ วัสดุ Paramagnetism จะมีสภาพแม่เหล็ก แต่เมื่อนำสนามแม่เหล็กจากภายนอกออก วัสดุ Paramagnetism จะไม่มีสภาพแม่เหล็ก

แม่เหล็กและไฟฟ้า (Magnetism and Electricity)

Ferromagnetism

เป็นวัสดุที่มี Magnetic Moment เรียงตัวในทิศทางเดียวกันอย่างเป็นระเบียบ ส่งผลให้มีความ Magnetic Susceptibility มากกว่าศูนย์ และมีค่าสูงมาก

เมื่อถูกสนามแม่เหล็กจากภายนอกมาเหนี่ยวนำ วัสดุ Ferromagnetism จะมีสภาพแม่เหล็ก และเมื่อนำสนามแม่เหล็กจากภายนอกออก วัสดุ Ferromagnetism จะยังคงสภาพแม่เหล็กอยู่

Antiferromagnetism

เป็นวัสดุที่มี Magnetic Moment เรียงตัวในทิศตรงข้ามกัน และมีขนาดเท่ากัน ส่งผลให้มีความ Magnetic Susceptibility มากกว่าศูนย์ และมีค่าประมาณศูนย์ วัสดุ Antiferromagnetism จึงไม่มีสภาพแม่เหล็ก

Ferrimagnetism

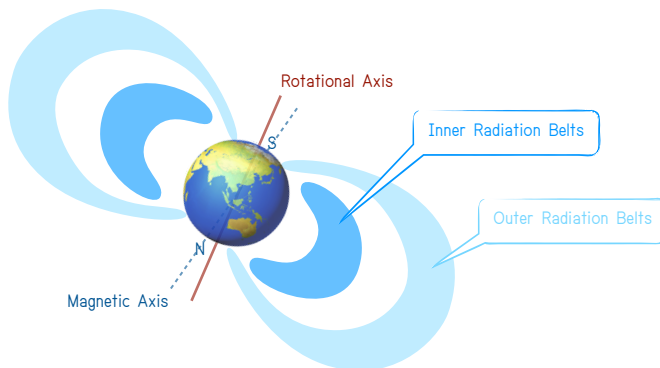
เป็นวัสดุที่มี Magnetic Moment เรียงตัวในทิศตรงข้ามกัน แต่มีขนาดต่างกัน ส่งผลให้มีความ Magnetic Susceptibility มากกว่าศูนย์ และมีค่าสูง วัสดุ Ferrimagnetism จึงมีสภาพแม่เหล็ก



แม่เหล็กและไฟฟ้า (Magnetism and Electricity)

สนามแม่เหล็กโลก

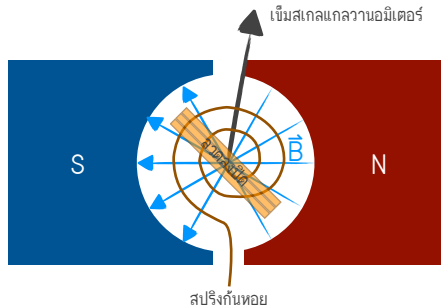
สนามแม่เหล็กโลกทำหน้าที่เหมือนเกราะป้องกันโลกจากอนุภาคที่มีประจุพลังงานสูงซึ่งส่วนใหญ่มาจากที่มาจากดวงอาทิตย์ บางส่วนมาจากดวงดาวและวัตถุท้องฟ้า เรียกรวมว่า “รังสีคอสมิก (Cosmic Rays)” เมื่ออนุภาคเหล่านี้เคลื่อนที่เข้ามาในบริเวณสนามแม่เหล็กโลกซึ่งเป็นสนามแม่เหล็กที่ไม่สม่ำเสมอ อนุภาคเหล่านี้จะมีการเคลื่อนที่ที่ซับซ้อนเป็นอย่างมาก อนุภาคจะหมุนเป็นเกลียวรอบเส้นสนามแม่เหล็กของโลกจากขั้วหนึ่งไปยังอีกขั้วหนึ่ง อนุภาคส่วนใหญ่ไม่สามารถเคลื่อนที่ไปถึงชั้นบรรยากาศ และถูกเบี่ยงเบนออกไปจากโลก อนุภาคบางส่วนถูกกักขังไว้ประกอบกันเป็นเข็มขัดรังสีแวนอัลเลน (The Van Allen Radiation Belts) เมื่อมีอนุภาคบางส่วนเล็ดลอดผ่านสนามแม่เหล็กโลกและเข้าสู่ชั้นบรรยากาศบริเวณขั้วโลก อนุภาคเหล่านี้จะชนกับอะตอมและโมเลกุลของก๊าซในชั้นบรรยากาศ การชนกันทำให้ก๊าซเหล่านี้ได้รับพลังงานและกระตุ้นให้อิเล็กตรอนในอะตอมเปลี่ยนระดับพลังงาน เมื่ออิเล็กตรอนกลับสู่ระดับพลังงานเดิม จะปลดปล่อยพลังงานออกมาในรูปของแสง แสงที่ปล่อยออกมาเป็นสีต่างๆ กัน ขึ้นอยู่กับชนิดของแก๊สและระดับความสูงที่เกิดปฏิกิริยา เรียกปรากฏการณ์นี้ที่เกิดขึ้นบริเวณขั้วโลกเหนือว่า “แสงเหนือ (Aurora Borealis)” และเรียกปรากฏการณ์นี้ที่เกิดขึ้นบริเวณขั้วโลกใต้ว่า “แสงใต้ (Aurora Australis)”



ในปัจจุบันเรทราบถึงรูปร่างและผลกระทบของสนามแม่เหล็กโลก แต่กลไกการเกิดและการกลับขั้วของสนามแม่เหล็กโลกยังคงมีประเด็นให้ศึกษาเพิ่มเติมอีกมาก

แกลวานอมิเตอร์ (Galvanometer)

พิจารณาลวดวงปิดพื้นที่หน้าตัด A จำนวน N รอบ ภายใต้อนามแม่เหล็กสม่ำเสมอขนาด B โดยเวกเตอร์พื้นที่ $\vec{A}$ ทำมุมตั้งฉากกับสนามแม่เหล็ก $\vec{B}$ ดังรูปด้านล่าง



จาก

$$\vec{\tau} = \vec{\mu} \times \vec{B}$$

$$\vec{\tau} = NI\vec{A} \times \vec{B}$$

$$|\vec{\tau}| = NI|\vec{A}||\vec{B}|$$

เมื่อเส้นลวดบิดทำมุม θ จะเกิดแรงบิดกลับของของสปริงกันหอย ซึ่งเกิดทอร์ก (หรือโมเมนต์) ขนาด $k\theta$ (คล้ายกับแรงสปริง $|\vec{F}_s| = kx$) ในทิศตรงข้ามกับทอร์กที่เกิดจากแรงแม่เหล็ก ทำให้ขดลวดของแกลวานอมิเตอร์อยู่นิ่งที่มุม θ

ดังนั้น

$$|\vec{\tau}_{สปริง}| = |\vec{\tau}_{ขดลวด}|$$

$$k\theta = NI|\vec{A}||\vec{B}|$$

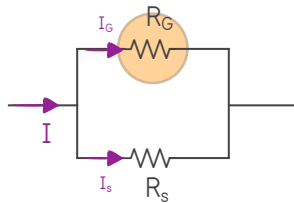
$$\theta = \frac{NI|\vec{A}||\vec{B}|}{k}$$

$$\theta \propto I$$

$\therefore$ มุมบิดของเข็มสเกลแกลวานอมิเตอร์แปรผันตามกระแสไฟฟ้าที่ไหลผ่านขดลวดวงปิดของแกลวานอมิเตอร์



การใช้แกลวานอมิเตอร์วัดกระแสไฟฟ้า และความต่างศักย์
แอมมิเตอร์ (Ammeter ; -(A)-) เป็นการดัดแปลงแกลวานอมิเตอร์เพื่อวัดกระแสไฟฟ้า (I) โดยการนำตัวต้านทาน ซึ่งเรียกว่า ชันต์ (Shunt ; R_s) มาต่อขนานกับแกลวานอมิเตอร์ ซึ่งมีความต้านทาน R_G ดังรูปด้านล่าง



จาก

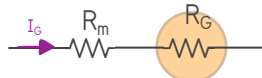
$$\Delta V_G = \Delta V_s$$

$$I_G R_G = I_s R_s$$

$$I_G R_G = (I - I_G) R_s$$

$$I = \frac{I_G R_G + I_G R_s}{R_s}$$

โวลต์มิเตอร์ (Voltmeter ; -(V)-) เป็นการดัดแปลงแกลวานอมิเตอร์เพื่อวัดความต่างศักย์ (ΔV) โดยการนำตัวต้านทาน ซึ่งเรียกว่า มัลติพลายเออร์ (Multiplier ; R_m) มาต่ออนุกรมกับแกลวานอมิเตอร์ ซึ่งมีความต้านทาน R_G ดังรูปด้านล่าง



จาก

$$\Delta V = \Delta V_m + \Delta V_G$$

$$\Delta V = I_G R_m + I_G R_G$$

$$\Delta V = I_G (R_m + R_G)$$

แม่เหล็กและไฟฟ้า (Magnetism and Electricity)

ข้อสังเกต

แกลแวนอมิเตอร์ใช้ขดลวดขนาดเล็กและมีน้ำหนักเบา เพราะต้องการให้แกลแวนอมิเตอร์มีความไวต่อกระแสไฟฟ้าหรือมีขดลวดที่หมุนได้ง่าย เพื่อวัดกระแสไฟฟ้าที่มีปริมาณน้อยๆ ได้

กรณีไฟฟ้ากระแสตรงจากเครื่องกำเนิดไฟฟ้า เติมแกลแวนอมิเตอร์จะไม่ขึ้นที่ค่าใดค่าหนึ่งเนื่องจากเป็นไฟฟ้ากระแสตรงที่มีค่าไม่สม่ำเสมอ

Problem 15.63

เมื่อนำแกลแวนอมิเตอร์มาสร้างแอมมิเตอร์เพื่อใช้วัดกระแสไฟฟ้าได้สูงสุด 60 mA ต้องใช้ชั้นต์ $1.0\ \Omega$ ถ้าแกลแวนอมิเตอร์ดังกล่าวรับกระแสไฟฟ้าได้สูงสุด $40\ \mu\text{A}$ ความต้านทานของแกลแวนอมิเตอร์ดังกล่าวเป็นเท่าใด?

Answer : $1.5\ \text{k}\Omega$

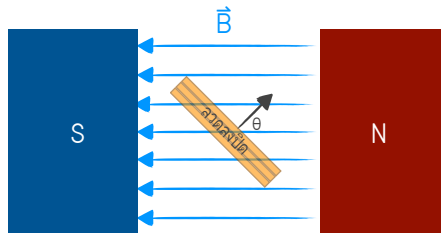
Problem 15.64

เมื่อนำแกลแวนอมิเตอร์ความต้านทาน $100\ \Omega$ รับกระแสไฟฟ้าได้สูงสุด 100 mA มาสร้างโวลต์มิเตอร์โดยวัดความต่างศักย์ได้สูงสุด 100 V จะต้องใช้มัลติพลายเออร์ขนาดเท่าใดมาต่อเข้าแกลแวนอมิเตอร์ดังกล่าว?

Answer : $900\ \Omega$

มอเตอร์ไฟฟ้ากระแสตรง (DC Motor)

พิจารณาลวดวงปิดพื้นที่หน้าตัด A จำนวน N รอบ ภายใต้สนามแม่เหล็กสม่ำเสมอขนาด B โดยเวกเตอร์พื้นที่ $\vec{A}$ ทำมุม θ กับสนามแม่เหล็ก $\vec{B}$ ดังรูปด้านล่าง



จาก

$$\vec{\tau} = \vec{\mu} \times \vec{B}$$

$$\vec{\tau} = NI\vec{A} \times \vec{B}$$

$$|\tau| = NI|\vec{A}||\vec{B}|\sin\theta$$

$\therefore$ เมื่อมีกระแสไฟฟ้าไหลผ่านขดลวดในมอเตอร์ จะเกิดทอร์ก (หรือโมเมนต์) ขึ้นกับขดลวดดังกล่าว ทำให้ขดลวดของมอเตอร์เกิดการหมุนภายใต้สนามแม่เหล็ก

ข้อสังเกต

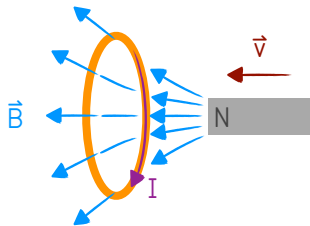
กระแสไฟฟ้าผ่านขดลวดตัวนำของมอเตอร์มากขึ้น โมเมนต์ที่กระทำกับขดลวดของมอเตอร์มากขึ้น

สนามแม่เหล็กในมอเตอร์มีค่ามากขึ้น โมเมนต์ที่กระทำกับขดลวดของมอเตอร์มากขึ้น

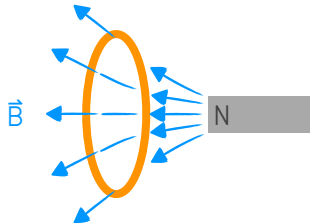
จำนวนรอบของขดลวดมีค่ามากขึ้น โมเมนต์ที่กระทำกับขดลวดของมอเตอร์มากขึ้น

กฎการเหนี่ยวนำของฟาราเดย์ (Faraday's Law of Induction)

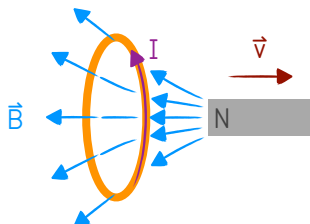
พิจารณากรณีขยับแท่งแม่เหล็กเข้าหาลวดวงปิด ทำให้ฟลักซ์แม่เหล็กที่ผ่านเส้นลวดวงปิดเกิดการเปลี่ยนแปลง โดยฟลักซ์แม่เหล็กมีขนาดเพิ่มขึ้น และเกิดกระแสไฟฟ้าซึ่งมีแนวโน้มสวนทางกับฟลักซ์แม่เหล็กที่เปลี่ยนแปลงนั้น ดังรูปด้านล่าง



พิจารณากรณีแท่งแม่เหล็กหยุดนิ่ง ทำให้ฟลักซ์แม่เหล็กที่ผ่านเส้นลวดวงปิดไม่เปลี่ยนแปลง และไม่มีกระแสไฟฟ้า ดังรูปด้านล่าง



พิจารณากรณีขยับแท่งแม่เหล็กออกจากลวดวงปิด ทำให้ฟลักซ์แม่เหล็กที่ผ่านเส้นลวดวงปิดเกิดการเปลี่ยนแปลง โดยฟลักซ์แม่เหล็กมีขนาดลดลง และเกิดกระแสไฟฟ้าซึ่งมีแนวโน้มสวนทางกับฟลักซ์แม่เหล็กที่เปลี่ยนแปลงนั้น ดังรูปด้านล่าง



แม่เหล็กและไฟฟ้า (Magnetism and Electricity)



กฎการเหนี่ยวนำของฟาราเดย์ (Faraday's Law of Induction)

$$\varepsilon = -\frac{d\phi_B}{dt}$$

ε คือ แรงเคลื่อนไฟฟ้าซึ่งเกิดขึ้นบนลวดวงปิด

$d\phi_B$ คือ การเปลี่ยนแปลงของฟลักซ์แม่เหล็กในช่วงเวลาเล็กๆ dt

dt คือ ช่วงเวลาเล็กๆ ที่พิจารณา

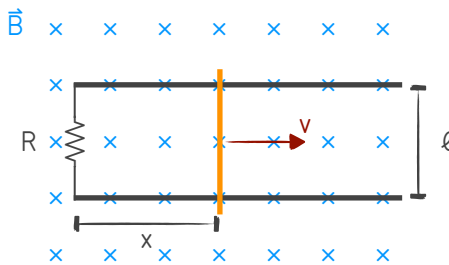
Problem 15.65

แกนแม่เหล็กพื้นที่หน้าตัด 4.0 cm^2 อัดตัวเมื่อสนามแม่เหล็กมีขนาด 0.30 T ถ้า นำลวดมาพันรอบแกนแม่เหล็กดังกล่าวจำนวน 500 รอบ และใส่แรงดันไฟฟ้าคร่อม ขดลวด 100 V แกนแม่เหล็กจะอัดตัวภายในเวลาเท่าใด?

Answer : 0.60 ms

Problem 15.66

รางโลหะคู่ขนานวางห่างกัน ℓ ต่ออนุกรมกับตัวต้านทาน R มีแท่งโลหะพาดอยู่ระหว่างรางโลหะ และมีสนามแม่เหล็กสม่ำเสมอขนาด B พุ่งผ่านรางโลหะ ถ้าออกแรงดึงแท่งโลหะให้เคลื่อนที่ด้วยความเร็วคงที่ขนาด ดังรูปด้านล่าง จงหา



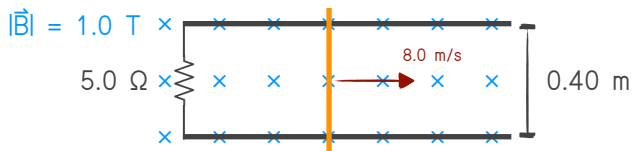
- ขนาดแรงเคลื่อนไฟฟ้าที่เกิดขึ้นในวงจรนี้?
- กระแสไฟฟ้าในวงจรนี้?
- กำลังที่เสียให้ตัวต้านทาน R ?

แม่เหล็กและไฟฟ้า (Magnetism and Electricity)

Answer : a) $B\ell v$, b) $\frac{B\ell v}{R}$ and c) $\frac{B^2 \ell^2 v^2}{R}$

Problem 15.67

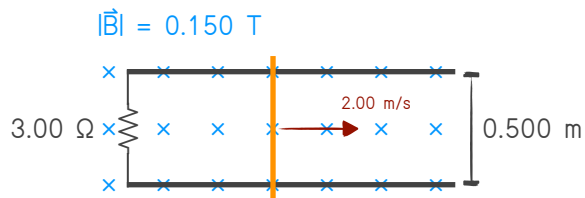
จากรูปด้านล่าง แรงเคลื่อนไฟฟ้าที่เกิดขึ้นเป็นเท่าใด?



Answer : 3.2 V

Problem 15.68

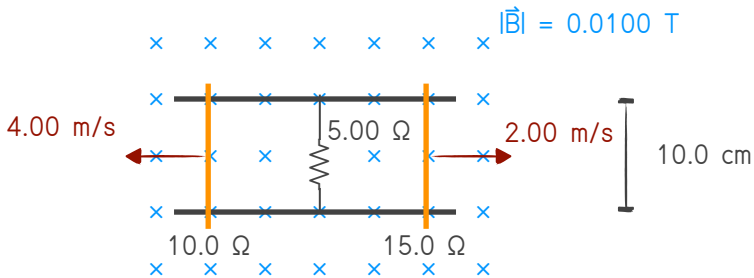
จากรูปด้านล่าง ต้องใช้แรงขนาดเท่าใด เพื่อดึงแท่งโลหะให้เคลื่อนที่ด้วยความเร็วคงที่ขนาด 2.00 m/s ?



Answer : 3.75 N

Problem 15.69 Challenge

รางคู่ขนานมีระยะห่างระหว่างรางเท่ากับ 10.0 cm เชื่อมต่อกันด้วยตัวต้านทานขนาด $5.00 \text{ } \Omega$ มีแท่งโลหะที่มีความต้านทาน $10.0 \text{ } \Omega$ และ $15.0 \text{ } \Omega$ ซึ่งสามารถเลื่อนไปมาได้บนราง เมื่อดึงโลหะทั้งสองออกจากตัวต้านทานด้วยอัตราเร็วคงที่ 4.00 m/s และ 2.00 m/s โดยที่รางดังกล่าวอยู่ภายใต้สนามแม่เหล็กสม่ำเสมอขนาด 0.0100 T ดังรูปด้านล่าง จงหาขนาดและทิศทางของกระแสไฟฟ้าที่ไหลผ่านตัวต้านทาน $5.00 \text{ } \Omega$?

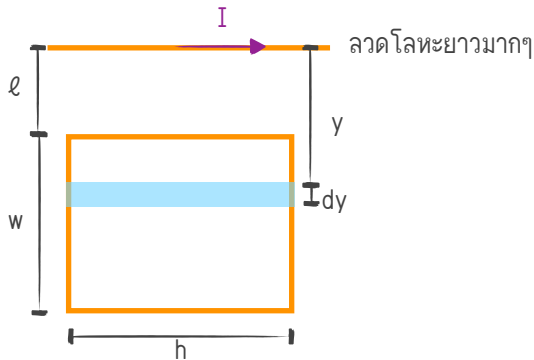


แม่เหล็กและไฟฟ้า (Magnetism and Electricity)

Answer : $145 \mu\text{A}$ ในทิศไหลขึ้นผ่านตัวต้านทาน 5.00Ω

Problem 15.70 Challenge

ลวดโลหะตรงยาวมากมีกระแสไฟฟ้าไหลผ่าน I และลวดโลหะสี่เหลี่ยมกว้าง w ยาว h วางอยู่ในระนาบระดับเดียวกันกับลวดตรง ดังรูปด้านล่าง จงหา



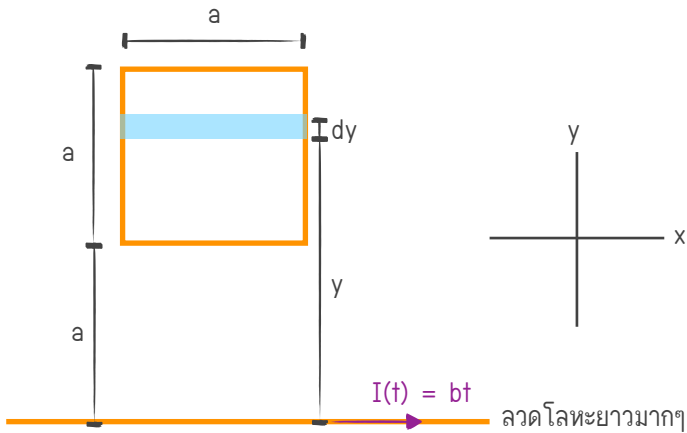
- ขนาดของฟลักซ์แม่เหล็กที่ผ่านลวดโลหะสี่เหลี่ยมเนื่องจากกระแสไฟฟ้า I ?
- ขนาดแรงเคลื่อนไฟฟ้าของลวดโลหะสี่เหลี่ยม เมื่อ $I = a + bt$ เมื่อ t คือ เวลา, a และ b คือ ค่าคงที่ซึ่งมากกว่าศูนย์?
- ขนาดและทิศทางการไหลของกระแสไฟฟ้าเหนี่ยวนำในลวดโลหะสี่เหลี่ยม เมื่อ ความต้านทานของลวดโลหะสี่เหลี่ยมเท่ากับ R ?

แม่เหล็กและไฟฟ้า (Magnetism and Electricity)

Answer : a) $\frac{\mu_0 I h}{2\pi} \ln\left(\frac{\ell + w}{\ell}\right)$ and b) $\frac{\mu_0 h b}{2\pi R} \ln\left(\frac{\ell + w}{\ell}\right)$ ที่สวนทวนเข็มนาฬิกา

Problem 15.71 Challenge

ลวดตัวนำรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสยาวด้านละ a มีความต้านทาน R และอยู่ห่างจากเส้นลวดยาวมากเป็นระยะ a โดยเส้นลวดยาวมากมีกระแสไฟฟ้าไหลผ่าน $I(t) = bt$ โดยที่ t คือ เวลา และ b คือ ค่าคงที่ซึ่งมากกว่าศูนย์ ดังรูปด้านล่าง จงหา



- ขนาดและทิศทางการไหลของกระแสไฟฟ้าเหนี่ยวนำในลวดตัวนำสี่เหลี่ยมจัตุรัส?
- แรงลัพท์ที่เกิดขึ้นกับลวดตัวนำสี่เหลี่ยมจัตุรัส?

แม่เหล็กและไฟฟ้า (Magnetism and Electricity)

แม่เหล็กและไฟฟ้า (Magnetism and Electricity)

Answer : a) $\frac{\mu_0 ab \ln(2)}{2\pi R}$ ที่สวนตามเข็มนาฬิกา and b) $\frac{\mu_0^2 ab^2 \ln(2)}{8\pi^2 R} \hat{j}$

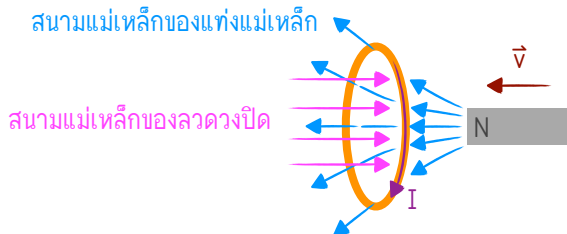
กฎของเลนซ์ (Lenz's Law)



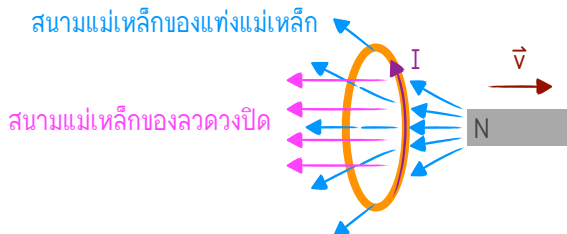
กฎของเลนซ์ (Lenz's Law)

กระแสไฟฟ้าเหนี่ยวนำในลูปปิดมีทิศทางที่สร้างสนามแม่เหล็กต้านการเปลี่ยนแปลงของฟลักซ์แม่เหล็กที่ผ่านพื้นที่ซึ่งถูกปิดล้อมด้วยลูปปิดนั้น

พิจารณากรณีขั้วแท่งแม่เหล็กเข้าหาหลอดวงปิด ทำให้ฟลักซ์แม่เหล็กมีขนาดเพิ่มขึ้น หลอดวงปิดจึงสร้างสนามแม่เหล็กสวนสนามแม่เหล็กของแท่งแม่เหล็ก ทำให้เกิดกระแสไฟฟ้าเหนี่ยวนำตามกฎมือขวา ดังรูปด้านล่าง

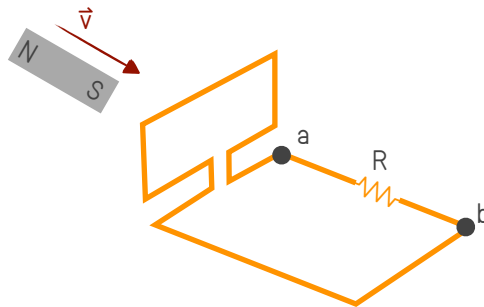


พิจารณากรณีขั้วแท่งแม่เหล็กออกจากหลอดวงปิด ทำให้ฟลักซ์แม่เหล็กมีขนาดลดลง หลอดวงปิดจึงสร้างสนามแม่เหล็กตามสนามแม่เหล็กของแท่งแม่เหล็ก ทำให้เกิดกระแสไฟฟ้าเหนี่ยวนำตามกฎมือขวา ดังรูปด้านล่าง



Problem 15.72

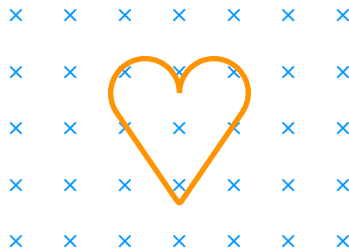
เมื่อเลื่อนขั้วใต้ของแท่งแม่เหล็กเข้าหาหลอดวงปิด ถ้าระหว่างจุด a และ b มีความต้านทานเท่ากับ R ดังรูปด้านล่าง จุด a จะมีศักย์ไฟฟ้าเป็นอย่างไรเมื่อเทียบกับจุด b?



Answer : ศักย์ไฟฟ้าที่จุด a น้อยกว่าศักย์ไฟฟ้าที่จุด b

Problem 15.73

ลวดวงปิด (สี่เหลี่ยม) อยู่ภายใต้สนามแม่เหล็กสม่ำเสมอ (สี่ฟ้า) ดังรูปด้านล่าง จงหาทิศทางของกระแสไฟฟ้าเหนี่ยวนำบนลวดวงปิดดังกล่าว



- a) เมื่อลวดวงปิดกำลังขยายวงใหญ่ขึ้น โดยเส้นลวดยังคงมีขนาดเท่าเดิม?
 b) เมื่อลวดวงปิดกำลังหดวงเล็กลง โดยเส้นลวดยังคงมีขนาดเท่าเดิม?

Answer : a) ทิศทวนเข็มนาฬิกา and b) ทิศตามเข็มนาฬิกา

Problem 15.74

ขดลวดสี่เหลี่ยมกว้าง w ยาว ℓ มีลวดพันอยู่ N รอบ ความต้านทาน R เคลื่อนที่เข้าสู่บริเวณสนามแม่เหล็กสม่ำเสมอขนาด B ดังรูปด้านล่าง จงหาแรงแม่เหล็กที่กระทำกับขดลวดสี่เหลี่ยมดังกล่าว



- เมื่อขดลวดเริ่มเข้าสู่สนามแม่เหล็ก?
- เมื่อขดลวดทั้งวงอยู่ในสนามแม่เหล็ก?
- เมื่อขดลวดเริ่มออกจากสนามแม่เหล็ก?

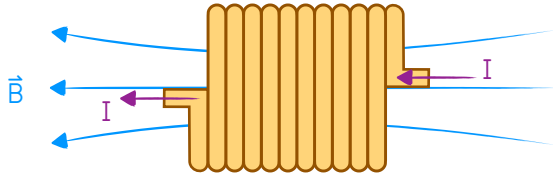
แม่เหล็กและไฟฟ้า (Magnetism and Electricity)

แม่เหล็กและไฟฟ้า (Magnetism and Electricity)

$$\text{Answer : a) } -\frac{N^2 w^2 B^2 v}{R} \hat{i}, \text{ b) } 0 \text{ and c) } -\frac{N^2 w^2 B^2 v}{R} \hat{i}$$

การเหนี่ยวนำตัวเอง (Self-Inductance) [Additional]

พิจารณาแรงเคลื่อนไฟฟ้าที่เกิดขึ้นจากขดลวดโซลินอยด์ ดังรูปด้านล่าง



เมื่อกระแสไฟฟ้ามีขนาดเพิ่มขึ้น ส่งผลให้ขดลวดโซลินอยด์มีสนามแม่เหล็กเพิ่มขึ้น มีฟลักซ์แม่เหล็กผ่านหน้าตัดของขดลวดโซลินอยด์เพิ่มขึ้น จึงเกิดกระแสไฟฟ้าเหนี่ยวนำทิศสวนทางกับกระแสไฟฟ้าที่ไหลเพิ่มเข้ามา

เมื่อกระแสไฟฟ้ามีขนาดลดลง ส่งผลให้ขดลวดโซลินอยด์มีสนามแม่เหล็กลดลง มีฟลักซ์แม่เหล็กผ่านหน้าตัดของขดลวดโซลินอยด์ลดลง จึงเกิดกระแสไฟฟ้าเหนี่ยวนำทิศเดียวกับกระแสไฟฟ้าที่ไหลเพิ่มเข้ามา

สามารถพิจารณาแรงเคลื่อนไฟฟ้าเหนี่ยวนำจากขดลวดโซลินอยด์ ดังนี้

$$\begin{aligned}
 \text{จาก } \epsilon &= -N \frac{d\phi_B}{dt} \\
 \epsilon &= -N \frac{d(\vec{B} \cdot \vec{A})}{dt} & ; \phi_B &= \vec{B} \cdot \vec{A} \\
 \epsilon &= -NA \frac{d(\mu_0 n I)}{dt} & ; |\vec{B}| &= \mu_0 n I \\
 \epsilon &= -N \mu_0 n A \frac{dI}{dt} \\
 \epsilon &= -L \frac{dI}{dt} & ; L &= N \mu_0 n A
 \end{aligned}$$

แม่เหล็กและไฟฟ้า (Magnetism and Electricity)

จาก $L = N\mu_0 nA$

$$L = \frac{N\mu_0 nIA}{I}$$

$$L = \frac{NBA}{I} \quad ; B = \mu_0 nI$$

$$L = \frac{N\Phi_B}{I} \quad ; \Phi_B = BA$$

พิจารณากำลังไฟฟ้าที่สะสมในขดลวดเหนี่ยวนำ

จาก $\mathcal{E} = I\Delta V$

$$\frac{dU}{dt} = I(L\frac{dI}{dt}) \quad ; \mathcal{E} = \frac{dU}{dt} \text{ and } \Delta V = L\frac{dI}{dt}$$

$$\int_0^U dU = L \int_0^I IdI$$

$$U \Big|_0^U = \frac{1}{2}LI^2 \Big|_0^I$$

$$U = \frac{1}{2}LI^2$$

$$U = \frac{1}{2}(N\mu_0 nA)I^2 \quad ; L = N\mu_0 nA$$

$$U = \frac{1}{2}(N\mu_0 nA)\left(\frac{B}{\mu_0 n}\right)^2 \quad ; B = \mu_0 nI$$

$$U = \frac{1}{2} \frac{NAB^2}{\mu_0 n}$$

$$U = \frac{1}{2} \frac{(n\ell)AB^2}{\mu_0 n} \quad ; N = n\ell$$

$$U = \frac{A\ell B^2}{2\mu_0}$$

แม่เหล็กและไฟฟ้า (Magnetism and Electricity)

$$U = \frac{VB^2}{2\mu_0} \quad ; \quad V = A\ell$$

$$\frac{U}{V} = \frac{B^2}{2\mu_0}$$

$$u = \frac{B^2}{2\mu_0} \quad ; \quad u = \frac{U}{V}$$



การเหนี่ยวนำตัวเอง (Self-Inductance)

ความเหนี่ยวนำ (Inductance ; L [H])

$$L = N\mu_0 nA = \frac{N\phi_B}{I}$$

N คือ จำนวนรอบของขดลวดโซลินอยด์

μ_0 คือ สภาพซึมผ่านได้ของสุญญากาศ (Permeability of a free space)

n คือ ความหนาแน่นของจำนวนเส้นลวดของขดโซลินอยด์

A คือ พื้นที่หน้าตัดของขดโซลินอยด์

ϕ_B คือ ฟลักซ์แม่เหล็กที่ผ่านหน้าตัดของขดโซลินอยด์

I คือ กระแสไฟฟ้าที่ไหลในขดโซลินอยด์

แรงเคลื่อนไฟฟ้าของขดลวดเหนี่ยวนำ (Self-Induced emf ; ϵ [V])

$$\epsilon = -L \frac{dI}{dt}$$

t คือ เวลา

แม่เหล็กและไฟฟ้า (Magnetism and Electricity)

พลังงานที่สะสมในขดลวดเหนี่ยวนำ (Energy Stored in the Inductor ; U [J])

$$U = \frac{1}{2}LI^2$$

ความหนาแน่นพลังงานที่สะสมในรูปของสนามแม่เหล็กของขดลวดเหนี่ยวนำ
(Energy Stored per Unit Volume in the Magnetic Field of the Inductor ; u [J/m³])

$$u = \frac{B^2}{2\mu_0}$$

B คือ ขนาดของสนามแม่เหล็ก

ในแผนภาพวงจรไฟฟ้าจะใช้สัญลักษณ์แทนขดลวดเหนี่ยวนำ คือ 



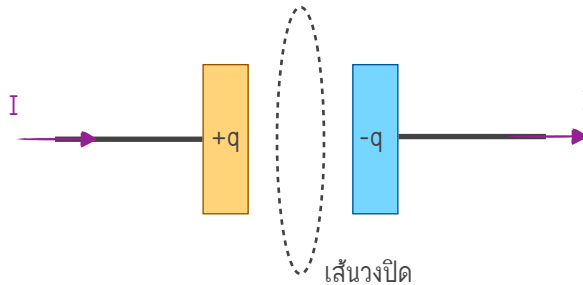
Problem 15.75 Challenge

ขดลวดโซลินอยด์รัศมี 1.00 cm มีลวดอยู่ 300 รอบ ยาว 25.0 cm จงหาความเหนี่ยวนำของขดลวดโซลินอยด์ดังกล่าว?

Answer : 0.142 mH



สมการของแมกซ์เวลล์ (Maxwell's Equations) [Additional]



เมื่อพิจารณาเส้นวงปิดในบริเวณซึ่งไม่มีเส้นลวดตั้งรูปด้านบน ถ้าคิดตามกฎของแอมแปร์จะมองได้ว่ากระแสไฟฟ้าภายในวงปิดเป็นศูนย์ ทำให้เกิดข้อขัดแย้งว่ากระแสไฟฟ้าสามารถไหลผ่านบริเวณนี้ไปได้ได้อย่างไร

ความขัดแย้งตรงนี้ถูกแก้ไขโดยการที่แมกซ์เวลล์ (Maxwell) เสนอเทอมของกระแสกระจัด (Displacement Current ; $I_d = \epsilon_0 \frac{d\phi_E}{dt}$) เพิ่มขึ้นมาในสมการของแอมแปร์ และเรียกสมการใหม่นี้ว่า Ampere - Maxwell Law ดังนี้

$$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} = \mu_0 (I_{enc} + I_d)$$



แม่เหล็กและไฟฟ้า (Magnetism and Electricity)



สมการของแมกซ์เวลล์ (Maxwell's Equations)

จากเนื้อหาที่ผ่านมา เห็นได้ว่าปรากฏการณ์ทางไฟฟ้าและแม่เหล็กสามารถอธิบายได้ภายใต้สมการของแมกซ์เวลล์ ดังนี้

Maxwell's Equations : Integral Form

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{q_{enc}}{\epsilon_0}$$

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{A} = 0$$

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = -\frac{d\phi_B}{dt}$$

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 (I_{enc} + I_d) ; I_d = \epsilon_0 \frac{d\phi_E}{dt}$$

Maxwell's Equations : Differential Form

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

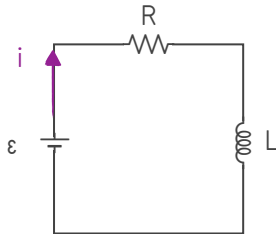
$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \vec{J} + \epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

แรงลอเรนซ์ (Lorentz Force)

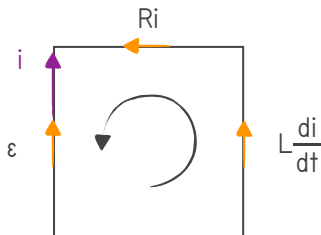
$$\vec{F} = q\vec{E} + q\vec{v} \times \vec{B}$$

วงจร RL (RL Circuits) [Additional]

Charging a Inductor : พิจารณาวงจรไฟฟ้าประกอบด้วยแหล่งกำเนิดไฟฟ้ากระแสตรงซึ่งมีแรงเคลื่อนไฟฟ้า ε ตัวต้านทานขนาด R และขดลวดเหนี่ยวนำขนาด L ดังรูปด้านล่าง



พิจารณาแผนภาพความต่างศักย์ไฟฟ้า ดังรูปด้านล่าง



จาก $\Sigma \Delta V = 0$

$$L \frac{di}{dt} + Ri - \varepsilon = 0$$

จะได้ $i = I(1 - e^{-t/\tau}) \quad ; \quad \tau = \frac{L}{R} \text{ และ } I = \frac{\varepsilon}{R}$



การชาร์จกระแสไฟฟ้า

$$i = I(1 - e^{-t/\tau}) \quad ; \quad \tau = \frac{L}{R} \quad \text{และ} \quad I = \frac{\varepsilon}{R}$$

i คือ กระแสไฟฟ้าที่ไหลผ่านขดลวดเหนี่ยวนำที่เวลา t

I คือ กระแสไฟฟ้าสูงสุดที่ไหลผ่านขดลวดเหนี่ยวนำ

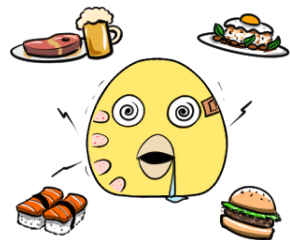
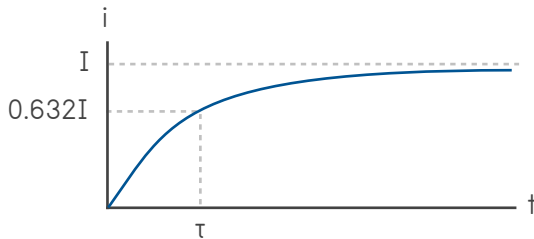
τ คือ ค่าคงที่ของเวลา

t คือ เวลา

ε คือ แรงเคลื่อนไฟฟ้า

R คือ ความต้านทาน

L คือ ความเหนี่ยวนำ



Problem 15.76 Challenge

วงจรอนุกรม RL ประกอบด้วยแบตเตอรี่ขนาด 12.0 V ตัวต้านทานขนาด 6.00 Ω และขดลวดเหนี่ยวนำขนาด 30.0 mH จงหา

- ค่าคงที่ของเวลา?
- กระแสไฟฟ้าสูงสุดในวงจรดังกล่าว?
- ช่วงเวลา que กระแสไฟฟ้าเป็น 80% ของกระแสไฟฟ้าสูงสุดของวงจรดังกล่าว?

Answer : a) 5.00 ms, b) 2.00 A and c) 8.05 ms

Problem 15.77

วงจรอนุกรม RL ประกอบด้วยแบตเตอรี่ขนาด 12 V ตัวต้านทานขนาด 10 Ω และขดลวดเหนี่ยวนำขนาด 50 mH เมื่อทำการชาร์จกระแสไฟฟ้านานมากๆ กระแสไฟฟ้าในวงจรจะเป็นเท่าใด?

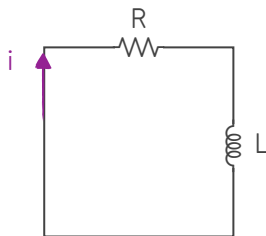
Answer : 1.2 A

Problem 15.78 Challenge

วงจรอนุกรม RL ประกอบด้วยแบตเตอรี่ขนาด 100 V ตัวต้านทานขนาด $40.0\ \Omega$ และขดลวดเหนี่ยวนำขนาด $20.0\ \text{H}$ จงหาอัตราการเปลี่ยนแปลงของกระแสไฟฟ้าที่เวลา $t = 0\ \text{s}$ และ $t = 2.00\ \text{s}$?

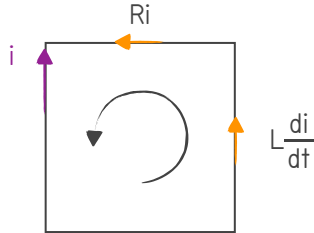
$$\text{Answer : } \left. \frac{di}{dt} \right|_{t=0\ \text{s}} = 5.00\ \text{A/s and } \left. \frac{di}{dt} \right|_{t=2\ \text{s}} = 0.0916\ \text{A/s}$$

Discharging a Inductor : พิจารณาวงจรไฟฟ้าประกอบด้วยตัวต้านทานขนาด R และขดลวดเหนี่ยวนำขนาด L ดังรูปด้านล่าง



แม่เหล็กและไฟฟ้า (Magnetism and Electricity)

พิจารณาแผนภาพความต่างศักย์ไฟฟ้า ดังรูปด้านล่าง



จาก $\Sigma \Delta V = 0$

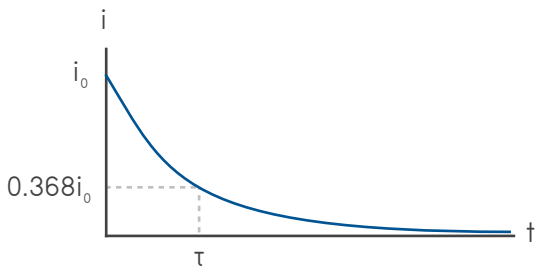
$$L \frac{di}{dt} + Ri = 0$$

จะได้ $i = i_0 e^{-t/\tau} \quad ; \quad \tau = \frac{L}{R}$



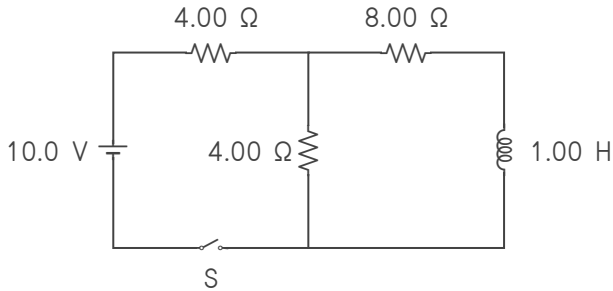
การคายกระแสไฟฟ้า

$$i = i_0 e^{-t/\tau} \quad ; \quad \tau = \frac{L}{R}$$

 i คือ กระแสไฟฟ้าที่ไหลผ่านขดลวดเหนี่ยวนำที่เวลา t i_0 คือ กระแสไฟฟ้าเริ่มต้นที่ไหลผ่านขดลวดเหนี่ยวนำ (ที่เวลา $t = 0$ s) τ คือ ค่าคงที่ของเวลา t คือ เวลา R คือ ความต้านทาน L คือ ความเหนี่ยวนำ

Problem 15.79 Challenge

วงจรซึ่งสวิตช์ถูกเปิดค้างไว้นานมากๆ จากนั้นสับสวิตช์ปิดลงที่เวลา $t = 0$ s ดังรูปด้านล่าง จงหา



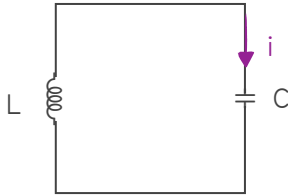
- กระแสไฟฟ้าที่ไหลผ่านขดลวดเหนี่ยวนำที่เวลา $t > 0$ s?
- กระแสไฟฟ้าที่ไหลผ่านสวิตช์ที่เวลา $t > 0$ s?

แม่เหล็กและไฟฟ้า (Magnetism and Electricity)

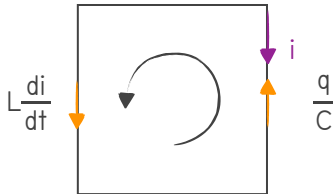
Answer : a) $0.500(1 - e^{-10t})$ A and b) $1.50 - 0.250e^{-10t}$ A

วงจร LC (LC Circuits) [Additional]

พิจารณาวงจรไฟฟ้าประกอบด้วยตัวเก็บประจุไฟฟ้าขนาด C ซึ่งมีประจุสะสมอยู่ Q และขดลวดเหนี่ยวนำขนาด L ดังรูปด้านล่าง



พิจารณาแผนภาพความต่างศักย์ไฟฟ้า ดังรูปด้านล่าง



จาก

$$\Sigma \Delta V = 0$$

$$L \frac{di}{dt} + \frac{q}{C} = 0$$

$$\frac{d^2q}{dt^2} + \frac{1}{LC}q = 0$$

$$\frac{d^2q}{dt^2} + \omega_0^2 q = 0$$

$$; i = \frac{dq}{dt}$$

$$; \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

แม่เหล็กและไฟฟ้า (Magnetism and Electricity)

สมการดังกล่าวจะอยู่ในรูป Simple Harmonic Motion (SHM)

$$\therefore q = Q \cos(\omega_0 t + \phi)$$

จาก $i = \frac{dq}{dt}$

$$i = \frac{d}{dt}(Q \cos(\omega_0 t + \phi))$$

$$i = -\omega_0 Q \sin(\omega_0 t + \phi)$$

$$i = -I \sin(\omega_0 t + \phi) \quad ; I = \omega_0 Q$$

พิจารณาพลังงานรวมในวงจรดังกล่าว

จาก $U = U_C + U_L$

$$U = \frac{q^2}{2C} + \frac{Li^2}{2}$$

$$U = \frac{Q^2 \cos^2(\omega_0 t + \phi)}{2C} + \frac{L \omega_0^2 Q^2 \sin^2(\omega_0 t + \phi)}{2}$$

$$U = \frac{Q^2 \cos^2(\omega_0 t + \phi)}{2C} + \frac{L Q^2 \sin^2(\omega_0 t + \phi)}{2LC} \quad ; \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

$$U = \frac{Q^2}{2C} (\cos^2(\omega_0 t + \phi) + \sin^2(\omega_0 t + \phi))$$

$$U = \frac{Q^2}{2C}$$

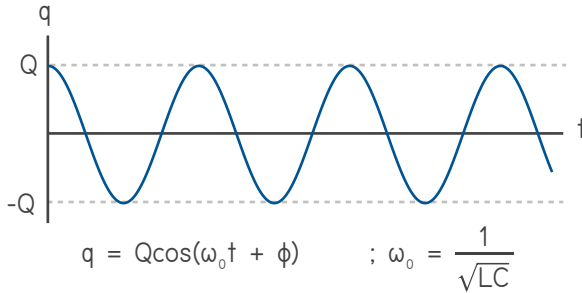
$$U = \frac{Q^2 (L \omega_0^2)}{2} \quad ; \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

$$U = \frac{LI^2}{2} \quad ; I = \omega_0 Q$$

แม่เหล็กและไฟฟ้า (Magnetism and Electricity)



วงจร LC



q คือ ประจุไฟฟ้าในตัวเก็บประจุที่เวลา t

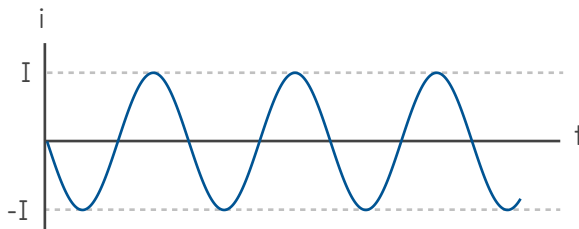
Q คือ ประจุไฟฟ้าสูงสุดที่สะสมในตัวเก็บประจุ

L คือ ความเหนี่ยวนำไฟฟ้า

C คือ ความจุไฟฟ้า

t คือ เวลา

ϕ คือ เฟสเริ่มต้น



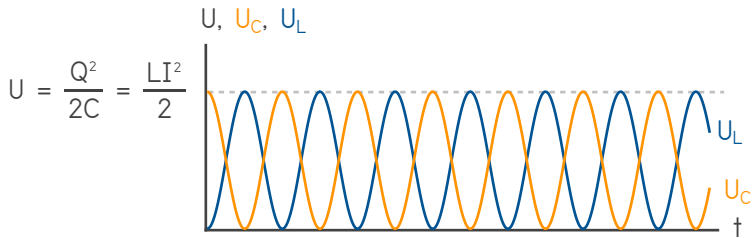
$$i = -I\sin(\omega_0 t + \phi) \quad ; \quad I = \omega_0 Q$$

i คือ กระแสไฟฟ้าที่ไหลผ่านขดลวดเหนี่ยวนำที่เวลา t

I คือ กระแสไฟฟ้าสูงสุดที่ไหลผ่านขดลวดเหนี่ยวนำ

แม่เหล็กและไฟฟ้า (Magnetism and Electricity)

พลังงานรวมในวงจร LC



$$U_C = \frac{q^2}{2C} = \frac{Q^2 \cos^2(\omega_0 t + \phi)}{2C}$$

$$U_L = \frac{Li^2}{2} = \frac{LI^2 \sin^2(\omega_0 t + \phi)}{2}$$

$$U = U_C + U_L = \frac{Q^2}{2C} = \frac{LI^2}{2}$$

U_C คือ พลังงานที่สะสมในตัวเก็บประจุ

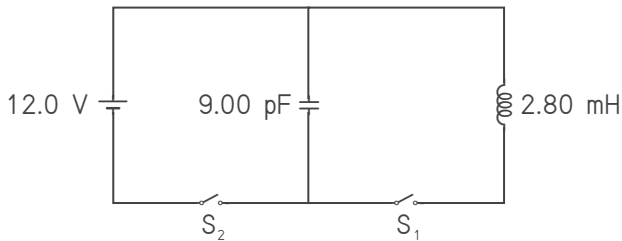
U_L คือ พลังงานที่สะสมในขดลวดเหนี่ยวนำ

U คือ พลังงานรวมในวงจร LC



Problem 15.80 Challenge

จากรูปด้านล่าง สวิตช์ S_2 ถูกสับไว้นานมากๆ เมื่อยกสวิตช์ S_2 ออก แล้วสับสวิตช์ S_1 ที่เวลา $t = 0$ s จงหา



- ความถี่ในการสั่นของวงจร?
- ประจุไฟฟ้าสูงสุดในตัวเก็บประจุไฟฟ้า?
- กระแสไฟฟ้าสูงสุดของวงจร?
- ประจุไฟฟ้าบนตัวเก็บประจุไฟฟ้าที่เวลาใดๆ ?
- กระแสไฟฟ้าในวงจรที่เวลาใดๆ ?

แม่เหล็กและไฟฟ้า (Magnetism and Electricity)

Answer : a) 1.00 MHz, b) 108 pC, c) 0.680 mA,
d) $108\cos(6.30\times 10^6 t)$ pF and e) $-0.680\sin(6.30\times 10^6 t)$ mA

Problem 15.81 Challenge

พิจารณาวงจร LC ณ เวลาที่พลังงานสะสมในตัวเหนี่ยวนำไฟฟ้ามีค่าเป็น 64% ของพลังงานทั้งหมดในวงจร

- ปริมาณประจุไฟฟ้าที่สะสมบนตัวเก็บประจุไฟฟ้าเป็นกี่เท่าของประจุสะสมสูงสุดบนตัวเก็บประจุไฟฟ้า?
- กระแสไฟฟ้าในวงจรเป็นกี่เท่าของกระแสไฟฟ้าสูงสุดในวงจร?

Answer : a) 0.6 and b) 0.8

Problem 15.82 Challenge

วงจรไฟฟ้าประกอบด้วยตัวเก็บประจุไฟฟ้าขนาด C ต่อกับแบตเตอรี่ขนาด $\mathcal{E}$ และตัวต้านทานขนาด R เพื่อชาร์จเป็นเวลา $2RC$ จากนั้นถอดตัวเก็บประจุไฟฟ้าออก ที่เวลา $t = 0$ s แล้วนำตัวเก็บประจุไฟฟ้างดงกล่าวไปต่อกับตัวเหนี่ยวนำไฟฟ้าขนาด L จงหา

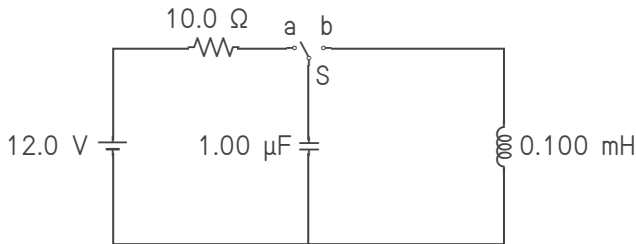
- ประจุไฟฟ้าสูงสุดบนตัวเก็บประจุไฟฟ้า?
- กระแสไฟฟ้าสูงสุดที่ผ่านตัวเหนี่ยวนำไฟฟ้า?
- พลังงานที่สะสมในตัวเก็บประจุไฟฟ้า ที่ $t > 0$ s?
- พลังงานที่สะสมในตัวเหนี่ยวนำไฟฟ้า ที่ $t > 0$ s?
- พลังงานในวงจร ที่ $t > 0$ s?

แม่เหล็กและไฟฟ้า (Magnetism and Electricity)

Answer : a) $0.867\epsilon C$, b) $0.867\epsilon\sqrt{\frac{C}{L}}$, c) $0.376\epsilon^2 C \cos^2(\frac{t}{\sqrt{LC}})$,
 d) $0.376\epsilon^2 C \sin^2(\frac{t}{\sqrt{LC}})$ and e) $0.376\epsilon^2 C$

Problem 15.83 Challenge

จากรูปด้านล่าง ที่เวลา $t = 0$ s สวิตช์ถูกสับไปที่ตำแหน่ง a และที่เวลา $t = 3.00$ s สวิตช์ถูกสับไปที่ตำแหน่ง b จงหา

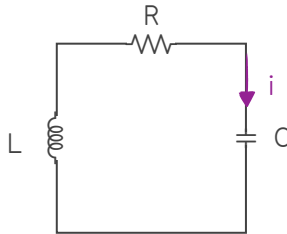


- ประจุไฟฟ้าที่สะสมบนตัวเก็บประจุไฟฟ้าที่เวลา $t = 3.00$ s?
- กระแสไฟฟ้าสูงสุดที่ไหลผ่านขดลวดเหนี่ยวนำที่ $t > 3.00$ s?
- พลังงานในขดลวดเหนี่ยวนำ ณ เวลาที่กระแสไฟฟ้ามีค่าครึ่งหนึ่งของกระแสไฟฟ้าสูงสุดในวงจรที่ $t > 3.00$ s?

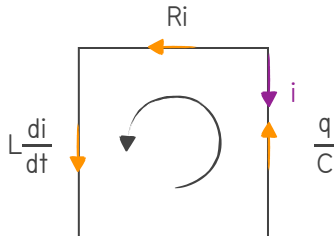
Answer : a) $12.0 \mu\text{C}$, b) 1.20 A and c) $18.0 \mu\text{J}$

วงจร RLC (RLC Circuits) [Additional]

พิจารณาวงจรไฟฟ้าประกอบด้วยตัวเก็บประจุไฟฟ้าขนาด C ซึ่งมีประจุสะสมอยู่ Q ขดลวดเหนี่ยวนำขนาด L และตัวต้านทานขนาด R ดังรูปด้านล่าง



พิจารณาแผนภาพความต่างศักย์ไฟฟ้า ดังรูปด้านล่าง



จาก

$$\Sigma \Delta V = 0$$

$$L \frac{di}{dt} + Ri + \frac{q}{C} = 0$$

$$\frac{d^2q}{dt^2} + \frac{R}{L} \frac{dq}{dt} + \frac{1}{LC} q = 0$$

$$\frac{d^2q}{dt^2} + 2\gamma \frac{dq}{dt} + \omega_0^2 q = 0 \quad ; \quad \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \text{ และ } \gamma = \frac{R}{2L}$$

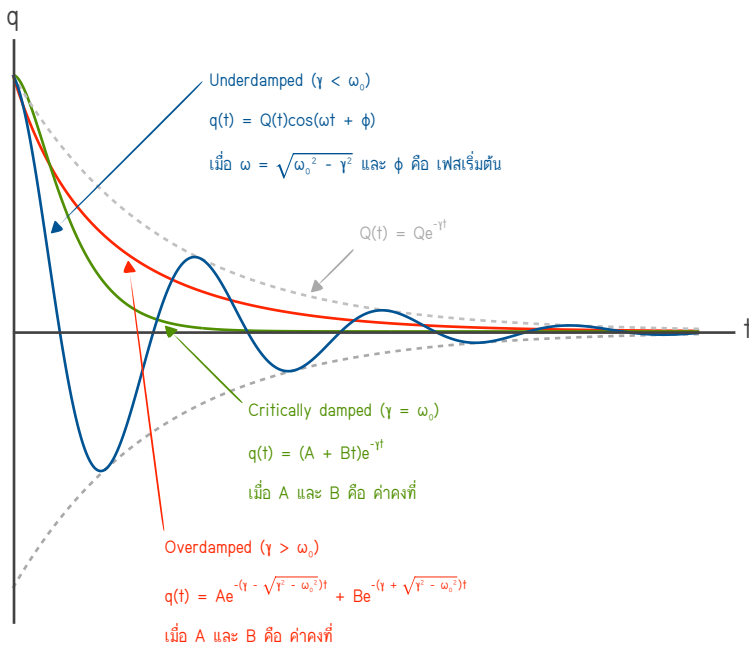


วงจร RLC

สมการประจุไฟฟ้าที่สะสมในตัวเก็บประจุไฟฟ้าจะอยู่ในรูป Damped Oscillations

$$\frac{d^2q}{dt^2} + 2\gamma\frac{dq}{dt} + \omega_0^2q = 0 \quad ; \quad \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \text{ และ } \gamma = \frac{R}{2L}$$

ผลเฉลยเป็นไปได้ 3 กรณี ดังนี้



Problem 15.84 Challenge

วงจร RLC ประกอบด้วย $R = 7.60 \, \Omega$, $L = 2.20 \, \text{mH}$ และ $C = 1.80 \, \mu\text{F}$

- a) จงหาความถี่เรโซแนนซ์ (Resonance Frequency) ω_0 ?
- b) วงจรนี้เป็นการสั่นแบบใด?
- c) จงหาความถี่เชิงมุมของวงจร?
- d) จงหาความต้านทานวิกฤตของวงจร?

Answer : a) $1.59 \times 10^4 \, \text{rad/s}$, b) Underdamped, c) $1.58 \times 10^4 \, \text{rad/s}$
and d) $69.9 \, \Omega$

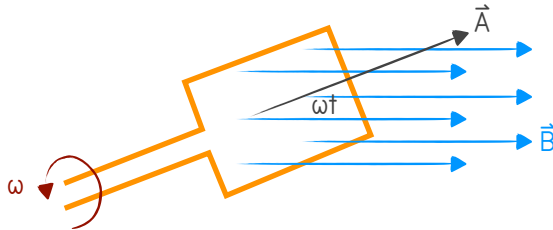
Problem 15.85 Challenge

วงจรซึ่งประกอบด้วยขดลวดเหนี่ยวนำขนาด 500 mH และตัวเก็บประจุไฟฟ้าขนาด $0.100 \text{ }\mu\text{F}$ เมื่อใส่ตัวต้านทานขนาด $1.00 \text{ k}\Omega$ เพิ่มเข้าจะทำให้ความถี่ในการสั่นของวงจรเปลี่ยนไปจากเดิมกี่เปอร์เซ็นต์?

Answer : -2.67%

แหล่งกำเนิดไฟฟ้ากระแสสลับ (AC Sources)

พิจารณาลวดวงปิด N รอบ ซึ่งหมุนด้วยอัตราเร็วเชิงมุมคงที่ ω ภายใต้สนามแม่เหล็กสม่ำเสมอขนาด B ดังรูปด้านล่าง



จาก

$$\varepsilon = -N \frac{d\phi_B}{dt}$$

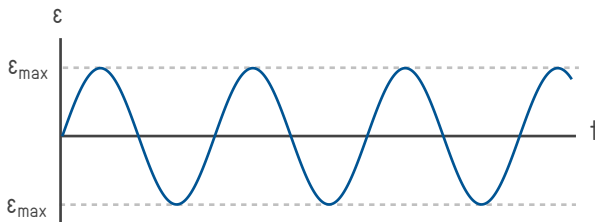
$$\varepsilon = -N \frac{d(\vec{B} \cdot \vec{A})}{dt}$$

$$\varepsilon = -N \frac{d(BA \cos(\omega t))}{dt}$$

$$\varepsilon = \omega NBA \sin(\omega t)$$

$$\varepsilon = \varepsilon_{\max} \sin(\omega t) \quad ; \quad \varepsilon_{\max} = \omega NBA$$

กระบวนการดังกล่าวทำให้ได้แหล่งกำเนิดไฟฟ้ากระแสสลับ ซึ่งมีแรงเคลื่อนไฟฟ้า $\varepsilon = \varepsilon_{\max} \sin(\omega t)$



แม่เหล็กและไฟฟ้า (Magnetism and Electricity)



ข้อสังเกต

ขณะที่ขดลวดของเครื่องกำเนิดไฟฟ้าหมุน อัตราการเปลี่ยนแปลงฟลักซ์แม่เหล็กผ่านขดลวดมีค่าเปลี่ยนแปลงตลอดเวลา

ขณะที่ขดลวดของเครื่องกำเนิดไฟฟ้าหมุน อัตราการเปลี่ยนแปลงฟลักซ์แม่เหล็กที่ผ่านขดลวดจะมีค่ามากที่สุดเมื่อระนาบขดลวดขนานกับสนามแม่เหล็ก

ปริมาณไฟฟ้ากระแสสลับมีขนาดเปลี่ยนแปลงตามเวลา และมีทิศทางเปลี่ยนกลับไปกลับมา

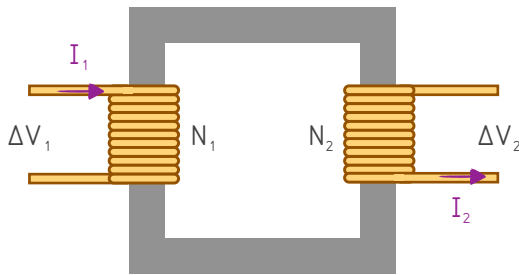
เครื่องกำเนิดไฟฟ้ากระแสสลับนิยมใช้การหมุนแท่งแม่เหล็ก เพื่อให้ฟลักซ์แม่เหล็กตัดขดลวดตัวนำเนื่องจากกระแสไฟฟ้าเหนี่ยวนำที่เกิดขึ้นภายในขดลวดตัวนำสามารถต่อสายไฟออกไปใช้งานได้ทันที ไม่ต้องอาศัยวงแหวนแยก (slip ring) และแปรง (brush)

ไฟฟ้ากระแสตรงอาจมีกระแสไฟฟ้าไม่คงที่ก็ได้



หม้อแปลงไฟฟ้า (Transformer)

พิจารณาหม้อแปลงไฟฟ้าซึ่งขดลวดปฐมภูมิมีขดลวด N_1 รอบ มีศักย์ไฟฟ้าคร่อม ΔV_1 และมีกระแสไฟฟ้าไหลเข้ามา I_1 ขดลวดทุติยภูมิมีขดลวด N_2 รอบ มีศักย์ไฟฟ้าคร่อม ΔV_2 และมีกระแสไฟฟ้าไหลออกมา I_2 ดังรูปด้านล่าง



จาก $\Delta V_1 = -N_1 \frac{\Delta \phi}{\Delta t}$ (1)

จาก $\Delta V_2 = -N_2 \frac{\Delta \phi}{\Delta t}$ (2)

(1)/(2) จะได้ $\frac{\Delta V_1}{\Delta V_2} = \frac{N_1}{N_2}$

พิจารณาระบบที่อนุรักษ์พลังงาน

จะได้

$$\begin{aligned} \phi_1 &= \phi_2 \\ I_1 \Delta V_1 &= I_2 \Delta V_2 \\ \frac{\Delta V_1}{\Delta V_2} &= \frac{I_2}{I_1} \end{aligned}$$



หม้อแปลงไฟฟ้า (Transformer)

$$\frac{\Delta V_1}{\Delta V_2} = \frac{N_1}{N_2} = \frac{I_2}{I_1}$$

ΔV_1 คือ ความต่างศักย์ไฟฟ้าคร่อมขดลวดปฐมภูมิ (input)

ΔV_2 คือ ความต่างศักย์ไฟฟ้าคร่อมขดลวดทุติยภูมิ (output)

N_1 คือ จำนวนรอบของขดลวดปฐมภูมิ (input)

N_2 คือ จำนวนรอบของขดลวดทุติยภูมิ (output)

I_1 คือ กระแสไฟฟ้าที่ไหลผ่านขดลวดปฐมภูมิ (input)

I_2 คือ กระแสไฟฟ้าที่ไหลผ่านขดลวดทุติยภูมิ (output)

ในแผนภาพวงจรไฟฟ้าจะใช้สัญลักษณ์แทนหม้อแปลงไฟฟ้า คือ 

ข้อสังเกต

ในการสร้างหม้อแปลงขดลวดปฐมภูมิและขดลวดทุติยภูมิ จะพันบนแกนเหล็กร่วมกัน เนื่องจากฟลักซ์แม่เหล็กที่เปลี่ยนแปลงจากขดลวดปฐมภูมิจะถูกส่งผ่านแกนเหล็กไปถึงขดลวดทุติยภูมิ ทำให้ลดการสูญเสียฟลักซ์แม่เหล็กที่เปลี่ยนแปลงจากขดลวดปฐมภูมิไปยังขดลวดทุติยภูมิ

จะไม่เกิดการเหนี่ยวนำให้เกิดอีเอ็มเอฟ (emf) ที่ขดลวดทุติยภูมิ เมื่อกระแสไฟฟ้าผ่านขดลวดปฐมภูมิมีค่าคงที่



Problem 15.86

หม้อแปลงไฟฟ้ามีขดลวดปฐมภูมิจำนวน 50 รอบ และมีขดลวดทุติยภูมิจำนวน 1,000 รอบ เมื่อให้กระแสไฟฟ้าไหลเข้าด้านปฐมภูมิตามขนาด 10 mA จะมีกระแสไฟฟ้าไหลออกมาจากด้านทุติยภูมิเท่าใด?

Answer : 0.50 mA

Problem 15.87

หม้อแปลงไฟฟ้าแปลงความต่างศักย์ 400 V ลงมาเหลือ 200 V ถ้ากระแสไฟฟ้าที่ไหลผ่านความต่างศักย์ 400 V เป็น 20 mA กระแสไฟฟ้าที่ไหลผ่านฝั่ง 200 V จะเป็นเท่าใด?

Answer : 40 mA

Problem 15.88

เครื่องใช้ไฟฟ้าความต้านทาน $25\ \Omega$ ในขณะที่ใช้งานต้องใช้กับหม้อแปลงไฟฟ้าซึ่งมีจำนวนขดลวดปฐมภูมิ 440 รอบ และมีจำนวนขดลวดทุติยภูมิ 24 รอบ โดยความต้านทานฝั่งขดลวดทุติยภูมิเท่ากับ $5.0\ \Omega$ กระแสไฟฟ้าที่ไหลผ่านเครื่องใช้ไฟฟ้าดังกล่าวเป็นเท่าใด (หม้อแปลงไฟฟ้าต่อเข้ากับไฟบ้าน 220 V)?

แม่เหล็กและไฟฟ้า (Magnetism and Electricity)

Answer : 0.40 A

Problem 15.89

หม้อแปลงไฟฟ้าแปลงความต่างศักย์จาก 200 V มาเป็น 100 V เมื่อขดลวดปฐมภูมิมีกำลังสูงสุดจะสามารถต่อเครื่องใช้ไฟฟ้าได้ 1,600 W กระแสไฟฟ้าที่ไหลผ่านขดลวดปฐมภูมิ และทุติยภูมิเป็นเท่าใด?

Answer : $I_{\text{ปฐมภูมิ}} = 8.0 \text{ A}$ and $I_{\text{ทุติยภูมิ}} = 16 \text{ A}$

Problem 15.90

แบตเตอรี่กระแสตรงขนาด 2.0 V ต่อเข้ากับขดลวดปฐมภูมิ โดยมีความต้านทาน 2.0Ω ต่อเข้ากับขดลวดทุติยภูมิ ถ้าจำนวนขดลวดปฐมภูมิต่อขดลวดทุติยภูมิ เท่ากับ 1 : 2 กำลังไฟฟ้าที่เสียให้กับตัวต้านทานดังกล่าวเป็นเท่าใด?

Answer : 0 W

Problem 15.91

หม้อแปลงไฟฟ้าประสิทธิภาพ 100% มีขดลวดปฐมภูมิ 110 รอบ และมีขดลวดทุติยภูมิ 200 รอบ ถ้าต่อไฟฟ้ากระแสสลับ 220 V เข้ากับขดลวดปฐมภูมิ และต่อเครื่องใช้ไฟฟ้ากำลังสูงสุด 400 W กับหม้อแปลงดังกล่าว ถ้าประมาณว่าขดลวดทุติยภูมิมีความต้านทานน้อยมาก ๆ เครื่องใช้ไฟฟ้างดังกล่าวจะมีความต้านทานเท่าใด?

Answer : 400 Ω

Problem 15.92

หม้อแปลงไฟฟ้าประสิทธิภาพ 75% แปลงความต่างศักย์จาก 20 V เป็น 200 V เมื่อปลายด้านทุติยภูมิต่อกับหลอดไฟ 200 V 60 W กระแสไฟฟ้าในขดลวดปฐมภูมิเป็นเท่าใด?

Answer : 4.0 A

Problem 15.93

หม้อแปลงไฟฟ้ามีขดลวดปฐมภูมิ 200 รอบ และมีขดลวดทุติยภูมิ 100 รอบ ถ้าต่อด้านลวดปฐมภูมิเข้ากับไฟบ้าน 220 V และต่อด้านทุติยภูมิเข้ากับเครื่องใช้ไฟฟ้าขนาด 50.0 Ω และความต้านทานของลวดทุติยภูมิเท่ากับ 5.00 Ω กำลังไฟฟ้าที่เสียให้กับเครื่องใช้ไฟฟ้างดกล่าวเป็นเท่าใด?

Answer : 200 W

Problem 15.94

หม้อแปลงไฟฟ้ามีขดลวดปฐมภูมิ 1,000 รอบ และมีขดลวดทุติยภูมิ 100 รอบ ถ้าด้านขดลวดปฐมภูมิต่อเข้ากับแหล่งกำเนิดไฟฟ้าขนาด 100 V และฟิวส์ซึ่งรับกระแสไฟฟ้าได้สูงสุด 1.00 A ทางด้านขดลวดทุติยภูมิจะต่อความต้านได้น้อยสุดเท่าใด?

Answer : 1.00 Ω

ค่าเฉลี่ยผล (Root Means Square ; rms)

กำหนดให้ $f(t) = F \sin(\omega t + \phi)$

จาก
$$f_{\text{rms}} = \left(\frac{1}{T} \int_0^T f(t)^2 dt \right)^{1/2}$$

$$f_{\text{rms}} = \left(\frac{1}{T} \int_0^T F^2 \sin^2(\omega t + \phi) dt \right)^{1/2}$$

$$f_{\text{rms}} = F \left(\frac{1}{2T} \int_0^T (1 - 2\cos(2\omega t + 2\phi)) dt \right)^{1/2}$$

$$f_{\text{rms}} = F \left(\frac{t}{2T} - \frac{\sin(2\omega t + 2\phi)}{4\omega T} \right)^{1/2} \Big|_0^T$$

$$f_{\text{rms}} = F \left(\frac{1}{2} - \frac{\sin(4\pi + 2\phi)}{4\omega T} + \frac{\sin(2\phi)}{4\omega T} \right)^{1/2} ; \omega = \frac{2\pi}{T}$$

$$f_{\text{rms}} = \frac{F}{\sqrt{2}}$$



ค่า rms ของฟังก์ชัน $\sin(\omega t + \phi)$ และ $\cos(\omega t + \phi)$

ในกรณีที่ $f(t) = F \sin(\omega t + \phi)$ หรือ $f(t) = F \cos(\omega t + \phi)$

จะได้
$$f_{\text{rms}} = \frac{F}{\sqrt{2}}$$

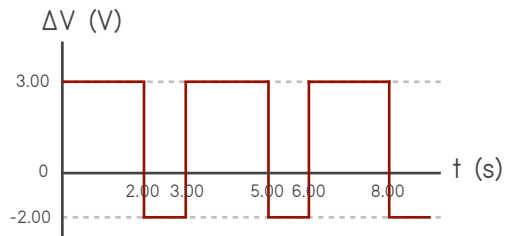
f_{rms} คือ ค่า rms ของ $f(t)$

ข้อสังเกต

ค่าเฉลี่ยผล (rms) ของไฟฟ้ากระแสสลับเป็นค่าเฉลี่ยแบบรากที่สองกำลังสองเฉลี่ย ซึ่งมีค่าน้อยกว่าค่าสูงสุดเสมอ

Problem 15.95

จากกราฟความต่างศักย์และเวลา ดังรูปด้านล่าง จงหา

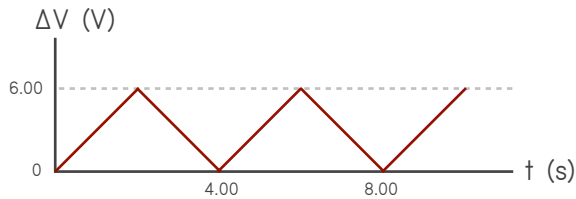


- ค่าเฉลี่ยของความต่างศักย์?
- ค่ายังผลของความต่างศักย์?

Answer : a) 1.33 V and b) 2.71 V

Problem 15.96 Challenge

จากกราฟความต่างศักย์และเวลา ดังรูปด้านล่าง จงหา



- ค่าเฉลี่ยของความต่างศักย์?
- ค่ายังผลของความต่างศักย์?

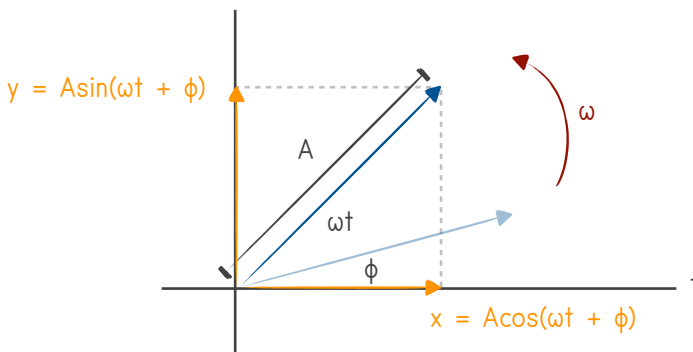
Answer : a) 3.00 V and b) 3.46 V

แผนภาพเฟเซอร์ (Phasor Diagram)

เนื่องจากในข้อหัวไฟฟ้ากระแสสลับเราพบกับกระแสไฟฟ้าและความต่างศักย์ไฟฟ้าในรูปของฟังก์ชัน $\sin$ หรือ $\cos$ อยู่บ่อยครั้ง ซึ่งในการรวมกันของฟังก์ชันดังกล่าว เราสามารถใช้แผนภาพเฟเซอร์ (Phasor Diagram) มาช่วยในการคำนวณได้ โดยแนวคิดของแผนภาพเฟเซอร์ คือ การเปลี่ยนฟังก์ชันตรีโกณมิติให้มาอยู่ในมุมมองของเวกเตอร์

กำหนดให้ $y = A\sin(\omega t + \phi)$ และ $x = A\cos(\omega t + \phi)$

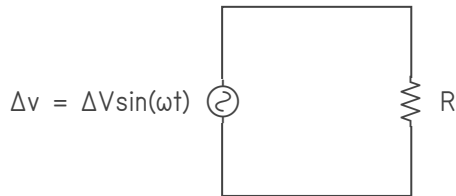
สามารถมองได้ว่า เวกเตอร์ยาว A ซึ่งมีหางเวกเตอร์อยู่ที่จุดกำเนิด โดยเริ่มต้นเวกเตอร์ดังกล่าวเอียงทำมุม ϕ เทียบกับแกน x และเวกเตอร์กำลังหมุนทวนเข็มนาฬิกาด้วยอัตราเร็วเชิงมุม ω ทำให้ที่เวลา t เวกเตอร์ดังกล่าวเอียงทำมุม $\omega t + \phi$ เทียบกับแกน x ดังนั้น y คือ เงามบนแกน y ของเวกเตอร์ดังกล่าว และ x คือ เงามบนแกน x ของเวกเตอร์ดังกล่าว ดังรูปด้านล่าง



ความต้านทานในวงจรกระแสสลับ (Resistors in an AC Circuit)

พิจารณาวงจรไฟฟ้าซึ่งประกอบด้วยแหล่งกำเนิดไฟฟ้ากระแสสลับ

$\Delta v = \Delta V \sin(\omega t)$ และความต้านทานขนาด R ดังรูปด้านล่าง



จาก

$$\Delta v_R = \Delta v$$

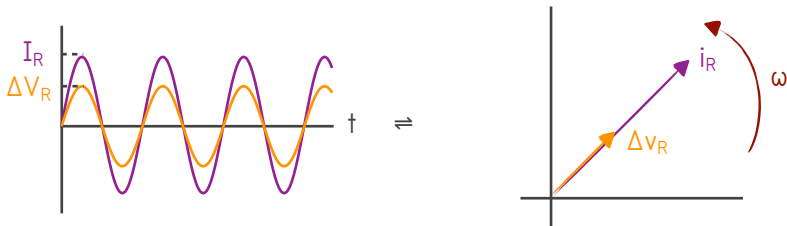
$$\Delta v_R = \Delta V \sin(\omega t)$$

$$i_R R = \Delta V \sin(\omega t)$$

$$i_R = \frac{\Delta V}{R} \sin(\omega t)$$

$$i_R = I_R \sin(\omega t) \quad ; \quad I_R = \frac{\Delta V}{R}$$

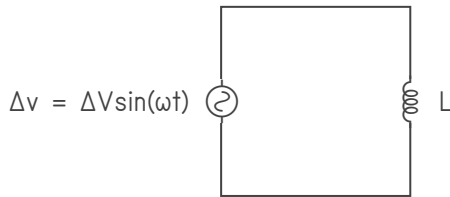
Phasor Diagram ของ Δv_R และ i_R (Δv_R และ i_R มีเฟสตรงกัน)



ความเหนี่ยวนำในวงจรกระแสสลับ (Inductors in an AC Circuit)

พิจารณาวงจรไฟฟ้าซึ่งประกอบด้วยแหล่งกำเนิดไฟฟ้ากระแสสลับ

$\Delta v = \Delta V \sin(\omega t)$ และตัวเหนี่ยวนำขนาด L ดังรูปด้านล่าง



จาก

$$\Delta v_L = \Delta v$$

$$\Delta v_L = \Delta V \sin(\omega t)$$

$$L \frac{di_L}{dt} = \Delta V \sin(\omega t)$$

$$\int di_L = \frac{\Delta V}{L} \int \sin(\omega t) dt$$

$$i_L = -\frac{\Delta V}{\omega L} \cos(\omega t)$$

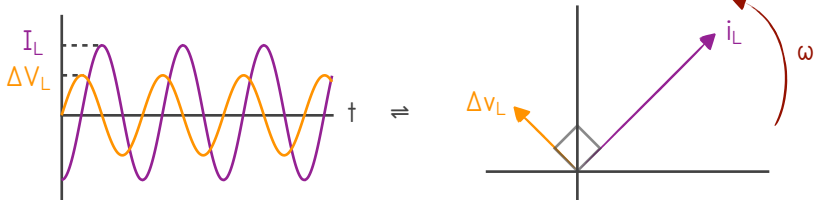
$$i_L = \frac{\Delta V}{X_L} \sin(\omega t - \frac{\pi}{2})$$

$$; X_L = \omega L$$

$$i_L = I_L \sin(\omega t - \frac{\pi}{2})$$

$$; I_L = \frac{\Delta V}{X_L}$$

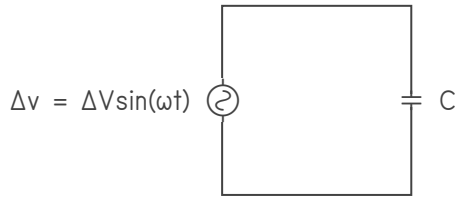
Phasor Diagram ของ Δv_L และ i_L (Δv_L มีเฟสนำหน้า i_L อยู่ $\frac{\pi}{2}$)



ตัวเก็บประจุในวงจรกระแสสลับ (Capacitors in an AC Circuit)

พิจารณาวงจรไฟฟ้าซึ่งประกอบด้วยแหล่งกำเนิดไฟฟ้ากระแสสลับ

$\Delta v = \Delta V \sin(\omega t)$ และตัวเก็บประจุไฟฟ้าขนาด C ดังรูปด้านล่าง



จาก

$$\Delta v_C = \Delta v$$

$$\Delta v_C = \Delta V \sin(\omega t)$$

$$\frac{q_C}{C} = \Delta V \sin(\omega t)$$

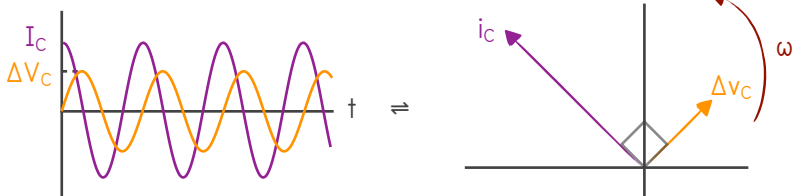
$$\frac{dq_C}{dt} = C \Delta V \frac{d \sin(\omega t)}{dt}$$

$$i_C = \omega C \Delta V \cos(\omega t)$$

$$i_C = \frac{\Delta V}{X_C} \sin(\omega t + \frac{\pi}{2}) \quad ; \quad X_C = \frac{1}{\omega C}$$

$$i_C = I_C \sin(\omega t + \frac{\pi}{2}) \quad ; \quad I_C = \frac{\Delta V}{X_C}$$

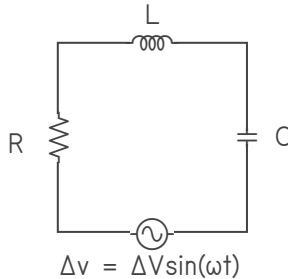
Phasor Diagram ของ Δv_C และ i_C (i_C มีเฟสนำหน้า Δv_C อยู่ $\frac{\pi}{2}$)



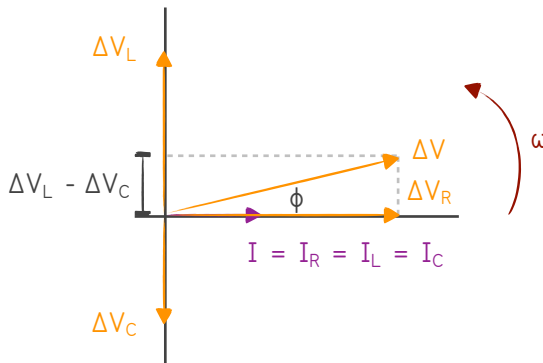
วงจร RLC (The RLC Series Circuit)

พิจารณาวงจรอนุกรมซึ่งประกอบด้วยแหล่งกำเนิดไฟฟ้ากระแสสลับ

$\Delta v = \Delta V \sin(\omega t)$ ตัวต้านทาน R ตัวเหนี่ยวนำ L และตัวเก็บประจุไฟฟ้า C ดังรูปด้านล่าง



พิจารณาแผนภาพเฟเซอร์ดังรูปด้านล่าง



$$\Delta V = \sqrt{\Delta V_R^2 + (\Delta V_L - \Delta V_C)^2}$$

$$\Delta V = \sqrt{(IR)^2 + (IX_L - IX_C)^2}$$

$$\Delta V = I\sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$$

$$\Delta V = IZ \quad ; \quad Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$$

แม่เหล็กและไฟฟ้า (Magnetism and Electricity)

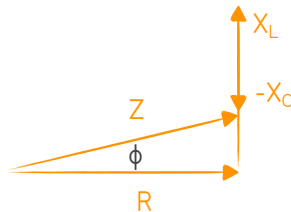
และ

$$\tan\phi = \frac{\Delta V_L - \Delta V_C}{\Delta V_R}$$

$$\tan\phi = \frac{IX_L - IX_C}{IR}$$

$$\tan\phi = \frac{X_L - X_C}{R}$$

อาจมองเป็นเวกเตอร์ของค่าความขัด (Impedance) ดังรูปด้านล่าง



พิจารณาวงจรไฟฟ้ากระแสสลับซึ่งความต่างศักย์ไฟฟ้าของแหล่งกำเนิดไฟฟ้ากระแสสลับ Δv มีเฟสต่างกับกระแสไฟฟ้าในวงจร i อยู่ ϕ จะได้

$$\mathcal{E} = i\Delta v$$

$$\mathcal{E} = (I\sin(\omega t - \phi))(\Delta V\sin(\omega t))$$

$$\mathcal{E} = I\Delta V\sin(\omega t)\sin(\omega t - \phi)$$

$$\mathcal{E} = I\Delta V\sin(\omega t)(\sin(\omega t)\cos(\phi) - \sin(\phi)\cos(\omega t))$$

$$\mathcal{E} = I\Delta V(\cos(\phi)\sin^2(\omega t) - \sin(\phi)\sin(\omega t)\cos(\omega t))$$

$$\mathcal{E} = I\Delta V(\cos(\phi)\sin^2(\omega t) - \frac{1}{2}\sin(\phi)\sin(2\omega t))$$

$$\mathcal{E} = I\Delta V(\frac{1}{2}\cos(\phi)(1 - \cos(2\omega t)) - \frac{1}{2}\sin(\phi)\sin(2\omega t))$$

แม่เหล็กและไฟฟ้า (Magnetism and Electricity)

$$p = \frac{I\Delta V}{2}(\cos(\phi) - \cos(\phi)\cos(2\omega t)) - \sin(\phi)\sin(2\omega t)$$

$$p_{av} = \frac{I\Delta V}{2T} \int_0^T (\cos(\phi) - \cos(\phi)\cos(2\omega t) - \sin(\phi)\sin(2\omega t))dt$$

$$p_{av} = \frac{I\Delta V}{2T} (T\cos(\phi) - \frac{1}{2\omega}\cos(\phi)\sin(2\omega t) + \frac{1}{2\omega}\sin(\phi)\cos(2\omega t)) \Big|_0^T$$

$$p_{av} = \frac{I\Delta V}{2T} (T\cos(\phi) - \frac{1}{2\omega}\cos(\phi)\sin(2\omega T) + \frac{1}{2\omega}\sin(\phi)\cos(2\omega T) - (0 - 0 + \frac{1}{2\omega}\sin(\phi)))$$

$$p_{av} = \frac{I\Delta V}{2T} (T\cos(\phi) - \frac{1}{2\omega}\cos(\phi)\sin(4\pi) + \frac{1}{2\omega}\sin(\phi)\cos(4\pi) - \frac{1}{2\omega}\sin(\phi)) \quad ; \quad \omega = \frac{2\pi}{T}$$

$$p_{av} = \frac{I\Delta V}{2T} (T\cos(\phi) + \frac{1}{2\omega}\sin(\phi) - \frac{1}{2\omega}\sin(\phi))$$

$$p_{av} = \frac{I\Delta V}{2}\cos(\phi)$$

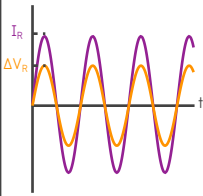
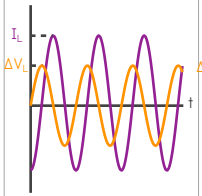
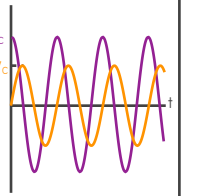
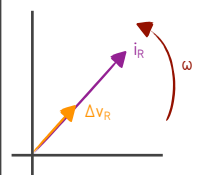
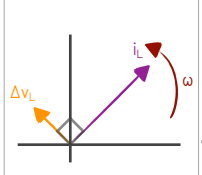
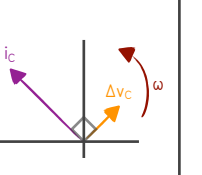
$$p_{av} = \left(\frac{I}{\sqrt{2}}\right)\left(\frac{\Delta V}{\sqrt{2}}\right)\cos(\phi)$$

$$p_{av} = I_{rms}\Delta V_{rms}\cos(\phi)$$





พฤติกรรมความต่างศักย์ไฟฟ้าและกระแสไฟฟ้าใน R, L และ C

Device	R	L	C
Δv	$\Delta v_R = \Delta V \sin(\omega t)$	$\Delta v_L = \Delta V \sin(\omega t)$	$\Delta v_C = \Delta V \sin(\omega t)$
i	$i_R = I_R \sin(\omega t)$ $I_R = \frac{\Delta V}{R}$	$i_L = I_L \sin(\omega t - \frac{\pi}{2})$ $I_L = \frac{\Delta V}{X_L}$	$i_C = I_C \sin(\omega t + \frac{\pi}{2})$ $I_C = \frac{\Delta V}{X_C}$
Impedance	R	$X_L = \omega L$	$X_C = \frac{1}{\omega C}$
Graph			
Phasor Diagram			

วงจรอนุกรม RLC ของไฟฟ้ากระแสสลับ

$$\Delta V = IZ \quad ; \quad Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$$

ΔV คือ ความต่างศักย์ไฟฟ้าสูงสุดของแหล่งกำเนิดไฟฟ้ากระแสสลับ

I คือ กระแสไฟฟ้าสูงสุดในวงจร

Z คือ ค่าความขัดของวงจร

แม่เหล็กและไฟฟ้า (Magnetism and Electricity)

มุมเฟส $\tan\phi = \frac{X_L - X_C}{R}$

ϕ คือ มุมเฟส หรือ มุมระหว่างเวกเตอร์ ΔV_{rms} กับ I_{rms} ในแผนภาพเฟเซอร์ (มุมระหว่างเวกเตอร์ ΔV กับ I ในแผนภาพเฟเซอร์)

X_L คือ ความขัดแย้งตัวเหนี่ยวนำไฟฟ้า

X_C คือ ความขัดแย้งตัวเก็บประจุไฟฟ้า

R คือ ความขัดแย้งตัวต้านทานไฟฟ้า (ความต้านทาน)

กำลังไฟฟ้าเฉลี่ยในวงจรไฟฟ้ากระแสสลับ

$$\mathcal{P}_{av} = I_{rms}\Delta V_{rms}\cos(\phi)$$

$\mathcal{P}_{av}$ คือ กำลังไฟฟ้าเฉลี่ยในวงจรไฟฟ้ากระแสสลับ

I_{rms} คือ ค่า rms ของกระแสไฟฟ้า

ΔV_{rms} คือ ค่า rms ของความต่างศักย์ไฟฟ้า

$\cos(\phi)$ คือ เฟกเตอร์กำลัง (Power Factor)

$\therefore$ กำลังไฟฟ้าเฉลี่ยที่สูญเสียให้ตัวต้านทาน คือ

$$\mathcal{P}_{av,R} = I_{rms,R}\Delta V_{rms,R}\cos(0^\circ) = I_{rms,R}\Delta V_{rms,R} = \frac{I\Delta V}{2} = \frac{1}{2}\mathcal{P}_{max}$$

$\therefore$ กำลังไฟฟ้าเฉลี่ยที่สูญเสียให้ตัวเหนี่ยวนำ คือ

$$\mathcal{P}_{av,L} = I_{rms,L}\Delta V_{rms,L}\cos(90^\circ) = 0$$

$\therefore$ กำลังไฟฟ้าเฉลี่ยที่สูญเสียให้ตัวเก็บประจุไฟฟ้า คือ

$$\mathcal{P}_{av,C} = I_{rms,C}\Delta V_{rms,C}\cos(90^\circ) = 0$$

ข้อสังเกต

ไฟฟ้ากระแสสลับ 230 V เมื่อส่งไปตามสายไฟเป็นระยะทางไกลมาก ไม่สามารถใช้งานได้ตามปกติ เนื่องจากเกิดการสูญเสียพลังงานไฟฟ้าในสายไฟมาก

Problem 15.97

แหล่งกำเนิดไฟฟ้ากระแสสลับต่ออนุกรมกับตัวต้านทาน $20\ \Omega$ มีกระแสไฟฟ้าในวงจรเป็นไปตามสมการ $i = 2.0\sin(2\pi t)$ A ศักย์ไฟฟ้าของแหล่งกำเนิดไฟฟ้ากระแสสลับดังกล่าวจะเป็นเท่าใด?

Answer : $40\sin(2\pi t)$ V

Problem 15.98

แหล่งกำเนิดไฟฟ้ากระแสสลับต่ออนุกรมกับตัวเหนี่ยวนำ $20\ \text{mH}$ มีกระแสไฟฟ้าในวงจรเป็นไปตามสมการ $i = 5.0\sin(100t)$ A ศักย์ไฟฟ้าคร่อมตัวเหนี่ยวนำดังกล่าวจะเป็นเท่าใด?

Answer : $10\sin(100t + \frac{\pi}{2})$ V

Problem 15.99

วงจรอนุกรม RLC ไฟฟ้ากระแสสลับความถี่เชิงมุม 500 rad/s ประกอบด้วย ความต้านทาน $40 \text{ } \Omega$ ตัวเหนี่ยวนำไฟฟ้า 0.040 H และตัวเก็บประจุไฟฟ้า $40 \text{ } \mu\text{F}$ ค่าความขัดของวงจรดังกล่าวเป็นเท่าใด?

Answer : $50 \text{ } \Omega$

Problem 15.100

วงจรอนุกรม RLC ไฟฟ้ากระแสสลับประกอบด้วย ความต้านทาน $10 \text{ } \Omega$ ความต้านทานเชิงเหนี่ยวนำ $20 \text{ } \Omega$ และความต้านทานเชิงความประจุ $10 \text{ } \Omega$ ค่าความขัดของวงจรดังกล่าวเป็นเท่าใด?

Answer : $14 \text{ } \Omega$

Problem 15.101

วงจรอนุกรมประกอบด้วยแหล่งกำเนิดไฟฟ้ากระแสสลับความถี่ 50 Hz, ตัวต้านทาน 40 Ω และตัวเหนี่ยวนำไฟฟ้า 96 mH ถ้าวัดความต่างศักย์คร่อมแหล่งกำเนิดได้ 220 V จะวัดกระแสไฟฟ้าในวงจรเป็นเท่าใด?

Answer : 4.4 A

Problem 15.102

วงจรอนุกรมประกอบด้วยแหล่งกำเนิดไฟฟ้า 220 V, 50 Hz ตัวเหนี่ยวนำไฟฟ้า 70 mH ตัวเก็บประจุไฟฟ้า 280 μF จะวัดกระแสไฟฟ้าในวงจรเป็นเท่าใด?

Answer : 20 A

Problem 15.103

วงจรอนุกรมประกอบด้วยแหล่งกำเนิดไฟฟ้ากระแสสลับความถี่ 50 Hz, ตัวต้านทาน 30 Ω และตัวเก็บประจุไฟฟ้าซึ่งมีค่าความต้านทานเชิงความจุ 40 Ω ถ้าวัดความต่างศักย์คร่อมแหล่งกำเนิดได้ 200 V จะวัดกระแสไฟฟ้าในวงจรเป็นเท่าใด?

Answer : 4.0 A

Problem 15.104

วงจรอนุกรม RLC ไฟฟ้ากระแสสลับประกอบด้วย มีความต่างศักย์ไฟฟ้าคร่อมตัวต้านทาน เท่ากับความต่างศักย์ไฟฟ้าคร่อมตัวเหนี่ยวนำ เท่ากับความต่างศักย์ไฟฟ้าคร่อมตัวเก็บประจุไฟฟ้า มุมเฟสของวงจรดังกล่าวเป็นเท่าใด?

Answer : 0°

Problem 15.105

นำตัวเหนี่ยวนำต่อกับแหล่งจ่ายไฟฟ้ากระแสสลับความถี่ 60 Hz ทำให้มีค่าความต้านทานเชิงเหนี่ยวนำ $60 \, \Omega$ ถ้านำตัวเหนี่ยวนำดังกล่าวไปต่อกับแหล่งจ่ายไฟฟ้ากระแสสลับความถี่ 50 Hz ทำให้ได้ค่ายังผลของกระแสไฟฟ้าเท่ากับ 3.0 A ค่ายังผลของความต่างศักย์คร่อมตัวเหนี่ยวนำเป็นเท่าใด?

Answer : 0.15 mV

Problem 15.106

นำตัวต้านทาน $100 \, \Omega$ มาต่อเข้ากับแหล่งจ่ายไฟฟ้ากระแสสลับซึ่งวัดความต่างศักย์ได้ 200 V กระแสไฟฟ้าสูงสุดที่ไหลผ่านตัวต้านทานเป็นเท่าใด?

Answer : 2.83 A

Problem 15.107

นำตัวเก็บประจุซึ่งมีค่าความจุ 50 Ω มาต่อเข้ากับแหล่งจ่ายไฟฟ้ากระแสสลับซึ่งวัดความต่างศักย์ได้ 100 V กระแสไฟฟ้าสูงสุดที่ไหลผ่านตัวเก็บประจุเป็นเท่าใด?

Answer : 2.8 A

Problem 15.108

นำตัวต้านทานหนึ่งตัว และตัวเหนี่ยวนำไฟฟ้าหนึ่งตัวมาต่ออนุกรมกับแหล่งจ่ายไฟฟ้ากระแสสลับซึ่งมีความต่างศักย์เป็น $v = 100\sin(2,000t)$ วัดความต่างศักย์คร่อมตัวเหนี่ยวนำไฟฟ้าได้ 10 V จะวัดความต่างศักย์คร่อมตัวต้านทานได้เท่าใด?

Answer : 70 V

Problem 15.109

นำตัวเหนี่ยวนำไฟฟ้าหนึ่งตัว และตัวเก็บประจุไฟฟ้าหนึ่งตัวมาต่ออนุกรมกับแหล่งจ่ายไฟฟ้ากระแสสลับ วัดความต่างศักย์คร่อมตัวเหนี่ยวนำไฟฟ้าได้ 40 V และวัดความต่างศักย์คร่อมตัวเก็บประจุไฟฟ้าได้ 70 V จะวัดความต่างศักย์คร่อมแหล่งจ่ายไฟฟ้ากระแสสลับได้เท่าใด?

Answer : 30 V

Problem 15.110

นำตัวเหนี่ยวนำไฟฟ้าหนึ่งตัว และตัวเก็บประจุไฟฟ้าหนึ่งตัวมาต่ออนุกรมกับแหล่งจ่ายไฟฟ้ากระแสสลับ $v = 70\sin(100\pi t)$ วัดความต่างศักย์คร่อมตัวเก็บประจุไฟฟ้าได้ 30 V จะวัดความต่างศักย์คร่อมตัวเหนี่ยวนำไฟฟ้าได้เท่าใด?

Answer : 79 V

Problem 15.111

จงหาความถี่ที่ทำให้ตัวเก็บประจุไฟฟ้า $10.0\ \mu\text{F}$ และตัวเหนี่ยวนำ $10.1\ \text{mH}$ มีค่าความขัดเท่ากัน และจงหาค่าความขัดดังกล่าว?

Answer : 501 Hz and 31.8 Ω

Problem 15.112

วงจรอนุกรม RLC ไฟฟ้ากระแสสลับประกอบด้วย ความต้านทาน R ตัวเหนี่ยวนำไฟฟ้า L และ ตัวเก็บประจุไฟฟ้า C จงหาความถี่เชิงมุมที่ทำให้วงจรนี้มีกระแสไฟฟ้าสูงสุด?

แม่เหล็กและไฟฟ้า (Magnetism and Electricity)

Answer : $\frac{1}{\sqrt{LC}}$

Problem 15.113

ตัวเหนี่ยวนำมีค่าความขัด 141 Ω ที่ความถี่ 60.0 Hz ถ้านำตัวเหนี่ยวนำนี้ไปต่อกับแหล่งกำเนิดไฟฟ้ากระแสสลับความถี่ 50.0 Hz และมีความต่างศักย์ไฟฟ้า $\Delta V_{\text{rms}} = 100 \text{ V}$ กระแสไฟฟ้าสูงสุดมีค่าเท่าใด?

Answer : 1.20 A

Problem 15.114 Challenge

วงจรอนุกรมไฟฟ้ากระแสสลับ RLC ความต่างศักย์ไฟฟ้าสูงสุด 120 V และสั่นด้วยความถี่ 60.0 Hz ถ้าค่าความต้านทานเท่ากับ 200 Ω ค่าความจุไฟฟ้าเท่ากับ 4.00 μF จงหาค่าความเหนี่ยวนำที่ทำให้ความต่างศักย์ไฟฟ้าของวงจรทำมุม 30.0° กับความต่างศักย์ไฟฟ้าคร่อมตัวเก็บประจุไฟฟ้า?

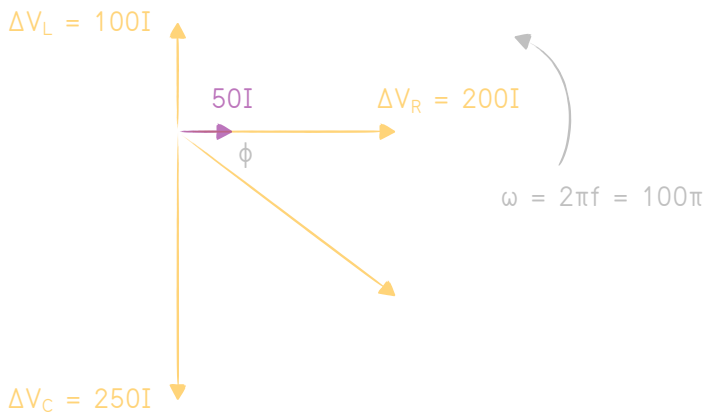
Answer : 0.840 H

Problem 15.115

วงจรไฟฟ้ากระแสสลับความถี่ $f = 50.0 \text{ Hz}$ ประกอบด้วย $R = 200 \text{ } \Omega$, $X_L = 100 \text{ } \Omega$ และ $X_C = 250 \text{ } \Omega$ ต่ออนุกรมกัน

- จงเขียนแผนภาพเฟเซอร์ (Phasor Diagram) โดยใช้สเกลที่ถูกต้อง?
- จงหาค่าความขัดของวงจรดังกล่าว?
- จงหามุมเฟสของวงจรดังกล่าว?

Answer : a)

b) $250 \text{ } \Omega$ and c) -36.9°

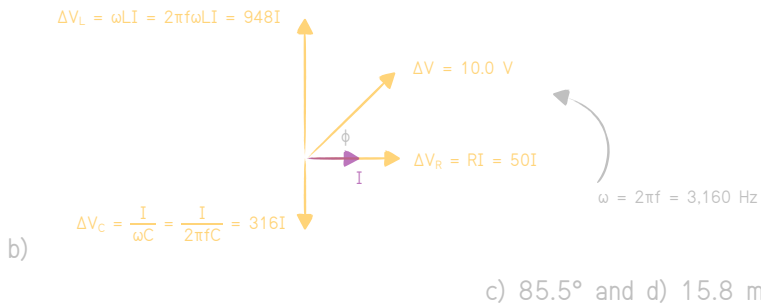
Problem 15.116 Challenge

แหล่งกำเนิดไฟฟ้ากระแสสลับแอมพลิจูด 10.0 V ซึ่งปรับความถี่ได้ ต่ออนุกรมกับ $R = 50.0\ \Omega$, $L = 0.300\text{ H}$ และ $C = 1.00\ \mu\text{F}$ จากนั้นได้ปรับความถี่จน $X_L = 3X_C$

- จงหาความถี่ของแหล่งกำเนิดไฟฟ้ากระแสสลับ?
- จงเขียนแผนภาพเฟเซอร์ (Phasor Diagram) โดยใช้สเกลที่ถูกต้อง?
- จงหามุมเฟส?
- จงหากระแสไฟฟ้าสูงสุดของวงจรดังกล่าว?

แม่เหล็กและไฟฟ้า (Magnetism and Electricity)

Answer : a) 503 Hz,



Problem 15.117

นำหลอดไฟ 100 W, 20 V ต่อเข้ากับแหล่งกำเนิดไฟฟ้ากระแสสลับ กำลังไฟฟ้าสูงสุดที่เสียให้กับหลอดไฟดังกล่าวเป็นเท่าใด?

Answer : 200 W

Problem 15.118

วงจรไฟฟ้ากระแสสลับมีแหล่งจ่ายไฟฟ้ากระแสสลับ $v = 200\sqrt{2}\sin(100\pi t)$, ค่าความขัดของวงจร $Z = 100 \, \Omega$ และมุมเฟส $\phi = \frac{\pi}{4} \text{ rad}$ กำลังไฟฟ้าเฉลี่ยของวงจรดังกล่าวเป็นเท่าใด?

Answer : 283 W

Problem 15.119

วงจรไฟฟ้ากระแสสลับจะมีค่าตัวประกอบกำลัง (Power Factor) และกำลังเฉลี่ยเท่าใด เมื่อ $v = 10\sin(\omega t + 20^\circ) \text{ V}$ และ $i = 6.0\sin(\omega t - 40^\circ) \text{ A}$?

Answer : 15 W

Problem 15.120

วงจรอนุกรม RL ไฟฟ้ากระแสสลับ จะมีกำลังไฟฟ้าเฉลี่ยในวงจรเท่าใด เมื่อวัดความต่างศักย์คร่อมตัวต้านทานได้ 40.0 V วัดความต่างศักย์คร่อมตัวเหนี่ยวนำได้ 30.0 V และวัดกระแสไฟฟ้าในวงจรได้ 4.00 A?

Answer : 160 W

Problem 15.121

วงจรอนุกรม RC ไฟฟ้ากระแสสลับ มีกระแสไฟฟ้าในวงจร $i = 2.0\sin(\omega t)$ A มีตัวต้านทาน 30 Ω และตัวเก็บประจุไฟฟ้า 25 μF จะมีกำลังไฟฟ้าเฉลี่ยในวงจรเท่าใด?

Answer : 60 W

Problem 15.122

วงจรอนุกรม RC ไฟฟ้ากระแสสลับประกอบด้วย ความต้านทาน $1.2 \text{ k}\Omega$, ตัวเก็บประจุไฟฟ้า $3.5 \text{ }\mu\text{F}$ และแหล่งจ่ายไฟฟ้ากระแสสลับ 220 V , 50 Hz กำลังไฟฟ้าเฉลี่ยของวงจรเป็นเท่าใด?

Answer : 27 W

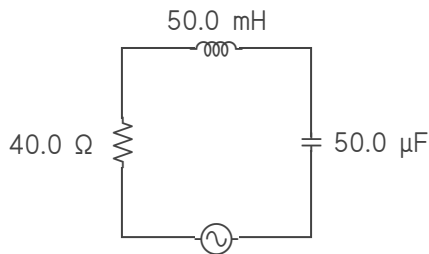
Problem 15.123

วงจรอนุกรม RLC ไฟฟ้ากระแสสลับ มีความต้านทาน $45.0\ \Omega$ และมีค่าความขัดของวงจรเท่ากับ $75.0\ \Omega$ จงหากำลังไฟฟ้าเฉลี่ยของวงจรเมื่อ $\Delta V_{\text{rms}} = 210\ \text{V}$?

Answer : 353 W

Problem 15.124 Challenge

วงจรอนุกรม RLC ไฟฟ้ากระแสสลับ ความถี่เชิงมุม $1,000\ \text{rad/s}$ และ $\Delta V_{\text{rms}} = 100\ \text{V}$ ดังรูปด้านล่าง จงหา



- ค่ากระแสไฟฟ้าที่วัดได้ในวงจร?
- มุมเฟส?
- แฟกเตอร์กำลังของวงจร?
- กำลังไฟฟ้าเฉลี่ยในวงจร?

แม่เหล็กและไฟฟ้า (Magnetism and Electricity)

- e) กำลังไฟฟ้าเฉลี่ยในตัวต้านทาน?
- f) ความต่างศักย์ไฟฟ้าสูงสุดคร่อมตัว R, L และ C?
- g) ความต่างศักย์ไฟฟ้าคร่อมตัว R, L และ C ที่เวลาใดๆ เมื่อเฟสเริ่มต้นของแหล่งกำเนิดไฟฟ้ากระแสสลับเท่ากับ 0 rad ?

แม่เหล็กและไฟฟ้า (Magnetism and Electricity)

Answer : a) 2.00 A, b) 36.9° , c) 0.800, d) 160 W, e) 160 W,

f) $\Delta V_R = 113 \text{ V}$, $\Delta V_L = 141 \text{ V}$, $\Delta V_C = 56.6 \text{ V}$,

g) $\Delta v_R = (113 \text{ V})\sin(1,000t)$, $\Delta v_L = (141 \text{ V})\cos(1,000t)$,

$\Delta v_C = -(56.6 \text{ V})\cos(1,000t)$

ไฟฟ้ากระแสสลับในรูปแบบอื่นๆ (AC Circuit in Other Form) [Additional]



ค่าความขัดในรูปของจำนวนเชิงซ้อน

เพื่อความสะดวกในการคำนวณ

เราอาจพิจารณาค่าความขัดของวงจร

ไฟฟ้ากระแสสลับในรูปแบบของจำนวนเชิงซ้อน

(Complex Number กำหนดให้

$j = \sqrt{-1}$) ได้ดังนี้

ค่าความขัดเชิงความต้านทานไฟฟ้า คือ R

ค่าความขัดเชิงตัวเหนี่ยวนำไฟฟ้า คือ jX_L

ค่าความขัดเชิงตัวเก็บประจุไฟฟ้า คือ $-jX_C$

ใช้การรวมค่าความขัดแบบการรวมความต้านทานตามปกติ

แบบอนุกรม (Series Combination)

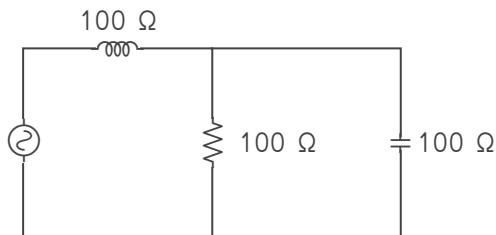
$$Z = \Sigma Z_i$$

แบบขนาน (Parallel Combination)

$$\frac{1}{Z} = \Sigma \frac{1}{Z_i}$$

Problem 15.125 Challenge

จากรูปด้านล่าง จงหาขนาดของค่าความขัดรวมของวงจร?

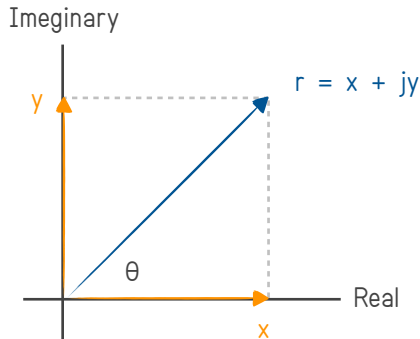


แม่เหล็กและไฟฟ้า (Magnetism and Electricity)

Answer : $50\sqrt{2} \text{ } \Omega$

แม่เหล็กและไฟฟ้า (Magnetism and Electricity)

พิจารณาจำนวนเชิงซ้อน $r = x + jy$ ดังรูปด้านล่าง



จะได้ $|r| = \sqrt{x^2 + y^2}$

และ $x = |r|\cos\theta$

และ $y = |r|\sin\theta$

และ $\tan\theta = \frac{y}{x}$

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{y}{x}\right)$$

เราอาจมองจำนวนเชิงซ้อนในรูปแบบต่างๆ ดังนี้

Rectangular form	Polar form	Exponential form
$r = x + jy = r \cos\theta + j r \sin\theta$	$= r \angle\theta$	$= r e^{-j\theta}$



แม่เหล็กและไฟฟ้า (Magnetism and Electricity)

$$\begin{aligned}
 \text{พิจารณา } (Z_1 \angle \theta_1)(Z_2 \angle \theta_2) &= (Z_1 \cos \theta_1 + jZ_1 \sin \theta_1)(Z_2 \cos \theta_2 + jZ_2 \sin \theta_2) \\
 (Z_1 \angle \theta_1)(Z_2 \angle \theta_2) &= Z_1 Z_2 \cos \theta_1 \cos \theta_2 + jZ_1 Z_2 \cos \theta_1 \sin \theta_2 \\
 &\quad + jZ_1 Z_2 \sin \theta_1 \cos \theta_2 - Z_1 Z_2 \sin \theta_1 \sin \theta_2 \\
 (Z_1 \angle \theta_1)(Z_2 \angle \theta_2) &= Z_1 Z_2 (\cos \theta_1 \cos \theta_2 - \sin \theta_1 \sin \theta_2) \\
 &\quad + jZ_1 Z_2 (\sin \theta_1 \cos \theta_2 + \cos \theta_1 \sin \theta_2) \\
 (Z_1 \angle \theta_1)(Z_2 \angle \theta_2) &= Z_1 Z_2 \cos(\theta_1 + \theta_2) + jZ_1 Z_2 \sin(\theta_1 + \theta_2) \\
 \therefore (Z_1 \angle \theta_1)(Z_2 \angle \theta_2) &= Z_1 Z_2 \angle (\theta_1 + \theta_2)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{พิจารณา } \frac{Z_1 \angle \theta_1}{Z_2 \angle \theta_2} &= \frac{Z_1 \cos \theta_1 + jZ_1 \sin \theta_1}{Z_2 \cos \theta_2 + jZ_2 \sin \theta_2} \\
 \frac{Z_1 \angle \theta_1}{Z_2 \angle \theta_2} &= \frac{Z_1 \cos \theta_1 + jZ_1 \sin \theta_1}{Z_2 \cos \theta_2 + jZ_2 \sin \theta_2} \cdot \frac{Z_2 \cos \theta_2 - jZ_2 \sin \theta_2}{Z_2 \cos \theta_2 - jZ_2 \sin \theta_2} \\
 \frac{Z_1 \angle \theta_1}{Z_2 \angle \theta_2} &= \frac{Z_1 Z_2 (\cos \theta_1 \cos \theta_2 + \sin \theta_1 \sin \theta_2)}{Z_2^2 (\cos^2 \theta_2 + \sin^2 \theta_2)} \\
 &\quad + j \frac{Z_1 Z_2 (\sin \theta_1 \cos \theta_2 - \sin \theta_2 \cos \theta_1)}{Z_2^2 (\cos^2 \theta_2 + \sin^2 \theta_2)} \\
 \frac{Z_1 \angle \theta_1}{Z_2 \angle \theta_2} &= \frac{Z_1 Z_2 \cos(\theta_1 - \theta_2) + jZ_1 Z_2 \sin(\theta_1 - \theta_2)}{Z_2^2} \\
 \frac{Z_1 \angle \theta_1}{Z_2 \angle \theta_2} &= \frac{Z_1}{Z_2} \cos(\theta_1 - \theta_2) + j \frac{Z_1}{Z_2} \sin(\theta_1 - \theta_2) \\
 \therefore \frac{Z_1 \angle \theta_1}{Z_2 \angle \theta_2} &= \frac{Z_1}{Z_2} \angle (\theta_1 - \theta_2)
 \end{aligned}$$



Rectangular, Polar and Exponential form

$$|r| = \sqrt{x^2 + y^2} ; x = |r|\cos\theta \text{ และ } y = |r|\sin\theta$$

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{y}{x}\right)$$

Rectangular form

Polar form

Exponential form

$$r = x + jy = |r|\cos\theta + j|r|\sin\theta$$

$$= |r|\angle\theta$$

$$= |r| e^{-j\theta}$$

การคูณใน Polar form

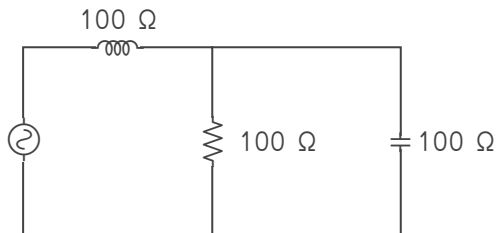
$$(Z_1\angle\theta_1)(Z_2\angle\theta_2) = Z_1Z_2\angle(\theta_1 + \theta_2)$$

การหารใน Polar form

$$\frac{Z_1\angle\theta_1}{Z_2\angle\theta_2} = \frac{Z_1}{Z_2}\angle(\theta_1 - \theta_2)$$

Problem 15.126 Challenge (Problem 15.125)

จากรูปด้านล่าง จงหาขนาดของค่าความขัดรวมของวงจร?

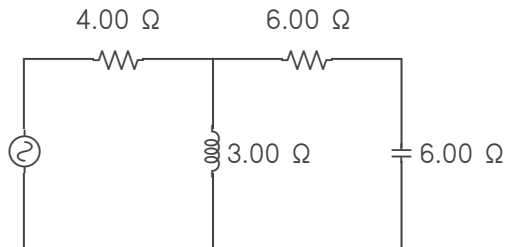


แม่เหล็กและไฟฟ้า (Magnetism and Electricity)

Answer : $50\sqrt{2} \text{ } \Omega$

Problem 15.127 Challenge

จากรูปด้านล่าง จงหาขนาดของค่าความขัดรวมของวงจร?



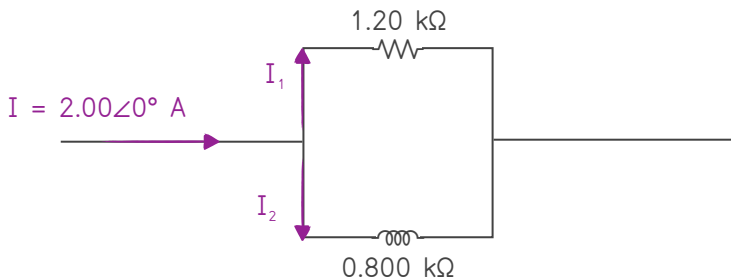
แม่เหล็กและไฟฟ้า (Magnetism and Electricity)

Answer : 6.32 Ω 

กำลังไฟฟ้า

Power Angle = ϕ Power Factor (PF) = $\cos\phi$ Average Power (P) = $I_{\text{rms}}\Delta V_{\text{rms}}\cos\phi$ Reactive Power (Q) = $I_{\text{rms}}\Delta V_{\text{rms}}\sin\phi$ Apparent Power (AP) = $I_{\text{rms}}\Delta V_{\text{rms}} = \sqrt{P^2 + Q^2}$

Problem 15.128 Challenge

จากรูปด้านล่าง จงหาขนาด I_1 , I_2 และ Apparent Power ของวงจรดังกล่าว?

แม่เหล็กและไฟฟ้า (Magnetism and Electricity)

Answer : $|I_1| = 1.11 \text{ A}$, $|I_2| = 1.66 \text{ A}$ and $AP = 1.33 \text{ kW}$

แม่เหล็กและไฟฟ้า (Magnetism and Electricity)

