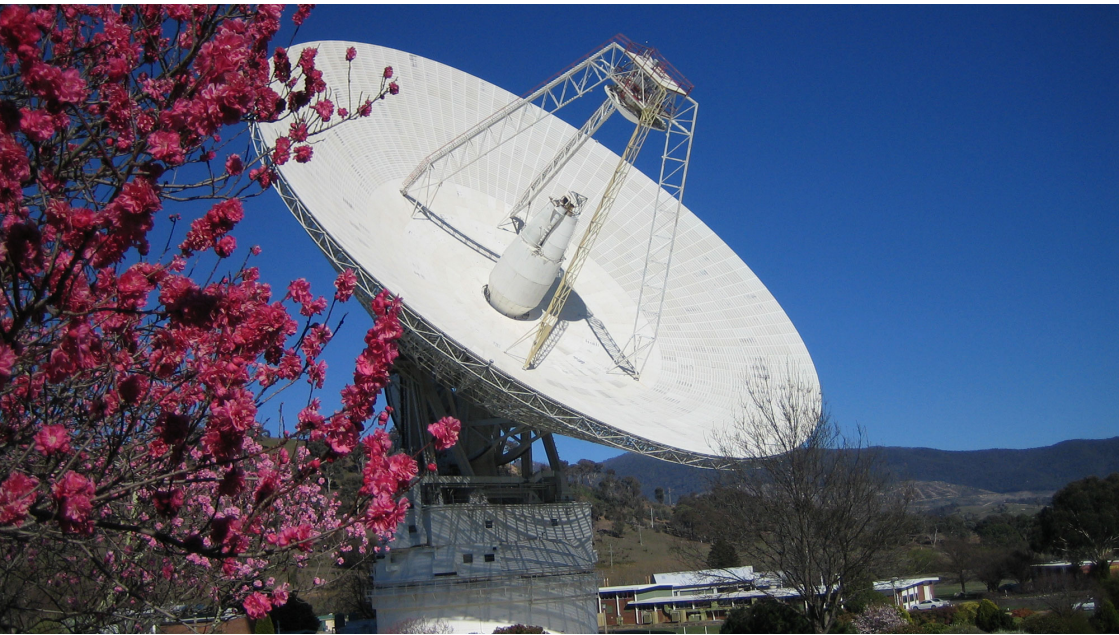


คลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า (Electromagnetic Waves)



รูปภาพจาก : www.nasa.gov

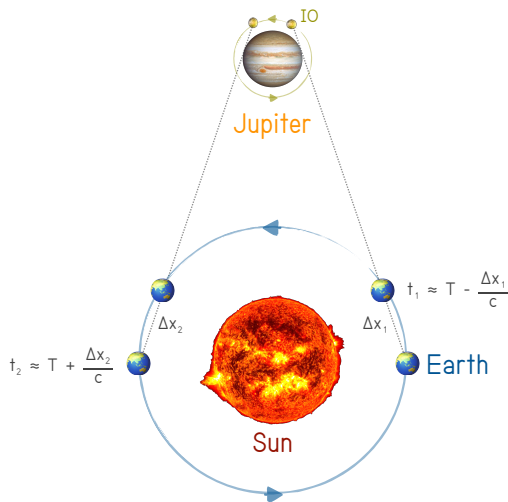
บทที่ 16 คลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า

หนึ่งในการค้นพบที่สำคัญมากๆ ในทางฟิสิกส์ คือ การพบว่าแสงมีสนามไฟฟ้าและสนามแม่เหล็กเป็นองค์ประกอบ ในบทนี้จะอธิบายถึงพฤติกรรมของสนามไฟฟ้าและสนามแม่เหล็กซึ่งมีรูปแบบเป็นคลื่นตามขวาง เรียกว่า “คลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า” ปรากฏการณ์โพลาไรเซชันของคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า และทฤษฎีสัมพัทธภาพ

การวัดอัตราเร็วแสง (Measurements of the Speed of Light)

Roemer's Method (In 1675)

เป็นการสังเกตคาบการโคจรของดาวไอโอ (IO) รอบดาวพฤหัสบดี (Jupiter) โดยการสังเกตจากโลก จากการสังเกตอย่างเป็นระบบนานกว่าหนึ่งปีของ Roemer เขาพบว่าคาบในการโคจรของดาวไอโอเมื่อสังเกตขณะที่โลกเคลื่อนที่เข้าใกล้ดาวพฤหัสบดีมีค่าเฉลี่ยน้อยกว่าการสังเกตขณะที่โลกเคลื่อนที่ออกจากดาวพฤหัสบดี

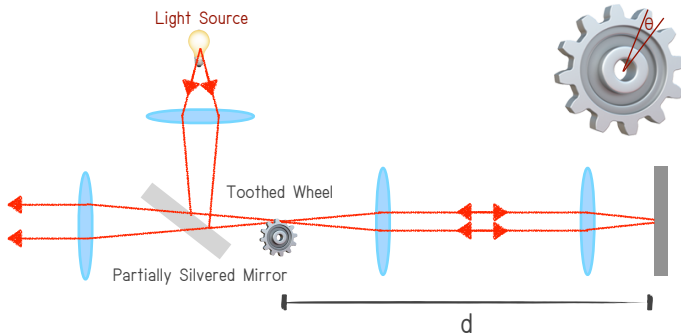


บนสมมติฐานว่าคาบการโคจรของดาวไอโอ ดาวพฤหัสบดี และโลกประมาณได้ว่าคงที่ เมื่อระยะห่างระหว่างโลกกับดาวพฤหัสบดีเปลี่ยนไป จะส่งผลให้เวลาที่แสงใช้ในการเคลื่อนที่จากดาวไอโอมาถึงโลกเปลี่ยนไป จึงทำให้การวัดคาบการโคจรของดาวไอโอเปลี่ยนตามไปด้วย จากข้อมูลของ Roemer ทางด้าน Huygens ได้คำนวณหาอัตราเร็วขั้นต่ำของแสงได้ประมาณ 2.3×10^8 m/s และการทดลองนี้ได้แสดงให้เห็นว่าแสงอาจมีอัตราเร็วที่จำกัดซึ่งสามารถวัดได้

คลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า (Electromagnetic Waves)

Fizeau's Method (In 1849)

เป็นการแสงเคลื่อนที่ผ่านซี่ของเฟือง (เฟืองหมุนด้วยอัตราเร็วเชิงมุมคงที่) ไปกระทบกับกระจกเงา และสะท้อนกลับมาผ่านซี่เฟืองอีกครั้ง ทำให้แสงมีระยะทางในการเคลื่อนเป็นสองเท่าของระยะห่างระหว่างเฟืองกับกระจกเงา ดังรูปด้านล่าง



จากรูปด้านบน จะได้

$$c = \frac{2d}{t}$$

$$c = \frac{2d(2\pi f)}{\theta} \quad ; \quad \omega = 2\pi f = \frac{\theta}{t}$$

$$c = \frac{4d\pi f N}{\pi} \quad ; \quad 2\theta = \frac{2\pi}{N}$$

$$c = 4dNf$$

ในการทดลองของ Fizeau ได้ค่า $2d = 8.63 \text{ km}$, $N = 720$
และ $f = 25 \text{ Hz}$ จะได้

$$c = 4\left(\frac{8.63 \times 10^3 \text{ m}}{2}\right)(720)(25 \text{ Hz})$$

$$c \approx 3.1 \times 10^8 \text{ m/s}$$

ในการทดลองที่คล้ายกับ Fizeau's Method โดยผู้ทดลองรุ่นต่อมาซึ่งพัฒนาให้การทดลองมีความแม่นยำเพิ่มมากขึ้น นำมาสู่ค่าอัตราเร็วแสงในสุญญากาศที่ยอมรับในปัจจุบัน คือ $c = 2.99792459 \times 10^8 \text{ m/s}$

คลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า (Electromagnetic Waves)

Problem 16.1

ดวงอาทิตย์อยู่ห่างจากดาว A เป็นระยะ 20×10^9 km และห่างจากดาว B เป็นระยะ 50×10^9 km แสงจากดวงอาทิตย์จะถึงดาวทั้งสองเป็นเวลาต่างกันเท่าใด?

Answer : 1.0×10^5 s

Problem 16.2

จากการทดลองตาม Fizeau's Method ใช้เฟืองรัศมี 1.0 m 750 ซี่ และมีระยะห่างระหว่างเฟืองกับกระจกเงาสะท้อนเท่ากับ 20 km จะต้องหมุนเฟืองดังกล่าวด้วยความถี่เท่าใด แสงสะท้อนจึงจะรอดผ่านซี่เฟืองได้พอดี?

Answer : 5.0 Hz

Problem 16.3

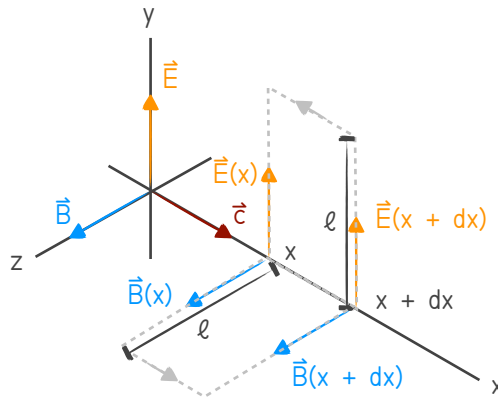
ดาวฤกษ์ดวงหนึ่งห่างจากโลก 4.3 ly ถ้ายานอวกาศเคลื่อนที่จากโลกไปยังดาวฤกษ์ดังกล่าวด้วยความเร็วขนาด 30 km/s จะต้องใช้เวลาเท่าใด?

Answer : 43×10^3 y

คลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า (Electromagnetic Waves)

คลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าแบบระนาบ (Plane Electromagnetic Waves)

ในหัวข้อนี้เราจะพิจารณาคลื่นบระนาบซึ่งประกอบด้วย คลื่นของสนามไฟฟ้าซึ่งเคลื่อนที่ไปในทิศ $+x$ โดยสนามไฟฟ้าสั่นขึ้นลงตามแนวแกน y และคลื่นของสนามแม่เหล็กซึ่งเคลื่อนที่ไปในทิศ $+x$ โดยสนามแม่เหล็กสั่นขึ้นลงตามแนวแกน z ดังรูปด้านล่าง



พิจารณานะนาบของสนามไฟฟ้า โดยใช้ Faraday's Law

จะได้

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{r} = -\frac{d\phi_B}{dt}$$

$$E(x + dx)\ell - E(x)\ell = -\ell dx \frac{\partial B}{\partial t}$$

$$\ell \frac{\partial E}{\partial x} dx = -\ell dx \frac{\partial B}{\partial t}$$

$$\frac{\partial E}{\partial x} = -\frac{\partial B}{\partial t} \quad \dots\dots (1)$$

คลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า (Electromagnetic Waves)

พิจารณาบรรทัดของสนามแม่เหล็ก โดยใช้ Ampere - Maxwell Law

จะได้
$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{r} = \mu_0 I_{enc} + \mu_0 \epsilon_0 \frac{d\phi_E}{dt}$$

$$-B(x + dx)\ell + B(x)\ell = \mu_0(0) + \mu_0 \epsilon_0 \ell dx \frac{\partial E}{\partial t}$$

$$-\ell \frac{\partial B}{\partial x} dx = \mu_0 \epsilon_0 \ell dx \frac{\partial E}{\partial t}$$

$$-\frac{\partial B}{\partial x} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial E}{\partial t} \quad \dots\dots (2)$$

$$\frac{\partial(1)}{\partial x} \text{ จะได้ } \frac{\partial^2 E}{\partial x^2} = -\frac{\partial^2 B}{\partial x \partial t} \quad \dots\dots (3)$$

$$\frac{\partial(2)}{\partial t} \text{ จะได้ } -\frac{\partial^2 B}{\partial t \partial x} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} \quad \dots\dots (4)$$

$$(3) = (4) \text{ จะได้ } \frac{\partial^2 E}{\partial x^2} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 E}{\partial t^2}$$

สมการดังกล่าวจะอยู่ในรูปของสมการคลื่น $\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2}$ จึงสรุปได้ว่า
 สนามไฟฟ้าจะเคลื่อนที่ในรูปแบบคลื่นด้วยอัตราเร็วเป็น $c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}}$ โดยมีหนึ่งใน
 ผลเฉลยของสมการเป็น $E(x,t) = E_{max} \cos(kx - \omega t + \phi)$

$$\frac{\partial(1)}{\partial t} \text{ จะได้ } \frac{\partial^2 E}{\partial t \partial x} = -\frac{\partial^2 B}{\partial t^2} \quad \dots\dots (5)$$

$$\frac{\partial(2)}{\partial x} \text{ จะได้ } -\frac{\partial^2 B}{\partial x^2} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 E}{\partial x \partial t} \quad \dots\dots (6)$$

คลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า (Electromagnetic Waves)

$$(5) = (6) \text{ จะได้ } \frac{\partial^2 B}{\partial t^2} = -\frac{1}{\mu_0 \epsilon_0} \frac{\partial^2 B}{\partial x^2}$$

$$\frac{\partial^2 B}{\partial x^2} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 B}{\partial t^2}$$

สมการดังกล่าวจะอยู่ในรูปของสมการคลื่น $\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2}$ จึงสรุปได้ว่า
 สนามแม่เหล็กจะเคลื่อนที่ในรูปแบบคลื่นด้วยอัตราเร็วเป็น $c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}}$ โดยมีหนึ่ง
 ในผลเฉลยของสมการเป็น $B(x,t) = B_{\max} \cos(kx - \omega t + \phi)$

แทน $E(x,t) = E_{\max} \cos(kx - \omega t + \phi)$ และ $B(x,t) = B_{\max} \cos(kx - \omega t + \phi)$
 ใน (1) จะได้ $-kE_{\max} \sin(kx - \omega t + \phi) = -\omega B_{\max} \sin(kx - \omega t + \phi)$

$$kE_{\max} = \omega B_{\max}$$

$$\frac{\omega}{k} = \frac{E_{\max}}{B_{\max}}$$

$$c = \frac{E_{\max}}{B_{\max}}$$

$$c = \frac{E_{\max} \cos(kx - \omega t + \phi)}{B_{\max} \cos(kx - \omega t + \phi)}$$

$$c = \frac{E}{B}$$

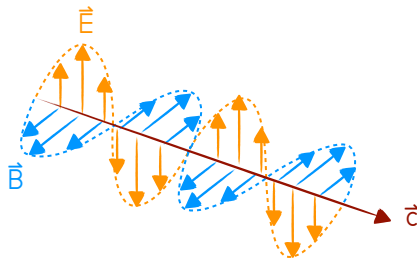


คลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า (Electromagnetic Waves)



สมบัติของคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า

จากการกฎของฟาราเดย์ (Faraday's Law) และกฎของแอมแปร์-แมกซ์เวลล์ (Ampere - Maxwell Law) สามารถสรุปได้ว่าสนามไฟฟ้าและสนามแม่เหล็กมีการส่งต่อสภาวะการรบกวนในรูปแบบของคลื่น ดังนี้



1) สนามไฟฟ้าและสนามแม่เหล็กตั้งฉากกันและตั้งฉากกับทิศการเคลื่อนที่ของคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า ($\hat{E} \perp \hat{B}$, $\hat{E} \perp \hat{c}$, $\hat{B} \perp \hat{c}$) โดย $\hat{c} = \hat{E} \times \hat{B}$

2) อัตราเร็วของคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าในสุญญากาศมีขนาดคงที่

$$c = f\lambda = \frac{\omega}{k} = \frac{E}{B} = \frac{E_{\max}}{B_{\max}} = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}} \approx 3 \times 10^8 \text{ m/s}$$

ในกรณีของคลื่นรูปไซน์

$$E(x,t) = E_{\max} \cos(kx - \omega t + \phi)$$

และ
$$B(x,t) = B_{\max} \cos(kx - \omega t + \phi)$$

3) คลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าเป็นไปตามหลักการซ้อนทับ (Superposition)

คลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า (Electromagnetic Waves)

Problem 16.4

คลื่นวิทยุความถี่ 90 MHz มีความยาวคลื่นเป็นเท่าใด?

Answer : 3.3 m

Problem 16.5

คลื่นวิทยุความถี่ 90 MHz และ 100 MHz มีความยาวคลื่นต่างกันเท่าใด?

Answer : 0.33 m

Problem 16.6

จงแสดงว่า $c = \frac{E_{rms}}{B_{rms}}$?

คลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า (Electromagnetic Waves)

Problem 16.7

คลื่นแม่เหล็กไฟฟ้ารูปไซน์เคลื่อนที่ในสุญญากาศในทิศทาง $+x$ มีสนามไฟฟ้าสูงสุด 750 N/C มีความถี่ 40.0 MHz ที่ตำแหน่ง $x = 0 \text{ m}$ และเวลา $t = 0 \text{ s}$ สนามไฟฟ้ามีขนาดสูงสุดในทิศ $+y$ จงหา

- คาบ?
- ความยาวคลื่น?
- ฟังก์ชันสนามไฟฟ้าที่ตำแหน่งและเวลาใดๆ?
- ฟังก์ชันสนามแม่เหล็กที่ตำแหน่งและเวลาใดๆ?

คลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า (Electromagnetic Waves)

Answer : a) 25.0 ns, b) 7.50 m,

$$\text{c) } \vec{E}(x,t) = (750 \text{ N/C})\cos((0.838 \text{ rad/m})x - (2.51 \times 10^9 \text{ rad/s})t)\hat{j}$$

$$\text{and d) } \vec{B}(x,t) = (2.50 \text{ } \mu\text{T})\cos((0.838 \text{ rad/m})x - (2.51 \times 10^9 \text{ rad/s})t)\hat{k}$$

Problem 16.8

สนามไฟฟ้าของคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าเป็นไปตามสมการ

$$E(x,t) = (100 \text{ N/C})\cos((1.00 \times 10^7 \text{ rad/m})x - \omega t)$$

- จงหาขนาดสนามแม่เหล็กสูงสุดของคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า?
- จงหาความยาวคลื่น?
- จงหาความถี่?

คลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า (Electromagnetic Waves)

Answer : a) $0.333 \mu\text{T}$, b) $0.628 \mu\text{m}$ and c) $4.77 \times 10^{14} \text{ Hz}$

Problem 16.9 Challenge

สนามไฟฟ้าของคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้ารูปไซน์ เคลื่อนที่ในทิศ $+x$ มีความยาวคลื่น 50.0 m และสนามไฟฟ้าสั่นบนระนาบ xy ด้วยแอมพลิจูดขนาด 22.0 V/m โดยที่ตำแหน่ง $x = 0 \text{ m}$ และเวลา $t = 0 \text{ s}$ สนามไฟฟ้าเป็น $-22.0 \text{ V/m} \hat{j}$

- จงหาความถี่ในการสั่นของสนามไฟฟ้า?
- จงหาสนามแม่เหล็กที่ตำแหน่ง $x = 0 \text{ m}$ และเวลา $t = 0 \text{ s}$?
- จงหาสนามแม่เหล็กที่ตำแหน่งและเวลาใดๆ?

Answer : a) 6.00 MHz , b) $-73.3 \text{ nT} \hat{k}$

and c) $\vec{B}(x,t) = (-73.3 \text{ nT})\cos((0.126 \text{ rad/m})x - (3.77 \times 10^7 \text{ rad/s})t)\hat{k}$

คลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า (Electromagnetic Waves)

Problem 16.10 Challenge

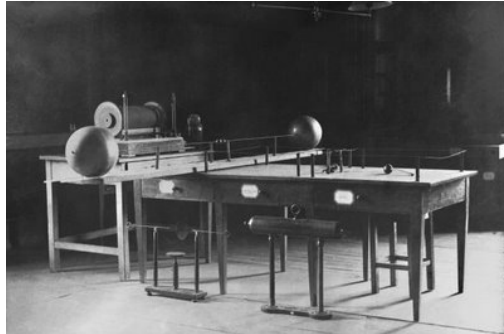
จงเขียนฟังก์ชันสนามไฟฟ้าและสนามแม่เหล็กของคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้ารูปไซน์ซึ่งเคลื่อนที่ไปทางทิศ $+z$ มีความถี่ 3.00 GHz มีแอมพลิจูดของสนามไฟฟ้าเท่ากับ 300 V/m ที่ตำแหน่ง $x = 0 \text{ m}$ และเวลา $t = 0 \text{ s}$ สนามไฟฟ้าเป็น $300 \text{ V/m}\hat{i}$?

$$\text{Answer : } \vec{E}(x,t) = (300 \text{ V/m})\cos((62.8 \text{ rad/m})z - (1.88 \times 10^{10} \text{ rad/s})t)\hat{i}$$

$$\text{and } \vec{B}(x,t) = (1.00 \text{ } \mu\text{T})\cos((62.8 \text{ rad/m})z - (1.88 \times 10^{10} \text{ rad/s})t)\hat{j}$$

คลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า (Electromagnetic Waves)

การค้นพบของเฮิร์ตซ์ (Hertz's Discoveries)



รูปภาพจาก : <http://www.astrogeodata.it>

ในปี 1887 Hertz ได้ค้นพบคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า และคำนวณอัตราเร็วได้เท่ากับอัตราเร็วของคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าตามทฤษฎีของ Maxwell และ Hertz ยังแสดงให้เห็นอีกว่าคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้ามีสมบัติการสะท้อน ทักเห แทรกสอด เลี้ยวเบน และโพลาไรเซชัน ซึ่งเป็นการยืนยันทฤษฎีคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าของ Maxwell



คลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า (Electromagnetic Waves)

พลังงานที่ส่งผ่านโดยคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า (Energy Carried by Electromagnetic Waves) [Additional]

พิจารณาความหนาแน่นพลังงานของสนามไฟฟ้าของคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า
จะได้

$$u_E = \frac{1}{2} \epsilon_0 E_{\max}^2$$

$$u_E = \frac{1}{2} \epsilon_0 (c B_{\max})^2 \quad ; \quad E_{\max} = c B_{\max}$$

$$u_E = \frac{1}{2} \epsilon_0 \left(\frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}} B_{\max} \right)^2 \quad ; \quad c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}}$$

$$u_E = \frac{1}{2 \mu_0} B_{\max}^2$$

$$u_E = u_B \quad ; \quad u_B = \frac{1}{2 \mu_0} B_{\max}^2$$

พิจารณาความหนาแน่นพลังงานของคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า จะได้

$$u = u_E + u_B$$

$$u = \frac{1}{2} \epsilon_0 E_{\max}^2 + \frac{1}{2 \mu_0} B_{\max}^2$$

$$u = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{c^2 \mu_0} \right) E_{\max}^2 + \frac{1}{2 \mu_0} B_{\max}^2 \quad ; \quad c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}}$$

$$u = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{c^2 \mu_0} \right) E_{\max} (c B_{\max}) + \frac{1}{2 \mu_0} B_{\max} \left(\frac{1}{c} E_{\max} \right)$$

$$u = \frac{1}{c \mu_0} E_{\max} B_{\max}$$



คลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า (Electromagnetic Waves)

พิจารณาความหนาแน่นพลังงานของคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าเฉลี่ย จะได้

$$u_{av} = \frac{1}{c\mu_0} E_{rms} B_{rms}$$

$$\frac{dU_{av}}{dV} = \frac{1}{c\mu_0} E_{rms} B_{rms}$$

$$\frac{dU_{av}}{Ads} = \frac{1}{c\mu_0} E_{rms} B_{rms}$$

$$\frac{dU_{av}}{Acdt} = \frac{1}{c\mu_0} E_{rms} B_{rms}$$

$$\frac{dU_{av}}{Adt} = \frac{1}{\mu_0} E_{rms} B_{rms}$$

$$\frac{\mathcal{E}_{av}}{A} = \frac{1}{\mu_0} E_{rms} B_{rms}$$

$$I = \frac{1}{\mu_0} E_{rms} B_{rms}$$

$$; \mathcal{E}_{av} = \frac{dU_{av}}{dt}$$

$$; I = \frac{\mathcal{E}_{av}}{A}$$

พิจารณา Poynting Vector ($\vec{S}$) ตามนิยาม

$$\vec{S} = \frac{1}{\mu_0} \vec{E} \times \vec{B}$$

ในกรณีที่ $\vec{E} \perp \vec{B}$ จะได้

$$|\vec{S}| = \frac{1}{\mu_0} EB$$

$$|\vec{S}_{av}| = \frac{1}{\mu_0} E_{rms} B_{rms}$$

$$|\vec{S}_{av}| = I$$



คลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า (Electromagnetic Waves)



พลังงานของคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า

$$u_E = \frac{1}{2} \epsilon_0 E_{\max}^2 \quad \rightarrow \quad u_{E,av} = \frac{1}{2} \epsilon_0 E_{\text{rms}}^2$$

u_E คือ ความหนาแน่นพลังงานในส่วนของสนามไฟฟ้าของคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า

$u_{E,av}$ คือ ความหนาแน่นพลังงานเฉลี่ยในส่วนของสนามไฟฟ้าของคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า

$$u_B = \frac{1}{2\mu_0} B_{\max}^2 \quad \rightarrow \quad u_{B,av} = \frac{1}{2\mu_0} B_{\text{rms}}^2$$

u_B คือ ความหนาแน่นพลังงานในส่วนของสนามแม่เหล็กของคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า

$u_{B,av}$ คือ ความหนาแน่นพลังงานเฉลี่ยในส่วนของสนามแม่เหล็กของคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า

$$u_E = u_B \quad \rightarrow \quad u_{E,av} = u_{B,av}$$

$$u = \frac{1}{c\mu_0} E_{\max} B_{\max} \quad \rightarrow \quad u_{av} = \frac{1}{c\mu_0} E_{\text{rms}} B_{\text{rms}}$$

พอยน์ติงเวกเตอร์ (Poynting Vector ; $\vec{S}$ [W/m^2])

$$\vec{S} = \frac{1}{\mu_0} \vec{E} \times \vec{B}$$

$$|\vec{S}_{av}| = I = \frac{\mathcal{P}_{av}}{A} = \frac{1}{\mu_0} E_{\text{rms}} B_{\text{rms}} = \frac{1}{\mu_0} c B_{\text{rms}}^2 = \frac{1}{c\mu_0} E_{\text{rms}}^2$$

I คือ ความเข้มของคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าบนพื้นที่ A

$\mathcal{P}_{av}$ คือ กำลังเฉลี่ยของคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าบนพื้นที่ A

A คือ พื้นที่ซึ่งคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าตกกระทบ

คลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า (Electromagnetic Waves)

Problem 16.11

พลังงานของเลเซอร์กำลัง 3 mW ในระยะทาง 1 m เป็นเท่าใด?

Answer : 1×10^{-11} J

Problem 16.12 Challenge

แหล่งกำเนิดแสงสีแดงปล่อยกำลังคงที่ขนาด 100 W ออกมา จงหา

- a) ความเข้มแสงที่ระยะห่างจากแหล่งกำเนิดแสง 1.00 m?
- b) ความหนาแน่นพลังงานเฉลี่ยเนื่องจากสนามแม่เหล็กที่ตำแหน่งในข้อ a)?
- c) ความหนาแน่นพลังงานเฉลี่ยเนื่องจากสนามไฟฟ้าที่ตำแหน่งในข้อ a)?

Answer : a) 7.96 W/m^2 , b) 13.3 nJ/m^3 and c) 13.3 nJ/m^3

คลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า (Electromagnetic Waves)

Problem 16.13 Challenge

จงประมาณขนาดสนามไฟฟ้าและสนามแม่เหล็กสูงสุดของแสงที่มาจากหลอดไฟขนาด 60 W ซึ่งส่องลงมาบนพื้นห่างจากหลอดไฟเป็นระยะ 30 cm เมื่อหลอดไฟดังกล่าวมีประสิทธิภาพในการเปลี่ยนพลังงานไฟฟ้าเป็นแสงที่มนุษย์มองเห็นเท่ากับ 5.0%?

Answer : $E_{\max} = 45 \text{ V/m}$ and $B_{\max} = 0.15 \text{ } \mu\text{T}$

Problem 16.14 Challenge

ณ ตำแหน่งและเวลาหนึ่งในสุญญากาศมีสนามไฟฟ้า $\vec{E} = (80.0\hat{i} + 32.0\hat{j} - 64.0\hat{k}) \text{ N/C}$ และสนามแม่เหล็ก $\vec{B} = (0.200\hat{i} + 0.0800\hat{j} + 0.290\hat{k}) \text{ } \mu\text{T}$

- จงแสดงว่าสนามไฟฟ้าและสนามแม่เหล็กดังกล่าวตั้งฉากกัน?
- จงหา Poynting Vector?

คลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า (Electromagnetic Waves)

Answer : a) $\vec{E} \cdot \vec{B} = 0$ and b) $11.5\hat{i} - 28.6\hat{j} \text{ W/m}^2$

Problem 16.15 Challenge

สถานีวิทยุส่งสัญญาณคลื่นวิทยุด้วยกำลังคงที่ 10.0 kW เป็นคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าทรงกลม จงหาขนาดของสนามแม่เหล็กสูงสุดที่ระยะ 5.00 km จากสถานีส่งสัญญาณ และขนาดของสนามแม่เหล็กนี้เป็นกี่เท่าของสนามแม่เหล็กที่ผิวโลก (สนามแม่เหล็กที่ผิวโลกมีค่าประมาณ $5 \times 10^{-5} \text{ T}$)?

Answer : 0.516 nT and 1.03×10^{-5}

คลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า (Electromagnetic Waves)

Problem 16.16 Challenge

เลเซอร์กำลังสูงเส้นผ่านศูนย์กลาง 1.00 mm สร้างสนามไฟฟ้าแอมพลิจูด 0.700 MV/m จงหา

- a) แอมพลิจูดของสนามแม่เหล็ก?
- b) ความเข้มของเลเซอร์?
- c) กำลังเฉลี่ยของเลเซอร์?

Answer : a) 2.33 mT, b) 650 MW/m² and c) 510 W

คลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า (Electromagnetic Waves)

Problem 16.17 Challenge

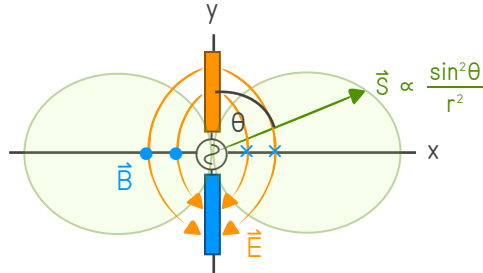
ณ ตำแหน่งบนโลก ค่ารากเฉลี่ยกำลังสอง (Root Mean Square) ของสนามแม่เหล็กจากการแผ่รังสีของดวงอาทิตย์มีค่า $1.80 \mu\text{T}$ จงหา

- a) ค่ารากเฉลี่ยกำลังสองของสนามไฟฟ้า?
- b) ความหนาแน่นพลังงานเฉลี่ยของคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า?
- c) ขนาดเฉลี่ยของ Poynting Vector?

Answer : a) 540 V/m , b) $2.58 \mu\text{J/m}^3$ and c) 773 W/m^2

คลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า (Electromagnetic Waves)

การผลิตคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าด้วยเสาอากาศ (Production of Electromagnetic Waves by an Antenna)



เมื่อแท่งโลหะสองแท่งเชื่อมต่อกับแหล่งกำเนิดไฟฟ้ากระแสสลับดังรูปด้านบน โดยแท่งโลหะแต่ละแท่งมีความยาวหนึ่งในสี่ของความยาวคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า ส่งผลให้ประจุไฟฟ้ามีการแยกขั้วในลักษณะของ Electric Dipole พร้อมทั้งสั่นสลับขั้วอย่างต่อเนื่อง ทำให้สนามไฟฟ้ามีการสั่นสลับทิศทางอย่างต่อเนื่อง และในขณะเดียวกัน กระแสไฟฟ้าได้มีการสั่นสลับทิศทางอย่างต่อเนื่อง ทำให้สนามแม่เหล็กมีการสั่นสลับทิศทางอย่างต่อเนื่องเช่นกัน จึงเกิดเป็นคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าขึ้นมา

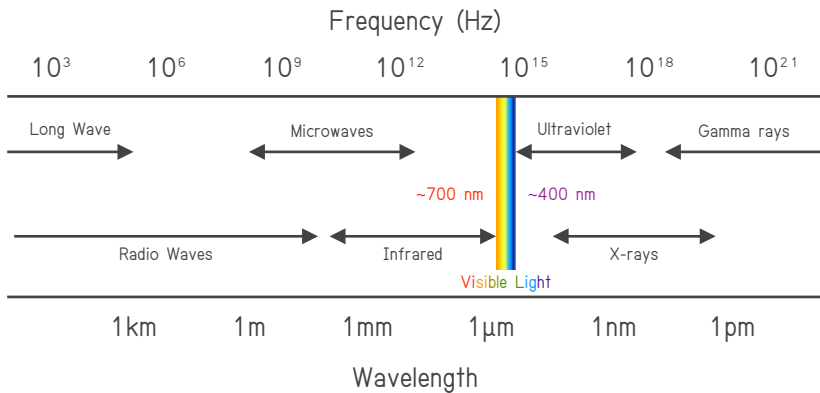


ข้อสังเกต

เมื่อประจุไฟฟ้าเคลื่อนที่ด้วยความเร่งจึงจะเกิดคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า
คลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าไม่อาศัยตัวกลางในการส่งผ่านพลังงาน

คลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า (Electromagnetic Waves)

สเปกตรัมคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า (The Spectrum of Electromagnetic Waves)



ข้อสังเกต

คลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าทุกช่วงความถี่มีพฤติกรรมของคลื่นเหมือนกัน

สัญญาณที่ส่งไปกับคลื่นวิทยุ คือ ข้อมูลที่เปลี่ยนเป็นสัญญาณไฟฟ้า

สายอากาศแบบเส้นตรงจะรับสนามไฟฟ้าของคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า ซึ่งจะรับสัญญาณวิทยุได้ดีที่สุดเมื่อสายอากาศอยู่ในแนวขนานกับสนามไฟฟ้าของคลื่นวิทยุที่เข้ามา

สายอากาศแบบบ่วงจะรับสัญญาณสนามแม่เหล็กของคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า ซึ่งจะรับสัญญาณวิทยุได้ดีที่สุดเมื่อระนาบของสายอากาศตั้งฉากกับสนามแม่เหล็กของคลื่นวิทยุที่เข้ามา

คลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า (Electromagnetic Waves)

ความยาวสายอากาศจะขึ้นกับความยาวคลื่นวิทยุ จึงต้องผสมสัญญาณไฟฟ้าของเสียงเข้ากับคลื่นวิทยุ เรียกว่า การมอดูเลตสัญญาณ (Signal Modulation) เหตุที่ไม่ใช้คลื่นวิทยุที่มีความถี่ต่ำ เพราะถ้าใช้คลื่นวิทยุที่มีความถี่ต่ำจะมีความยาวคลื่นมาก ทำให้ต้องใช้สายอากาศที่ยาวมาก

ระบบวิทยุแบบแอมป์ (Amplitude Modulation ; AM) คือ คลื่นวิทยุที่ได้มีแอมพลิจูดเปลี่ยนแปลงตามสัญญาณไฟฟ้าที่นำมาผสม

ระบบวิทยุแบบเฟรม (Frequency Modulation ; FM) คือ คลื่นวิทยุที่ได้มีความถี่เปลี่ยนแปลงตามสัญญาณไฟฟ้าที่นำมาผสม โดยแอมพลิจูดของคลื่นวิทยุไม่เปลี่ยนแปลง

บรรยากาศชั้นไอโอโนสเฟียร์เป็นบรรยากาศชั้นที่โมเลกุลของอากาศอยู่ในสภาพแตกตัวเป็นไอออน ทำให้เกิดประจุไฟฟ้าอิสระมากมาย เมื่อคลื่นวิทยุที่ส่งจากพื้นโลกกระทบบรรยากาศชั้นนี้ สนามไฟฟ้าจากคลื่นวิทยุจะทำให้ประจุอิสระเหล่านั้นสั่นไปมาเนื่องจากดูดกลืนพลังงานไว้ ผลของการสั่นของประจุไฟฟ้าทำให้อิเล็กตรอนมีความเร่ง จึงปล่อยคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าออกมาโดยมีความถี่เท่ากัน จึงมีผลเหมือนกับว่าคลื่นวิทยุขึ้นไปแล้วสะท้อนกลับลงมาจากชั้นบรรยากาศไอโอโนสเฟียร์

นอกจากคลื่นวิทยุ คลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าในย่านความถี่อื่นๆ สามารถใช้ในสื่อสารได้เช่นกัน

สัญญาณแอนะล็อกมีค่าต่อเนื่อง แต่สัญญาณดิจิทัลมีเพียงสองสถานะเท่านั้น ความถี่ของคลื่นไมโครเวฟที่ใช้อุ่นอาหาร มีค่าประมาณ 2.45 GHz ซึ่งเป็นความถี่ที่ทำให้โมเลกุลของน้ำสั่น จนเกิดความร้อนทำให้อาหารร้อนได้ คลื่นไมโครเวฟไม่สะสมหรือตกค้างในอาหารที่ใช้กับเตาไมโครเวฟ จึงไม่เกิดเป็นสารอันตรายต่อร่างกาย

รังสีอินฟราเรดมีความยาวคลื่นมากกว่าแสงสีแดง และมีความถี่น้อยกว่าแสงสีแดง จึงมีพลังงานต่ำกว่าแสง

รังสีอัลตราไวโอเลตมีความยาวคลื่นน้อยกว่าแสงสีม่วง และมีความถี่มากกว่าแสงสีม่วง จึงมีพลังงานสูงกว่าแสง

คลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า (Electromagnetic Waves)

รังสีอัลตราไวโอเล็ตเป็นรังสีที่ตามองไม่เห็น ดังนั้นแสงสีม่วงที่เห็นจากหลอด
รังสีอัลตราไวโอเล็ตจึงไม่ใช่รังสีอัลตราไวโอเล็ต

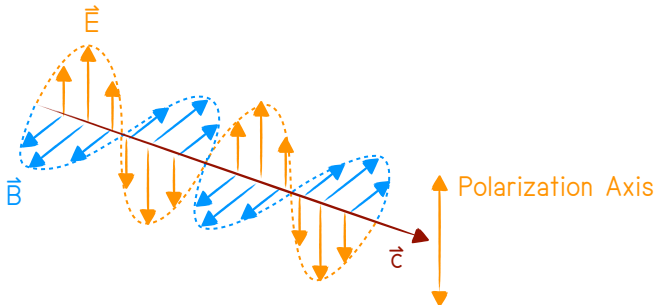
รังสีอัลตราไวโอเล็ตช่วยในการตรวจสอบลายมือชื่อในสมุดบัญชีธนาคาร
ถ้าลายมือชื่อนั้นมีการขีดปิดหรือลบ รังสีอัลตราไวโอเล็ตที่ไปกระทบกระดาษจะถ่าย
โอนพลังงานทำให้กระดาษเรืองแสงขึ้น ช่วยให้เห็นร่องรอยเหล่านั้นชัดเจนขึ้น

รังสีอัลตราไวโอเล็ตโดยทั่วไปที่ได้จากแสงอาทิตย์มีความยาวคลื่นประมาณ
100 nm - 400 nm ซึ่งเป็นรังสีที่มีผลต่อผิวหนังของมนุษย์มากที่สุด ปริมาณรังสีที่
ได้รับมากเกินไปจะทำให้ผิวหนังมีสีคล้ำขึ้น นอกจากนี้ยังทำลายเนื้อเยื่อคอลลาเจนและ
อีลาสติก เป็นเหตุให้เกิดริ้วรอยเหี่ยวย่นหรือผิวแก่ก่อนวัย

ค่าการปกป้องแสงแดด (Sun Protection Factor : SPF) คือ ตัวเลขที่
ระบุแสดงจำนวนเท่าของเวลาที่ผิวหนังทนต่อรังสีอัลตราไวโอเล็ตได้ โดยปกติเมื่อ
ไม่ได้ทาครีมป้องกันรังสีอัลตราไวโอเล็ตปี ผิวหนังจะทนได้ประมาณ 20 - 30 นาที
ดังนั้นเมื่อทาครีมกันแดด SPF30 ผิวหนังจะทนต่อรังสีอัลตราไวโอเล็ตได้ประมาณ
 $30 \times 20 \text{ นาที} = 600 \text{ นาที} (10 \text{ ชั่วโมง})$



โพลาไรเซชันของคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า (Polarization of Electromagnetic Waves)



โพลาไรเซชัน คือ ปรากฏการณ์ที่คลื่นตามขวางมีระนาบการสั่นเพียงระนาบเดียว เราได้กำหนดให้ทิศการสั่นของสนามไฟฟ้าเป็นทิศของโพลาไรเซชันของคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า แสงจากธรรมชาติโดยปกติจะเป็นแสงไม่โพลาไรซ์ (Unpolarized Light) ซึ่งประกอบด้วยเวกเตอร์สนามไฟฟ้าที่สั่นในทุกทิศทาง ส่วนแสงโพลาไรซ์ (Polarized Light) จะประกอบด้วยสนามไฟฟ้าซึ่งในแนวเดียวเท่านั้น

วัสดุโพลาไรซ์ (Polaroid) คือ วัสดุที่ทำให้เกิดแสงโพลาไรซ์ผ่านการเลือกดูดกลืนแสงในบางแกนโพลาไรเซชัน (Polarization Axis) ทำให้แสงที่ผ่านออกมามีแกนโพลาไรเซชันเพียงแกนเดียว โดยแกนโพลาไรเซชันของแสงที่ผ่านแผ่นโพลาไรซ์ จะเป็นแนวเดียวกับแกนส่งผ่าน (Transmission Axis) ของแผ่นโพลาไรซ์นั้นเสมอ

เมื่อแสงไม่โพลาไรซ์ความเข้ม I_0 ผ่านแผ่นโพลาไรซ์ แสงจะมีความเข้มลดลงครึ่ง

$$I = \frac{I_0}{2}$$

เมื่อแสงโพลาไรซ์ความเข้ม I_0 เข้ามาทำมุม θ กับแกนส่งผ่านของแผ่นโพลาไรซ์ แสงที่ออกมาจากแผ่นโพลาไรซ์จะมีความเข้มลดลงตามกฎของมาลุส (Malus's Law)

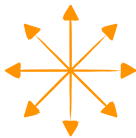
$$I = I_0 \cos^2 \theta$$

คลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า (Electromagnetic Waves)



แสงผ่านแผ่นโพลาไรซ์

Unpolarized Light



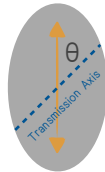
$$I_0$$

Polarized Light



$$I_1 = \frac{I_0}{2}$$

Polarized Light



$$I_2 = I_1 \cos^2 \theta$$

ข้อสังเกต

แนวการเรียงตัวของโมเลกุลที่ใช้ทำแผ่นโพลาไรซ์ตั้งฉากกับแนวโพลาไรส์ของแผ่นโพลาไรซ์

แสงที่ผ่านแผ่นโพลาไรซ์จะเป็นแสงโพลาไรส์ที่มีทั้งสนามไฟฟ้าและสนามแม่เหล็ก

Problem 16.18

แสงโพลาไรซ์ตกกระทบบนแผ่นโพลาไรซ์ โดยทิศทางของสนามไฟฟ้าขนานกับแกนส่งผ่านของแผ่นโพลาไรซ์ แกนส่งผ่านของแผ่นโพลาไรซ์จะถูกหมุนทำมุมเท่าใดจึงจะทำให้ความเข้มของแสงลดลงไปครึ่งหนึ่ง?

Answer : 45°

คลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า (Electromagnetic Waves)

Problem 16.19

แสงไมโพลาไรซ์ความเข้ม I_0 ผ่านแผ่นโพลาไรซ์ P_1 และแผ่นโพลาไรซ์ P_2 พบว่าความเข้มของแสงที่ออกมาจากแผ่นโพลาไรซ์ P_2 เหลือเพียง 12.5% ของ I_0 แกนของแผ่นโพลาไรซ์ P_1 และแผ่นโพลาไรซ์ P_2 ทำมุมกันเท่าใด?

Answer : 60.0°

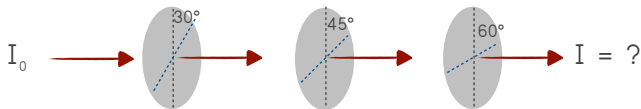
Problem 16.20

แสงไมโพลาไรซ์ความเข้ม I_0 ผ่านแผ่นโพลาไรซ์ P_1 มีความเข้มเป็น I_1 และแผ่นโพลาไรซ์ P_2 มีความเข้มเป็น I_2 ปรากฏว่า $\frac{I_2}{I_1} = \frac{3}{4}$ แกนของแผ่นโพลาไรซ์ P_1 และแผ่นโพลาไรซ์ P_2 ทำมุมกันเท่าใด?

Answer : 30°

Problem 16.21

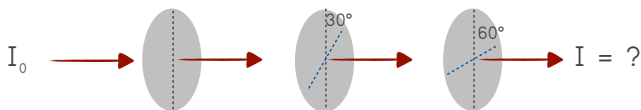
แผ่นโพลาไรซ์ 3 แผ่น มีระนาบขนานกันถูกวางบนแกนมุขสำคัญโดยมีจุดศูนย์กลางร่วมกัน ทิศทางของแกนส่งผ่านในแต่ละกรณีเปรียบเทียบกับแกนในแนวดิ่งเป็นไปตามรูปด้านล่าง แสงไม่โพลาไรซ์ผ่านจากทางซ้ายของแผ่นโพลาไรซ์แรกด้วยความเข้ม $I_0 = 10$ หน่วย จงหาความเข้มของแสงที่ผ่านออกมาจากแผ่นโพลาไรซ์แผ่นสุดท้าย?



Answer : 4.4 หน่วย

Problem 16.22

แผ่นโพลาไรซ์ 3 แผ่น มีระนาบขนานกันถูกวางบนแกนมุขสำคัญโดยมีจุดศูนย์กลางร่วมกัน ทิศทางของแกนส่งผ่านในแต่ละกรณีเปรียบเทียบกับแกนในแนวดิ่งเป็นไปตามรูปด้านล่าง แสงไม่โพลาไรซ์ผ่านจากทางซ้ายของแผ่นโพลาไรซ์แรกด้วยความเข้ม $I_0 = 1.00$ หน่วย จงหาความเข้มของแสงที่ผ่านออกมาจากแผ่นโพลาไรซ์แผ่นสุดท้าย?



คลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า (Electromagnetic Waves)

Answer : 0.281 หน่วย

Problem 16.23

แสงโมโนโครมาติกผ่านแผ่นโพลาไรซ์สองแผ่น P_1 และ P_2 ซึ่งมีแกนตั้งฉากกันพบว่าไม่มีแสงผ่านแผ่นโพลาไรซ์ออกมาจาก P_2 จากนั้นใส่แผ่นโพลาไรซ์ P_3 ลงไประหว่างแผ่นโพลาไรซ์ทั้งสอง โดยทำมุม 45° กับแผ่น P_1 ถ้า E_1 และ E_2 คือแอมพลิจูดของสนามไฟฟ้าของแสงที่ผ่านแผ่นโพลาไรซ์ P_1 และ P_2 ตามลำดับ ค่า $\frac{E_1}{E_2}$ เป็นเท่าใด?

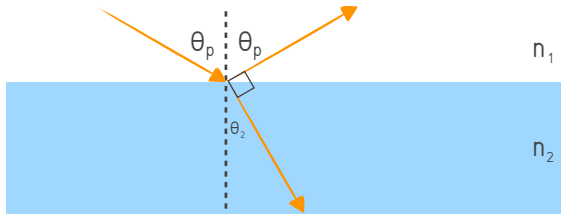
Answer : 2

มุมบริวสเตอร์ (Brewster's Angle)



มุมบริวสเตอร์ (Brewster's Angle) หรือ มุมโพลาไรซ์

มุมบริวสเตอร์ หรือ มุมโพลาไรซ์ (θ_p) คือ มุมตกกระทบของแสงไม่โพลาไรซ์ที่ทำให้แสงสะท้อนเป็นแสงโพลาไรซ์ โดยปรากฏการณ์ดังกล่าวจะเกิดขึ้นเมื่อรังสีของแสงสะท้อนตั้งฉากกับรังสีของแสงหักเหพอดี



จาก

$$\begin{aligned}\frac{\sin\theta_p}{\sin\theta_2} &= \frac{n_2}{n_1} \\ \frac{\sin\theta_p}{\sin(90^\circ - \theta_p)} &= \frac{n_2}{n_1} \\ \frac{\sin\theta_p}{\cos\theta_p} &= \frac{n_2}{n_1} \\ \tan\theta_p &= \frac{n_2}{n_1}\end{aligned}$$



คลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า (Electromagnetic Waves)

Problem 16.24

แสงไมโครเวฟจากอากาศตกกระทบบัวกลางหนึ่งทำมุมตกกระทบบ 60° ทำให้แสงสะท้อนตั้งฉากกับแสงหักเห บัวกลางดังกล่าวมีดัชนีหักเหเป็นเท่าใด?

Answer : $\sqrt{3}$

Problem 16.25

แสงไมโครเวฟจากอากาศตกกระทบบัวกลางดัชนีหักเห $\sqrt{3}$ มุมบรีวสเตอร์จะเป็นเท่าใด?

Answer : 60°

Problem 16.26

แสงไมโครเวฟจากอากาศตกกระทบน้ำดัชนีหักเห $\frac{4}{3}$ แสงสะท้อนจะเป็นแสงโพลาไรซ์เมื่อมุมตกกระทบบเป็นเท่าใด?

Answer : 53°

คลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า (Electromagnetic Waves)

Problem 16.27

แสงไม่โพลาไรซ์จากตัวกลางดรรชนีหักเห $\sqrt{3}$ ตกกระทบตัวกลางหนึ่งซึ่งทำมุมตกกระทบ 30° ทำให้แสงสะท้อนเป็นแสงโพลาไรซ์ ตัวกลางดังกล่าวมีดรรชนีหักเหเป็นเท่าใด?

Answer : 1

Problem 16.28

แสงตกกระทบผ่านตัวกลางหนึ่งเป็นมุม 45° พบว่ามุมหักเหเป็น 30° ถ้าต้องการให้แสงสะท้อนเป็นแสงโพลาไรซ์ มุมตกกระทบต้องเป็นเท่าใด?

Answer : $\tan^{-1}(\sqrt{2})$

คลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า (Electromagnetic Waves)

Problem 16.29

เมื่อยิงแสงจากสารชนิดหนึ่งออกไปยังอากาศ พบว่ามุมวิกฤตของสารชนิดนั้น คือ θ จงหามุมบริวสเตอร์เมื่อยิงแสงจากอากาศเข้ามายังสารดังกล่าว?

$$\text{Answer : } \tan^{-1}\left(\frac{1}{\sin\theta}\right)$$

Problem 16.30

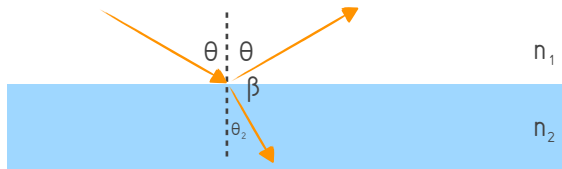
เมื่อยิงแสงจากอากาศไปยังตัวกลางหนึ่ง พบว่ามุมวิกฤต คือ 37° จะต้องยิงแสงจากตัวกลางดังกล่าวไปยังอากาศเป็นมุมตกกระทบเท่าใด จึงจะทำให้แสงสะท้อนเป็นแสงโพลาไรซ์?

$$\text{Answer : } 59^\circ$$

คลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า (Electromagnetic Waves)

Problem 16.31

แสงเดินทางจากตัวกลางดัชนีหักเห n_1 ไปยังตัวกลางดัชนีหักเห n_2 โดยมีมุมตกกระทบเป็น θ ถ้ามุมระหว่างแสงสะท้อนและแสงหักเหเป็น β ดังรูปด้านล่าง



จงแสดงว่า $\tan\theta = \frac{n_2 \sin\beta}{n_1 - n_2 \cos\beta}$ และที่มุม $\beta = 90^\circ$ สมการดังกล่าวจะสอดคล้องกับกฎของบรูสเตอร์?

คลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า (Electromagnetic Waves)



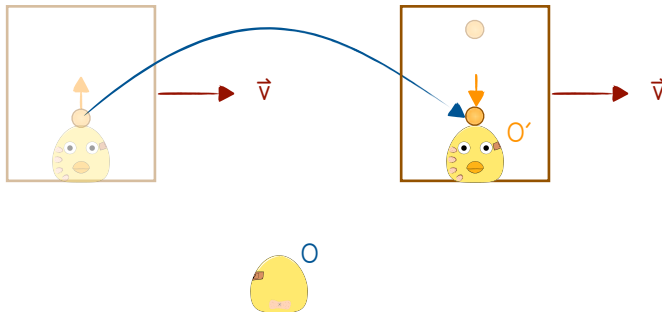
ทฤษฎีสัมพัทธภาพพิเศษ (The Special Theory of Relativity) [Additional]



หลักการสัมพัทธภาพของกาลิเลียม

หลักการสัมพัทธภาพของกาลิเลียม คือ กฎทางกลศาสตร์ต้องเหมือนกันในทุกๆ กรอบอ้างอิงเฉื่อย

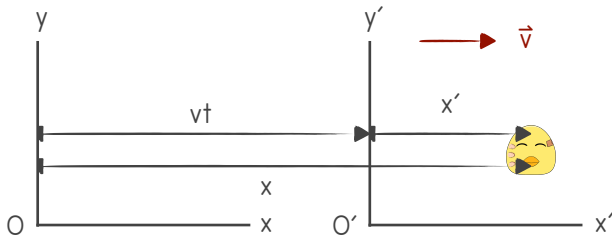
พิจารณาเหตุการณ์ที่ผู้สังเกต O' อยู่ในกรอบอ้างอิงที่กำลังเคลื่อนที่ด้วยความเร็วคงที่ขนาด v ในขณะที่ผู้สังเกต O อยู่นิ่งๆ (ทั้งสองคนอยู่ในกรอบอ้างอิงเฉื่อยทั้งคู่ เนื่องจากทั้งคู่ไม่มีความเร่ง) เมื่อผู้สังเกต O' โยนวัตถุขึ้นในแนวดิ่ง ผู้สังเกต O' จะเห็นวัตถุเคลื่อนที่แบบการตกอย่างอิสระ แต่ผู้สังเกต O จะเห็นวัตถุเคลื่อนที่แบบโพรเจกไทล์ ดังรูปด้านล่าง



แม้ว่าผู้สังเกตทั้งสองคน (A และ B) จะเห็นรูปแบบการเคลื่อนที่ของวัตถุต่างกัน แต่ทั้งสองคนยังคงใช้กฎการเคลื่อนที่ของนิวตันอธิบายการเคลื่อนที่ดังกล่าวได้เหมือนกัน นั่นบอกกับเราว่าไม่มีความแตกต่างของกฎทางกลศาสตร์ในกรอบอ้างอิงเฉื่อยทั้งสองได้

คลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า (Electromagnetic Waves)

พิจารณาการสังเกตตำแหน่งของเหตุการณ์ที่จุด P ของกรอบอ้างอิง O ซึ่งอยู่นิ่ง และกรอบอ้างอิง O' ซึ่งเคลื่อนด้วยความเร็วคงที่ขนาด v ในทิศทางตามแนวกแกน x โดยที่เวลา $t = 0$ จุดกำเนิดของกรอบอ้างอิง O และ O' อยู่ที่ตำแหน่งเดียวกัน เมื่อเวลาผ่านไปเป็น $t = t$ กรอบอ้างอิง O' จะอยู่ห่างจากกรอบอ้างอิง O ดังรูปด้านล่าง



จากรูปด้านบน จะได้

$$x' = x - vt$$

$$y' = y$$

$$z' = z$$

พิจารณาแกน x จะได้

$$\frac{dx'}{dt} = \frac{d(x - vt)}{dt}$$

$$v_{x'} = v_x - v$$

พิจารณาแกน y จะได้

$$\frac{dy'}{dt} = \frac{dy}{dt}$$

$$v_{y'} = v_y$$

พิจารณาแกน z จะได้

$$\frac{dz'}{dt} = \frac{dz}{dt}$$

$$v_{z'} = v_z$$

คลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า (Electromagnetic Waves)

พิจารณาผู้สังเกตซึ่งกำลังเคลื่อนที่ด้วยความเร็วขนาด v คงที่ ในทิศสวนทางกับความเร็วแสง ดังรูปด้านล่าง



จาก
$$v_x' = v_x - v$$

$$v_x' = c - (-v)$$

$$v_x' = c + v$$

∴ ผู้สังเกตจะเห็นแสงมีอัตราเร็ว เท่ากับ $c + v$

พิจารณาผู้สังเกตซึ่งกำลังเคลื่อนที่ด้วยความเร็วขนาด v คงที่ ในทิศทางเดียวกับความเร็วแสง ดังรูปด้านล่าง



จาก
$$v_x' = v_x - v$$

$$v_x' = c - (v)$$

$$v_x' = c - v$$

∴ ผู้สังเกตจะเห็นแสงมีอัตราเร็ว เท่ากับ $c - v$

จากการทดลองเชิงความคิดดังกล่าว เห็นได้ว่าทั้งสองกรณีผู้สังเกตจะวัดอัตราเร็วแสงในสุญญากาศได้ต่างกัน ซึ่งขัดแย้งกับทฤษฎีแม่เหล็กไฟฟ้าของแมกเวลล์ เนื่องจากทฤษฎีดังกล่าวอธิบายว่าแสงซึ่งเป็นคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าจะต้องมีอัตราเร็วในสุญญากาศเท่ากับ $\frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}}$ โดยที่ μ_0 และ ϵ_0 เป็นค่าคงที่ซึ่งไม่ขึ้นกับการเคลื่อนที่ของผู้สังเกต ดังนั้นตามทฤษฎีแม่เหล็กไฟฟ้าของแมกเวลล์ผู้สังเกตควรวัดอัตราเร็วแสงในสุญญากาศได้เท่ากับโดยไม่ขึ้นกับความเร็วของผู้สังเกต!

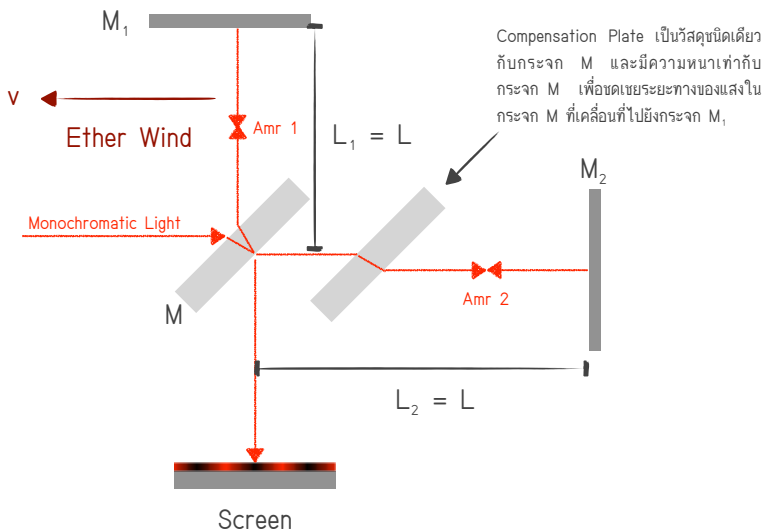
คลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า (Electromagnetic Waves)

อีเทอร์ (Ether)

จากความขัดแย้งของหลักการทางฟิสิกส์ระหว่างสมการการแปลงตำแหน่งและเวลาแบบกาลิเลียนกับทฤษฎีแม่เหล็กไฟฟ้าของแมกซ์เวลล์ นักฟิสิกส์ในยุคนั้นได้เสนอแนวคิดที่อธิบายความขัดแย้งดังกล่าว คือ คลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าจำเป็นต้องใช้ตัวกลางในการเคลื่อนที่ เรียกว่า อีเทอร์ (Ether) ซึ่งมีอยู่ทั่วทุกแห่ง และคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้ามีขนาดความเร็วเทียบกับอีเทอร์เป็นค่า c ตามทฤษฎีแม่เหล็กไฟฟ้าของแมกซ์เวลล์

การทดลองของไมเคิลสัน-มอร์ลีย์ (The Michelson-Morley Experiment)

พิจารณาการทดลองโดยใช้ The Michelson Interferometer โดยที่ $L_1 = L_2 = L$ และมองว่าโลกกำลังเคลื่อนที่ด้วยอัตราเร็วเดียวกับที่โลกโคจรรอบดวงอาทิตย์ จึงเห็นลมอีเทอร์พัดผ่านโลกด้วยอัตราเร็วเดียวกัน แต่เป็นในทิศทางตรงกันข้าม ดังรูปด้านล่าง



คลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า (Electromagnetic Waves)

จากสมการความเร็วแบบสัมพัทธ์แบบกาลิเลียน

$$\vec{v}_{AC} = \vec{v}_{AB} + \vec{v}_{BC}$$

กำหนดให้

A คือ แสง ใช้สัญลักษณ์เป็น γ

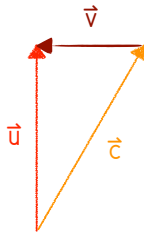
B คือ อีเทอร์ ใช้สัญลักษณ์เป็น E

C คือ ผู้สังเกต ใช้สัญลักษณ์เป็น O

จะได้ $\vec{v}_{\gamma O} = \vec{v}_{\gamma E} + \vec{v}_{EO}$

$$\vec{u} = \vec{c} + \vec{v}$$

พิจารณาแสงเคลื่อนที่จากกระจก M ไปยังกระจก M₁



จาก $\vec{u} = \vec{c} + \vec{v}$

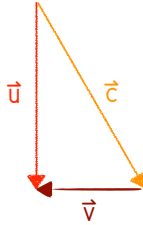
$$\therefore |\vec{u}| = \sqrt{c^2 + v^2}$$

$$\therefore \text{เวลาที่ใช้ในการเคลื่อนที่ คือ } t_{MM_1} = \frac{L}{\sqrt{c^2 + v^2}}$$



คลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า (Electromagnetic Waves)

พิจารณาแสงเคลื่อนที่จากกระจก M_1 ไปยังกระจก M



จาก $\vec{u} = \vec{c} + \vec{v}$

$\therefore |\vec{u}| = \sqrt{c^2 + v^2}$

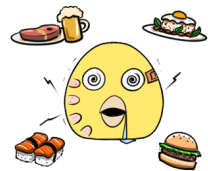
$\therefore$ เวลาที่ใช้ในการเคลื่อนที่ คือ $t_{M,M} = \frac{L}{\sqrt{c^2 + v^2}}$

$\therefore$ เวลาทั้งหมดที่ใช้ในการเคลื่อนที่แขนที่ 1 (Arm 1) คือ

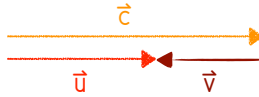
$$t_1 = t_{MM_1} + t_{M,M}$$

$$t_1 = \frac{L}{\sqrt{c^2 + v^2}} + \frac{L}{\sqrt{c^2 + v^2}}$$

$$t_1 = \frac{2L}{\sqrt{c^2 + v^2}}$$



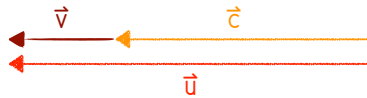
คลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า (Electromagnetic Waves)

พิจารณาแสงเคลื่อนที่จากกระจก M ไปยังกระจก M_2 

$$\text{จาก} \quad u = c + v$$

$$\therefore |u| = c - v$$

$$\therefore \text{เวลาที่ใช้ในการเคลื่อนที่ คือ } t_{MM_2} = \frac{L}{c - v}$$

พิจารณาแสงเคลื่อนที่จากกระจก M_2 ไปยังกระจก M 

$$\text{จาก} \quad u = c + v$$

$$\therefore |u| = c + v$$

$$\therefore \text{เวลาที่ใช้ในการเคลื่อนที่ คือ } t_{M_2M} = \frac{L}{c + v}$$

 $\therefore$ เวลาทั้งหมดที่ใช้ในการเคลื่อนที่แขนที่ 2 (Arm 2) คือ

$$t_2 = t_{MM_2} + t_{M_2M}$$

$$t_2 = \frac{L}{c - v} + \frac{L}{c + v}$$

$$t_2 = \frac{2Lc}{c^2 - v^2}$$

คลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า (Electromagnetic Waves)

พิจารณาความต่างเวลาของทั้งสองเส้นทาง จะได้

$$\Delta t_{0^\circ} = t_2 - t_1$$

$$\Delta t_{0^\circ} = \frac{2Lc}{c^2 - v^2} - \frac{2L}{\sqrt{c^2 + v^2}}$$

$$\Delta t_{0^\circ} = \frac{2Lc}{c^2(1 - \frac{v^2}{c^2})} - \frac{2L}{c\sqrt{1 + \frac{v^2}{c^2}}}$$

$$\Delta t_{0^\circ} = \frac{2L}{c} \left(\frac{1}{1 - \frac{v^2}{c^2}} - \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{v^2}{c^2}}} \right)$$

$$\Delta t_{0^\circ} = \frac{2L}{c} \left(\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{-1} - \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{-1/2} \right)$$

เนื่องจากในการทดลองนี้ $v \approx 3.0 \times 10^4$ m/s และ $c \approx 3.0 \times 10^8$ m/s
เห็นได้ว่า $v^2 \ll c^2$ ดังนั้น $\frac{v^2}{c^2} \ll 1$

จาก Binomial Expansion ; $(1 \pm x)^n \approx 1 \pm nx$ เมื่อ $x \ll 1$

จะได้
$$\Delta t_{0^\circ} = \frac{2L}{c} \left(\left(1 + \frac{v^2}{c^2}\right) - \left(1 + \frac{v^2}{2c^2}\right) \right)$$

$$\Delta t_{0^\circ} = \frac{2L}{c} \left(1 + \frac{v^2}{c^2} - 1 - \frac{v^2}{2c^2} \right)$$

$$\Delta t_{0^\circ} = \frac{2Lv^2}{c^3}$$



คลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า (Electromagnetic Waves)

เมื่อทำให้การทดลองหมุนไป 90° เทียบกับทิศทางของลมอีเทอร์ ทำให้
แขน 1 และแขน 2 มีขนาดความเร็วสลับกัน ทำให้ได้ความต่างเวลาของทั้งสองเส้น
ทาง คือ

$$\Delta t_{90^\circ} = t_2 - t_1$$

$$\Delta t_{90^\circ} = \frac{2L}{\sqrt{c^2 + v^2}} - \frac{2Lc}{c^2 - v^2}$$

$$\Delta t_{90^\circ} = -\Delta t_{0^\circ}$$

พิจารณาความต่างเวลาของการทดลองทั้งสอง จะได้

$$\Delta t = \Delta t_{0^\circ} - \Delta t_{90^\circ}$$

$$\Delta t = \Delta t_{0^\circ} - (-\Delta t_{0^\circ})$$

$$\Delta t = 2\Delta t_{0^\circ}$$

$$\Delta t = \frac{4Lv^2}{c^3}$$

จะได้ความต่างของระยะทางของคลื่นแสงเมื่อเทียบกับความต่างเฟส คือ

$$\Delta r = c\Delta t$$

$$\Delta r = c\left(\frac{4Lv^2}{c^3}\right)$$

$$\Delta r = \frac{4Lv^2}{c^2}$$



คลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า (Electromagnetic Waves)

พิจารณาการเลื่อนของริ้วการแทรกสอดของการทดลองที่หมุนไปหุดการทดลองไป 90° เทียบกับหุดการทดลองที่ไม่ได้หมุนการทดลอง จะได้

$$\Delta r = m\lambda$$

$$\frac{4Lv^2}{c^2} = m\lambda$$

$$m = \frac{4Lv^2}{\lambda c^2}$$

ในการทดลองดังกล่าวได้ใช้ข้อมูล $L \approx 11 \text{ m}$, $v \approx 3.0 \times 10^4 \text{ m/s}$, $c \approx 3 \times 10^8 \text{ m/s}$ และ $\lambda \approx 500 \text{ nm}$ จะได้

$$m = \frac{4(11 \text{ m})(3.0 \times 10^4 \text{ m/s})^2}{(500 \times 10^{-9} \text{ m})(3.0 \times 10^8 \text{ m/s})^2}$$

$$m \approx 0.44$$

การที่ $m \approx 0.44$ นั้นแสดงว่าเมื่อหมุนการทดลองไป 90° จะต้องเห็นริ้วการแทรกสอดมีการเลื่อน โดยริ้วแถบมืดจะเลื่อนจนเกือบจะไปแทนที่ริ้วแถบสว่างเดิมได้พอดี (ริ้วแถบสว่างจะเลื่อนจนเกือบจะไปแทนที่ริ้วแถบมืดเดิมได้พอดีเช่นกัน)

เพิ่มเติม : ถ้า $m = 0.5, 1.5, 2.5, \dots$ จะทำให้ริ้วแถบมืดจะเลื่อนไปแทนที่ริ้วแถบสว่างเดิมได้พอดี (ริ้วแถบสว่างจะเลื่อนไปแทนที่ริ้วแถบมืดเดิมได้พอดีเช่นกัน)

แต่จากการทดลองดังกล่าวกลับไม่พบการเลื่อนของริ้วการแทรกสอด นั่นคือ $m = 0$ และเหตุผลที่จะทำให้ $m = 0$ ได้ คือ $v = 0 \text{ m/s}$ แสดงว่าอีเทอร์จะอยู่นิ่งตลอดเวลาเมื่อเทียบกับผู้สังเกต ซึ่งไม่ใช่สมมติฐานเดิมของอีเทอร์ แนวคิดเรื่องอีเทอร์จึงถูกล้มล้างด้วยการทดลองดังกล่าว และการทดลองนี้ยังได้ยืนยันอีกว่าแสงเป็นคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าที่ไม่ต้องอาศัยตัวกลางในการเคลื่อนที่

คลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า (Electromagnetic Waves)

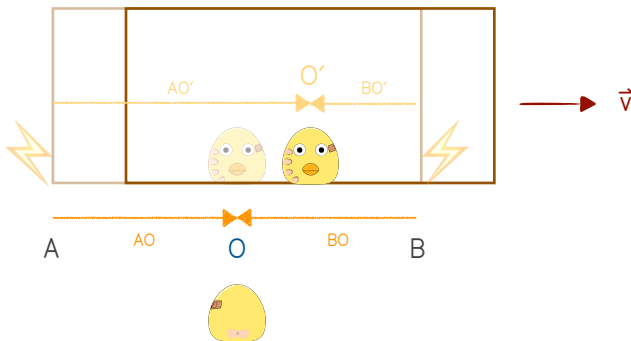


สัจพจน์พื้นฐาน 2 ข้อ ของทฤษฎีสัมพัทธภาพพิเศษที่ไอน์สไตน์เสนอ

- 1) หลักการของสัมพัทธภาพ (The Principle of Relativity) คือ กฎทางฟิสิกส์จะมีรูปแบบเหมือนกันสำหรับทุกๆ กรอบอ้างอิงเฉื่อย
- 2) ความคงที่ของอัตราเร็วแสง (The Constancy of The Speed of Light) คือ อัตราเร็วแสงในสุญญากาศมีขนาดเท่ากันในทุกกรอบเฉื่อย โดยไม่ขึ้นกับอัตราเร็วของผู้สังเกตและอัตราเร็วของแหล่งกำเนิดแสง

สัมพัทธภาพของความพร้อมกัน (Simultaneity and the Relativity of Time)

พิจารณาการทดลองทางความคิด สมมติให้ผู้สังเกต O' อยู่ตรงกลางของขบวนรถไฟซึ่งกำลังเคลื่อนที่เป็นแนวเส้นตรงด้วยอัตราเร็วคงที่ และผู้สังเกต O อยู่นิ่งๆ นอกรถไฟ เมื่อรถไฟเคลื่อนที่จน O' และ O มาอยู่ในตำแหน่งเดียวกัน ได้เกิดเหตุการณ์ฟ้าผ่าขึ้นพร้อมกันที่ปลายสองด้านของขบวนรถไฟ ดังรูปด้านล่าง



คลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า (Electromagnetic Waves)

จากรูปการทดลองทางความคิดดังกล่าว เมื่ออยู่ภายใต้เงื่อนไขที่ผู้สังเกต O และ O' เห็นอัตราเร็วแสงเท่ากัน

เมื่อพิจารณาในมุมมองของผู้สังเกต O จะได้ว่า

$$\Delta t_{AO} = \frac{AO}{c} \quad \text{และ} \quad \Delta t_{BO} = \frac{BO}{c}$$

เนื่องจากระยะ $AO = BO$ จึงสรุปได้ว่า $\Delta t_{AO} = \Delta t_{BO}$

จึงสรุปได้ว่า ผู้สังเกต O จะเห็นฟ้าผ่าที่ปลายขบวนทั้งสองพร้อมกัน

เมื่อพิจารณาในมุมมองของผู้สังเกต O จะได้ว่า

$$\Delta t_{AO'} = \frac{AO'}{c} \quad \text{และ} \quad \Delta t_{BO'} = \frac{BO'}{c}$$

เนื่องจากระยะ $AO' > BO'$ จึงสรุปได้ว่า $\Delta t_{AO'} > \Delta t_{BO'}$

จึงสรุปได้ว่า ผู้สังเกต O' จะเห็นฟ้าผ่าที่ปลายขบวนทางหน้าด้าน (จุด B) ก่อนฟ้าผ่าทางด้านหลัง (จุด A)

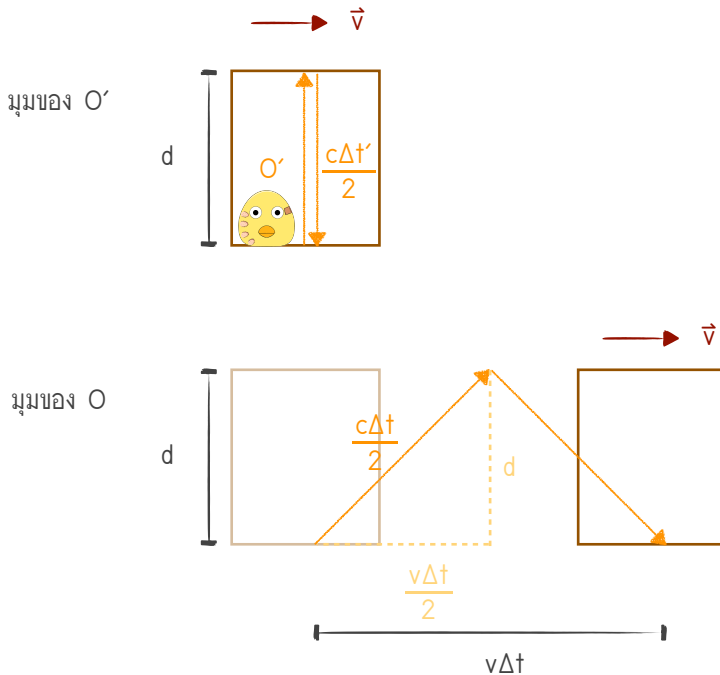
จากการทดลองทางความคิดดังกล่าวภายใต้สัจพจน์พื้นฐาน 2 ข้อ ของทฤษฎีสัมพัทธภาพพิเศษ อาจส่งผลให้ผู้สังเกตเห็นเหตุการณ์ที่เกิดขึ้นพร้อมกันนั้นเกิดขึ้นไม่พร้อมกัน และความไม่พร้อมกันนี้อาจส่งผลต่อการลำดับเหตุการณ์ และการวิเคราะห์เชิงเหตุผลของผู้สังเกตได้



คลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า (Electromagnetic Waves)

การยืดของเวลา (Time Dilation)

พิจารณาการทดลองทางความคิด โดยผู้สังเกต O' ซึ่งอยู่ในรถไฟโปร่งใสได้ทำการทดลองยิงแสงจากพื้นขึ้นไปยังหลังคาของรถไฟและให้แสงสะท้อนกลับมายังพื้น โดยที่ระยะระหว่างหลังคา กับพื้นของรถไฟเท่ากับ d และวัดเวลาในการเคลื่อนที่ของแสงไปกลับได้เท่ากับ $\Delta t'$ และในขณะเดียวกันนั้น ผู้สังเกต O ซึ่งอยู่นิ่งๆ ด้านนอกรถไฟ ได้ทำการสังเกตการทดลองดังกล่าวด้วยเช่นกัน และวัดเวลาในการเคลื่อนที่ของแสงไปกลับได้เท่ากับ Δt ดังรูปด้านล่าง



คลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า (Electromagnetic Waves)

พิจารณาในมุมมองของ O' จะได้

$$d = \frac{c\Delta t'}{2}$$

พิจารณาในมุมมองของ O จะได้

$$\left(\frac{c\Delta t}{2}\right)^2 = \left(\frac{v\Delta t}{2}\right)^2 + d^2$$

$$\left(\frac{c\Delta t}{2}\right)^2 = \left(\frac{v\Delta t}{2}\right)^2 + \left(\frac{c\Delta t'}{2}\right)^2$$

$$c^2\Delta t^2 = v^2\Delta t^2 + c^2\Delta t'^2$$

$$(c^2 - v^2)\Delta t^2 = c^2\Delta t'^2$$

$$c^2\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)\Delta t^2 = c^2\Delta t'^2$$

$$\Delta t = \frac{\Delta t'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$



เวลาแท้จริง (Proper Time Interval)

เวลาแท้จริง (Proper Time Interval ; Δt_0) คือ ช่วงเวลาระหว่างสองเหตุการณ์ซึ่งวัดโดยผู้สังเกตที่เห็นสองเหตุการณ์นั้นเกิดขึ้นที่ตำแหน่งเดิมเมื่อเทียบกับผู้สังเกตนั้น

ดังนั้น จะได้สมการ Time Dilation เป็น

$$\Delta t = \gamma \Delta t_0 \quad ; \quad \gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

คลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า (Electromagnetic Waves)

จาก $\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \geq 0$

และ จาก $\Delta t = \gamma \Delta t_0$

$$\Delta t = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

จะได้ $\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \neq 0$

$\therefore \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} > 0$

$$1 - \frac{v^2}{c^2} > 0$$

$$1 > \frac{v^2}{c^2}$$

$$\frac{v^2}{c^2} < 1$$

$$v < c$$



อัตราเร็วสูงสุดที่สังเกตได้

จะไม่วัตถุใดที่ผู้สังเกตจะสังเกตได้เกินอัตราเร็วแสง นั่นคือ อัตราเร็วแสงคือขีดจำกัดในการสังเกตอัตราเร็วของวัตถุ

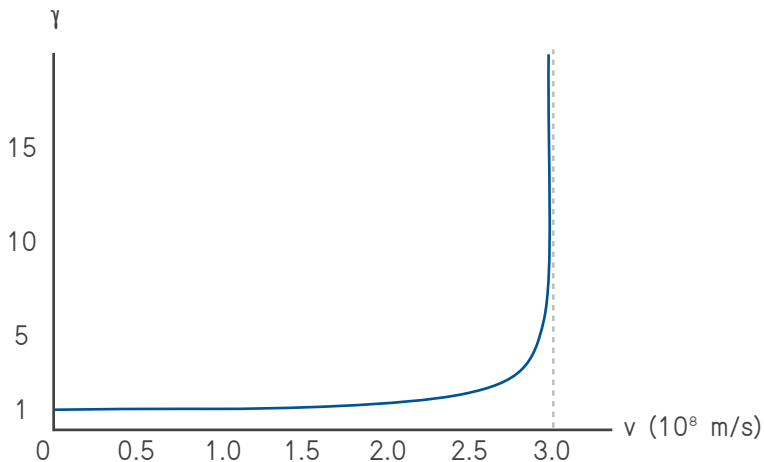
คลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า (Electromagnetic Waves)

จาก
$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

เนื่องจาก $v < c$ จะได้ $\gamma \geq 1$

ดังนั้น $\Delta t \geq \Delta t_0$; จึงเรียกว่า “Time Dilation”

พิจารณากราฟ γ กับอัตราเร็ว v



จากกราฟด้านบน เห็นได้ว่าที่อัตราเร็วน้อยมากๆ (ต่ำกว่า 10^8 m/s) ค่า γ จะมีค่าประมาณ 1 ทำให้ที่อัตราเร็วน้อยมากๆ จะไม่สังเกตเห็นถึงผลจากทฤษฎีสัมพัทธภาพพิเศษ ดังนั้นเนื้อต่อนักทาง Pinfist จะถือว่าอัตราเร็วน้อยมากๆ คือ อัตราเร็วที่น้อยกว่า 10^8 m/s

คลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า (Electromagnetic Waves)

Problem 16.32 Challenge

ผู้สังเกต A อยู่นิ่งและผู้สังเกต B เคลื่อนที่ไปในทิศ $+x$ ด้วยอัตราเร็วคงที่ v เมื่อทั้งสองสังเกตคาบการแกว่งของลูกตุ้ม ระหว่างผู้สังเกต A กับ B ใครจะวัดคาบที่แท้จริงในการแกว่งของลูกตุ้ม

- เมื่อชุดการทดลองอยู่นิ่งในกรอบอ้างอิง A?
- เมื่อชุดการทดลองอยู่นิ่งในกรอบอ้างอิง B?
- เมื่อชุดการทดลองอยู่นิ่งในกรอบอ้างอิงซึ่งเคลื่อนที่ไปในทิศ $+x$ ด้วยอัตราเร็วคงที่ v ?

Answer : a) ผู้สังเกต A, b) ผู้สังเกต B and c) ผู้สังเกต B

คลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า (Electromagnetic Waves)

Problem 16.33 Challenge

ผู้สังเกตซึ่งอยู่ในกรอบอ้างอิงเดียวกับลูกตุ้มวัดคาบการแกว่งของลูกตุ้มได้ 3.00 s ถ้าผู้สังเกตเคลื่อนที่ด้วยอัตราเร็ว $0.950c$ สัมพัทธ์กับกรอบอ้างอิงของลูกตุ้ม จะวัดคาบการแกว่งของลูกตุ้มเป็นเท่าใด?

Answer : 9.61 s

Problem 16.34 Challenge

กัมมันตรังสีชนิดหนึ่งมีค่าครึ่งชีวิต 10 s ขณะที่เคลื่อนที่ด้วยอัตราเร็ว $0.50c$ ค่าครึ่งชีวิตแท้จริงของกัมมันตรังสีดังกล่าวเป็นเท่าใด?

Answer : 8.7 s

คลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า (Electromagnetic Waves)

Problem 16.35 Challenge

ผู้สังเกตซึ่งใส่ นาฬิกาอะตอมกำลังเคลื่อนที่ด้วยความเร็วขนาด 1,000 km/hr โดยวัดเวลาได้ 1.00 hr ผู้สังเกตซึ่งอยู่นิ่งบนโลกจะใช้นาฬิกาแบบเดียวกันวัดเวลาได้มากกว่าผู้สังเกตซึ่งเคลื่อนที่กี่วินาที (Hint : $(1 \pm x)^n \approx 1 \pm nx$ เมื่อ $x \ll 1$)?

Answer : 1.54 ns

คลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า (Electromagnetic Waves)

Problem 16.36 Challenge

นิสิตนั่งรถมาหาอาจารย์โดยประมาณว่านิสิตเคลื่อนที่ด้วยอัตราเร็วคงที่ 30.0 m/s ถ้าคิดว่านาฬิกาของนิสิตผ่านไป 5.00 hr และนาฬิกาสามารถวัดได้ละเอียดในระดับ μs จะสมเหตุสมผลหรือไม่ ถ้านิสิตอ้างว่าขณะอยู่ในรถ เวลาจากนาฬิกาของนิสิตจะเดินช้ากว่านาฬิกาของอาจารย์ และเนื่องจากการยืดของเวลาตามทฤษฎีสัมพัทธภาพพิเศษจึงทำให้นิสิตมาพบอาจารย์ไม่ทันเวลา?

Answer : ไม่สมเหตุสมผล

คลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า (Electromagnetic Waves)

Problem 16.37 Challenge

นักบินอวกาศโคจรรอบโลกเป็นวงกลมด้วยอัตราเร็วคงที่เหนือพื้นโลก 160 km ถ้าโลกมีมวลประมาณ 5.98×10^{24} kg, รัศมีของโลกประมาณ 6.37×10^6 m และค่าคงที่โน้มถ่วงสากล เท่ากับ 6.67×10^{-11} N·m²/kg² จงหาว่าเมื่อนักบินอวกาศโคจรได้ 22 รอบ จะมีอายุน้อยกว่าคนที่อยู่บนโลกกี่วินาที?

Answer : 39.2 μ s

คลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า (Electromagnetic Waves)

การหดตัวของความยาว (Length Contraction)



ความยาวแท้จริง (Proper Length)

ความยาวแท้จริง (Proper Length ; ΔL_0) คือ ความยาวซึ่งวัดโดยผู้สังเกตที่เห็นเหตุการณ์นั้นเกิดขึ้นที่ตำแหน่งเดิมเมื่อเทียบกับผู้สังเกตนั้น

พิจารณาผู้สังเกต O ซึ่งเห็นดาวทั้งสองยังคงอยู่ห่างกันเท่าเดิม ดังนั้น ผู้สังเกต O จะวัดระยะห่างระหว่างดาวทั้งสองได้เป็น ΔL_0 และผู้สังเกต O' เคลื่อนที่จากดาวอีกดวงหนึ่งไปยังดาวอีกดวงหนึ่งเป็นแนวเส้นตรงด้วยอัตราเร็วคงที่ v เทียบกับผู้สังเกต O ในการเดินทางดังกล่าวผู้สังเกต O' จะวัดเวลาได้เป็น Δt_0 (เนื่องจาก O' ย่อมเห็นตัวเองอยู่ที่เดิมเมื่อเทียบกับตัวเอง) และผู้สังเกต O จะวัดเวลาในการเคลื่อนที่ของ O' ได้เป็น Δt

ดังนั้นผู้สังเกต O จะวัดระยะห่างระหว่างดาวทั้งสองได้เป็น $\Delta L_0 = v\Delta t$ และผู้สังเกต O' จะวัดระยะห่างระหว่างดาวทั้งสองได้เป็น $\Delta L = v\Delta t_0$

$$\begin{aligned} \Delta L &= v\Delta t_0 \\ \Delta L &= v\left(\frac{\Delta t}{\gamma}\right) ; \Delta t = \gamma\Delta t_0 \\ \Delta L &= \frac{\Delta L_0}{\gamma} \end{aligned}$$



การหดของความยาว

$$\Delta L = \frac{\Delta L_0}{\gamma} ; \gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

คลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า (Electromagnetic Waves)

Problem 16.38 Challenge

วัตถุยาว 1.0 m ถูกวัดโดยผู้สังเกตซึ่งอยู่นิ่งเทียบกับวัตถุ หากผู้สังเกตเคลื่อนที่ด้วยอัตราเร็ว $0.8c$ เทียบกับวัตถุ จะวัดวัตถุดังกล่าวยาวเท่าใด?

Answer : 0.6 m

Problem 16.39 Challenge

ยานอวกาศยาว 120 m รัศมี 20 m ถ้ายานอวกาศเคลื่อนที่ตามแนวยาวของยานด้วยความเร็วคงที่ขนาด $0.99c$ ผู้สังเกตซึ่งอยู่นิ่งบนโลกจะเห็นยานอวกาศมีความยาวและรัศมีเป็นเท่าใด?

Answer : ยานอวกาศยาว เท่ากับ 17 m และรัศมี เท่ากับ 20 m

คลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า (Electromagnetic Waves)

Problem 16.40 Challenge

นักบินอวกาศเดินทางไปดาวซีริอัสซึ่งอยู่ห่างจากโลก 8 ปีแสง แต่เมื่อวัดระยะทางขณะเดินทางได้ระยะทางเพียง 5 ปีแสง นักบินดังกล่าวเคลื่อนที่ด้วยอัตราเร็วคงที่ขนาดเท่าใด?

Answer : $0.8c$

คลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า (Electromagnetic Waves)

Problem 16.41 Challenge

แท่งวัตถุเคลื่อนที่ในทิศ $+x$ ด้วยความเร็วคงที่ขนาด $0.995c$ ผ่านผู้สังเกตซึ่งอยู่นิ่ง และผู้สังเกตดังกล่าววัดความยาวของวัตถุได้ 2.00 m และเอียงทำมุม 30.0° กับแนวแกน x จงหาความยาวแท้จริงและมุมเอียงแท้จริงของแท่งวัตถุดังกล่าว?

Answer : ความยาวแท้จริง = 17.4 m และมุมเอียงแท้จริง = 3.30°

Problem 16.42 Challenge : The Twin Paradox

ในการทดลองทางความคิด โดยสมมติว่าแฝดชื่อ Speedo และ Goslo เมื่อพวกเขาอายุ 20 ปี Speedo ได้ถูกส่งไปยังดาวเคราะห์ X ซึ่งอยู่ห่างออกไป 20 ปีแสง (1 ปีแสง คือ ระยะทางที่แสงเดินทางในสุญญากาศโดยใช้ระยะเวลา 1 ปี ซึ่งมีขนาดประมาณ 9.5×10^{15} m) โดรนยานอวกาศของ Speedo เคลื่อนที่ด้วยอัตราเร็ว $0.95c$ เทียบกับกรอบอ้างอิงเฉื่อยของ Goslo (ในกรณีนี้สามารถระบุได้ว่า Speedo เป็นผู้เคลื่อนที่เนื่องจากในขณะที่ยานอวกาศเคลื่อนที่ออกจากโลกหรือตอนที่กำลังกลับมาถึงโลกจะต้องมีความเร่ง) ถ้าหลังจากที่ไปถึงดาวเคราะห์ X Speedo เกิดคิดถึง Goslo จึงตัดสินใจกลับมาถึงโลกด้วยอัตราเร็ว $0.95c$ จงหา

- Goslo จะวัดเวลาในการเคลื่อนที่ของ Speedo เป็นเท่าใด?
- Speedo วัดระยะทางจากโลกถึงดาวเคราะห์ X ได้เท่าใด?
- Speedo วัดเวลาในการเคลื่อนที่ทั้งหมดได้เท่าใด?
- ขณะที่ Speedo กลับมาถึงโลก Goslo และ Speedo จะมีอายุเท่าใด?

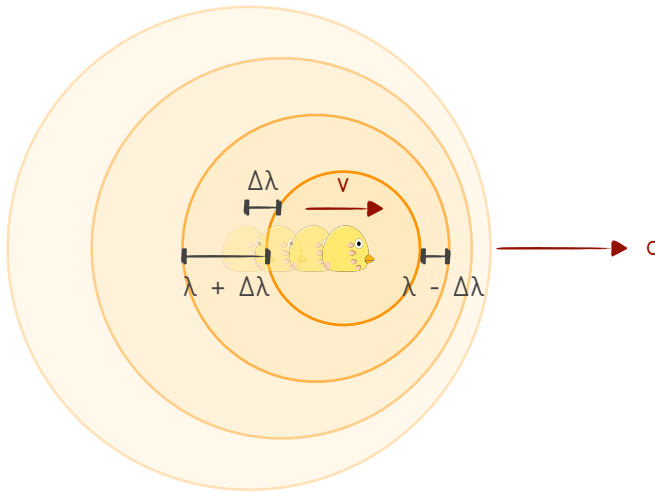
Answer : a) 42 ปี, b) 6.2 ปีแสง, c) 13 ปี

and d) อายุของ Goslo = 62 ปี และ อายุ Speedo = 33 ปี

คลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า (Electromagnetic Waves)

ปรากฏการณ์ดอปเพลอร์เชิงสัมพัทธภาพ (The Relativistic Doppler Effect)

พิจารณาคืนแม่เหล็กไฟฟ้าความยาวคลื่น λ ความถี่ f ซึ่งถูกปล่อย
ออกมาจากแหล่งกำเนิด โดยแหล่งกำเนิดมีความเร็วสัมพัทธ์กับผู้สังเกตขนาด v
ดังรูปด้านล่าง



พิจารณาความยาวคลื่นที่แหล่งกำเนิดสังเกตได้ (พิจารณากรณีแหล่ง
กำเนิดกับผู้สังเกตเคลื่อนที่เข้าหากัน ถ้าเคลื่อนที่ออกจากกันจะเปลี่ยนเครื่องหมายจาก
- เป็น +)

$$\lambda' = \lambda - \Delta\lambda$$

$$\lambda' = \lambda - vT$$

$$cT = \lambda - vT$$

$$(c + v)T = \lambda$$

$$c(1 + \frac{v}{c})T = \lambda$$

คลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า (Electromagnetic Waves)

$$c(1 + \beta)T = \lambda \quad ; \quad \beta = \frac{v}{c}$$

$$T = \frac{\lambda}{(1 + \beta)c}$$

$$T = \frac{\lambda}{(1 + \beta)f\lambda}$$

$$T = \frac{1}{(1 + \beta)f}$$

พิจารณาความถี่ที่ผู้สังเกตได้รับ

$$f' = \frac{1}{T'}$$

$$f' = \frac{1}{\frac{T}{\gamma}} \quad ; \quad T = \gamma T'$$

$$f' = \frac{\gamma}{T}$$

$$f' = \frac{\frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}}}{\frac{1}{(1 + \beta)f}}$$

$$f' = f \sqrt{\frac{(1 + \beta)^2}{1 - \beta^2}}$$

$$f' = f \sqrt{\frac{(1 + \beta)^2}{(1 - \beta)(1 + \beta)}}$$

$$f' = f \sqrt{\frac{1 + \beta}{1 - \beta}}$$

คลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า (Electromagnetic Waves)



ปรากฏการณ์ดอปเพลอร์เชิงสัมพัทธภาพ (The Relativistic Doppler Effect)

$$f' = f \sqrt{\frac{1 + \beta}{1 - \beta}} \quad ; \quad \beta = \frac{v}{c}$$

f' คือ ความถี่คลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าที่ผู้สังเกตได้รับ

f คือ ความถี่คลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าที่ออกมาจากแหล่งกำเนิด

v คือ อัตราเร็วของแหล่งกำเนิดเทียบกับผู้สังเกต

เมื่อแหล่งกำเนิดกับผู้สังเกตเคลื่อนที่เข้าหากัน $v = +v$

เมื่อแหล่งกำเนิดกับผู้สังเกตเคลื่อนที่ออกจากกัน $v = -v$

c คือ อัตราเร็วของคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า

Problem 16.43 Challenge

ปรากฏการณ์เลื่อนทางแดง (Redshift) ของแหล่งกำเนิดแสงหนึ่งกำลังเคลื่อนที่ออกห่างจากผู้สังเกตด้วยอัตราเร็ว v ซึ่งมีค่าน้อยกว่าอัตราเร็วของแสงมากๆ โดยแหล่งกำเนิดปล่อยความยาวคลื่นออกมา λ และผู้สังเกตรับความยาวคลื่นต่างไป $\Delta\lambda$

a) จงแสดงว่าสามารถประมาณได้ว่า $\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{v}{c}$?

b) จากการสังเกตสเปกตรัมของแสงความยาวคลื่น 397 nm จากกาแลกซีในกลุ่มดาวหมีใหญ่ ปรากฏว่าความยาวคลื่นมีการเลื่อนไปทางแดง 20 nm จงหาอัตราเร็วของกาแลกซีดังกล่าวเทียบกับผู้สังเกต?

คลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า (Electromagnetic Waves)

คลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า (Electromagnetic Waves)

Answer : b) $0.050c$

Problem 16.44 Challenge

เครื่องตรวจจับความเร็วของตำรวจจะส่งคลื่นไมโครเวฟความถี่ f ความยาวคลื่น λ ออกไปสะท้อนกับรถที่วิ่งด้วยความเร็ว v คลื่นที่สะท้อนกลับมามีความถี่ต่างจากเดิมโดยปรากฏการณ์ดอปเพลอร์ จากนั้นคลื่นสะท้อนจะรวมกับคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าที่มีความถี่เท่ากับคลื่นไมโครเวฟที่ส่งออกไปและทำให้เกิดบีต

a) จงแสดงว่าความถี่ที่เครื่องตรวจจับได้รับจากคลื่นที่สะท้อนกลับมา คือ

$$f'' = \left(\frac{c + v}{c - v}\right)f?$$

b) จงแสดงว่าความถี่บีตจะประมาณได้ว่า $f_b = \frac{2v}{\lambda}$?

c) จงแสดงว่าค่าความคลาดเคลื่อนในการวัดความเร็วโดยเครื่องมือนี้จะมีค่าประมาณ

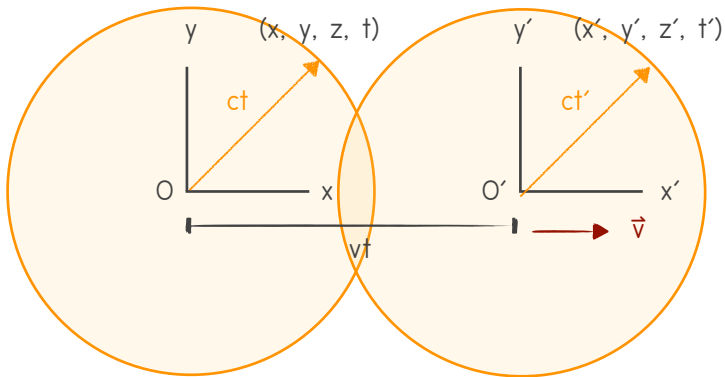
$$\Delta v = \frac{\lambda}{2} \Delta f_b?$$

คลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า (Electromagnetic Waves)

คลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า (Electromagnetic Waves)

การแปลงของลอเรนซ์ (The Lorentz Transformation Equations)

พิจารณากรอบอ้างอิง O และกรอบอ้างอิง O' ซึ่งความเร็วของ O' เทียบกับ O มีขนาดเท่ากับ v และมีทิศ $+x$ โดยที่เวลา $t = 0$ กรอบอ้างอิงทั้งสองอยู่ที่ตำแหน่งเดียวกัน และได้ยิงแสงออกไปเป็นทรงกลมจากจุดกำเนิดของทั้งสองกรอบอ้างอิง เมื่อเวลาผ่านไป $t = t$ กรอบอ้างอิงทั้งสองจะอยู่ห่างกันเป็นระยะ vt ดังรูปด้านล่าง



พิจารณาในมุมมองของกรอบอ้างอิง O จะได้

$$x^2 + y^2 + z^2 = (ct)^2$$

$$x^2 + y^2 + z^2 - c^2t^2 = 0 \quad \dots\dots (1)$$

พิจารณาในมุมมองของกรอบอ้างอิง O' จะได้

$$x'^2 + y'^2 + z'^2 = (ct')^2$$

$$x'^2 + y'^2 + z'^2 - c^2t'^2 = 0 \quad \dots\dots (2)$$

คลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า (Electromagnetic Waves)

(1) = (2) จะได้

$$x^2 + y^2 + z^2 - c^2 t^2 = x'^2 + y'^2 + z'^2 - c^2 t'^2 \quad \dots (3)$$

เมื่อพิจารณาการแปลงแบบกาลิเลียน จะได้

$$x^2 + y^2 + z^2 - c^2 t^2 = (x - vt)^2 + y^2 + z^2 - c^2 t^2$$

$$x = x - vt$$

$$v = 0$$

เนื่องจากในกรณีดังกล่าว v ต้องไม่เท่ากับศูนย์ จึงสรุปได้ว่าการแปลงแบบกาลิเลียนไม่สอดคล้องกับสัจพจน์ 2 ข้อ ในทฤษฎีสัมพัทธภาพพิเศษ

กำหนดให้ $x' = ax + bt$, $y' = y$ และ $z' = z$

พิจารณาจุดกำเนิดของกรอบ O' ในมุมมองของกรอบ O จะได้ว่าที่ $t = t'$ นั้น $x = vt$ และ $x' = 0$

จาก $x' = ax + bt$

$$0 = a(vt) + bt$$

$$b = -av$$

$\therefore x' = ax - avt$

$$x' = a(x - vt) \quad \dots (4)$$

เมื่อพิจารณาในมุมมองของ O' จะได้

$$x = a(x' + vt') \quad \dots (5)$$

คลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า (Electromagnetic Waves)

แทน (4) ใน (5) จะได้

$$x = a((x - vt)) + vt'$$

$$x = a^2x - a^2vt + avt'$$

$$t' = at + \frac{(1 - a^2)x}{av} \quad \dots\dots (6)$$

แทน (4) และ (6) ใน (3) จะได้

$$x^2 + y^2 + z^2 - c^2t^2 = a^2(x - vt)^2 + y^2 + z^2 - c^2\left(at + \frac{(1 - a^2)x}{av}\right)^2$$

$$x^2 - c^2t^2 = a^2(x - vt)^2 - c^2\left(at + \frac{(1 - a^2)x}{av}\right)^2$$

$$x^2 - c^2t^2 = a^2(x^2 - 2vxt + v^2t^2) - c^2\left(a^2t^2 + \frac{2(1 - a^2)}{v}xt + \frac{(1 - a^2)^2x^2}{a^2v^2}\right)$$

$$x^2 - c^2t^2 = \left(a^2 - \frac{(1 - a^2)^2c^2}{a^2v^2}\right)x^2 - a^2(c^2 - v^2)t^2 - 2v\left(a^2 + \frac{(1 - a^2)c^2}{v^2}\right)xt$$

สมการดังกล่าวจะเป็นจริงเมื่อ $\left(a^2 - \frac{(1 - a^2)^2c^2}{a^2v^2}\right) = 1$ และ

$$a^2(c^2 - v^2) = c^2 \text{ และ } 2v\left(a^2 + \frac{(1 - a^2)c^2}{v^2}\right) = 0$$

$$\text{จาก} \quad a^2(c^2 - v^2) = c^2$$

$$a = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \gamma$$

คลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า (Electromagnetic Waves)

พิจารณา $(a^2 - \frac{(1 - a^2)^2 c^2}{a^2 v^2}) = 1$ และ $2v(a^2 + \frac{(1 - a^2) c^2}{v^2}) = 0$
จะได้ $a = \gamma$ เช่นกัน

$$\therefore x' = \gamma(x - vt) \quad \text{และ} \quad x = \gamma(x' + vt')$$

$$\text{จาก} \quad t' = at + \frac{(1 - a^2)x}{av}$$

$$t' = \gamma t + \frac{(1 - \gamma^2)x}{\gamma v}$$

$$t' = \gamma t + \frac{\gamma(1 - \gamma^2)x}{\gamma^2 v}$$

$$t' = \gamma(t + (\frac{1}{\gamma^2} - 1)\frac{x}{v})$$

$$t' = \gamma(t + (1 - \frac{v^2}{c^2} - 1)\frac{x}{v})$$

$$t' = \gamma(t - \frac{vx}{c^2})$$

$$\text{และ} \quad t = \gamma(t' + \frac{vx'}{c^2})$$



การแปลงตำแหน่ง และเวลาแบบลอเรนซ์

แปลงจากกรอบอ้างอิง O เป็น O' แปลงจากกรอบอ้างอิง O' เป็น O

$$x' = \gamma(x - vt)$$

$$x = \gamma(x' + vt')$$

$$y' = y$$

$$y = y'$$

$$z' = z$$

$$z = z'$$

$$t' = \gamma(t - \frac{vx}{c^2})$$

$$t = \gamma(t' + \frac{vx'}{c^2})$$

Problem 16.45 Challenge

แสงแฟลชสีแดงอยู่ที่ตำแหน่ง $x_1 = 3.00 \text{ m}$ และที่เวลา $t_1 = 1.00 \text{ ns}$ แสงแฟลชสีน้ำเงินอยู่ที่ตำแหน่ง $x_2 = 5.00 \text{ m}$ และที่เวลา $t_2 = 9.00 \text{ ns}$ โดยแสงแฟลชทั้งสองถูกวัดจากกรอบอ้างอิง O ส่วนกรอบอ้างอิง O' ซึ่งมีจุดกำเนิดอยู่ที่ตำแหน่งเดียวกับจุดกำเนิดของกรอบอ้างอิง O ณ เวลา $t = t' = 0 \text{ s}$ และเคลื่อนที่ด้วยความเร็วคงที่ไปในทิศ $+x$ ทำให้กรอบอ้างอิง O' เห็นแสงแฟลชทั้งสองเกิดขึ้นที่ตำแหน่งเดียวกัน จงหา

- ขนาดความเร็วของกรอบอ้างอิง O' เทียบกับกรอบอ้างอิง O ?
- ค่า γ ?
- ตำแหน่งของแสงแฟลชทั้งสองในกรอบอ้างอิง O' ?
- แสงแฟลชสีแดงจะเกิดขึ้นในกรอบอ้างอิง O' ที่เวลาใด?
- กรอบอ้างอิงทั้งสองวัดอัตราเร็วแสงได้ต่างกันเท่าใด?

คลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า (Electromagnetic Waves)

Answer : a) 2.50×10^8 m/s, b) 1.81, c) 4.98 m, d) -13.3 ns

and e) ไม่ต่างกัน

Problem 16.46 Challenge

นิลิต A สังเกตเห็นแสง 2 พัลส์ที่ปล่อยออกมาจากแหล่งกำเนิดเดียวกัน แต่ด้วยเวลาที่ต่างกัน $3.00 \mu\text{s}$ แต่นิลิต B เห็นแสง 2 พัลส์ปล่อยออกมาในเวลาที่แตกต่างกัน $9.00 \mu\text{s}$

- a) นิลิต B เคลื่อนที่สัมพัทธ์กับนิลิต A ด้วยความเร็วขนาดเท่าใด?
- b) นิลิต B สังเกตเห็นแสง 2 พัลส์ในตำแหน่งต่างกันเท่าใด?

คลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า (Electromagnetic Waves)

Answer : a) $0.943c$ and b) -2.55 km

Problem 16.47 Challenge

กาแลกซีหนึ่งอยู่ไกลจากโลกมากๆ ได้เกิดเหตุการณ์ระเบิดสองครั้งที่ตำแหน่งเดียวกัน โดยมีเวลาห่างกัน Δt_0 ซึ่งวัดโดยผู้สังเกตในกาแลกซีดังกล่าว ถ้าผู้สังเกตบนโลกเห็นการระเบิดสองครั้งนี้จากแสงของการระเบิดที่เดินทางมายังโลก และ ณ เวลาที่เกิดการระเบิดครั้งแรก ผู้สังเกตในกาแลกซีวัดระยะห่างระหว่างกาแลกซีกับโลกเท่ากับ L

a) ถ้ากาแลกซีดังกล่าวอยู่นิ่งเทียบกับโลก ผู้สังเกตบนโลกจะเห็นการระเบิดสองครั้งห่างกันเป็นเวลาเท่าใด?

b) ถ้ากาแลกซีเคลื่อนที่ออกจากโลกด้วยความเร็วคงที่ขนาด v ซึ่งใกล้เคียงกับอัตราเร็วแสง ผู้สังเกตบนโลกจะเห็นการระเบิดสองครั้งห่างกันเป็นเวลาเท่าใด?

คลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า (Electromagnetic Waves)

Answer : a) Δt_0 and b) $\sqrt{\frac{c+v}{c-v}} \Delta t_0$

คลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า (Electromagnetic Waves)

การแปลงความเร็วของลอเรนซ์ The Lorentz Velocity Transformation Equations

$$\text{จาก } x' = \gamma(x - vt) \quad \text{จะได้ } dx' = \gamma(dx - vdt) \quad \dots (1)$$

$$\text{จาก } y' = y \quad \text{จะได้ } dy' = dy \quad \dots (2)$$

$$\text{จาก } z' = z \quad \text{จะได้ } dz' = dz \quad \dots (3)$$

$$\text{จาก } t' = \gamma\left(t - \frac{vx}{c^2}\right) \quad \text{จะได้ } dt' = \gamma\left(dt - \frac{vdx}{c^2}\right) \quad \dots (4)$$

$$\begin{aligned} \frac{(1)}{(4)} \text{ จะได้} \quad \frac{dx'}{dt'} &= \frac{\gamma(dx - vdt)}{\gamma\left(dt - \frac{vdx}{c^2}\right)} \\ \frac{dx'}{dt'} &= \frac{dt\left(\frac{dx}{dt} - v\right)}{dt\left(1 - \frac{v}{c^2} \frac{dx}{dt}\right)} \\ \frac{dx'}{dt'} &= \frac{\frac{dx}{dt} - v}{1 - \frac{v}{c^2} \frac{dx}{dt}} \\ u_x' &= \frac{u_x - v}{1 - \frac{vu_x}{c^2}} \end{aligned}$$



คลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า (Electromagnetic Waves)

(2) จะได้

$$\frac{dy'}{dt'} = \frac{dy}{\gamma(dt - \frac{vdx}{c^2})}$$

$$\frac{dy'}{dt'} = \frac{\frac{dy}{dt}}{\gamma(1 - \frac{v}{c^2} \frac{dx}{dt})}$$

$$u_y' = \frac{u_y}{\gamma(1 - \frac{vu_x}{c^2})}$$

(3) จะได้

$$\frac{dz'}{dt'} = \frac{dz}{\gamma(dt - \frac{vdx}{c^2})}$$

$$\frac{dz'}{dt'} = \frac{\frac{dz}{dt}}{\gamma(1 - \frac{v}{c^2} \frac{dx}{dt})}$$

$$u_z' = \frac{u_z}{\gamma(1 - \frac{vu_x}{c^2})}$$





การแปลงความเร็วแบบลอเรนซ์

แปลงจากกรอบอ้างอิง O เป็น O'

แปลงจากกรอบอ้างอิง O' เป็น O

$$u_x' = \frac{u_x - v}{1 - \frac{vu_x}{c^2}}$$

$$u_x = \frac{u_x' + v}{1 + \frac{vu_x'}{c^2}}$$

$$u_y' = \frac{u_y}{\gamma(1 - \frac{vu_x}{c^2})}$$

$$u_y = \frac{u_y'}{\gamma(1 + \frac{vu_x'}{c^2})}$$

$$u_z' = \frac{u_z}{\gamma(1 - \frac{vu_x}{c^2})}$$

$$u_z = \frac{u_z'}{\gamma(1 + \frac{vu_x'}{c^2})}$$

v คือ ความเร็วของกรอบอ้างอิง O' เทียบกับกรอบอ้างอิง O

u_x คือ ความเร็วของวัตถุในแนวแกน x เทียบกับกรอบอ้างอิง O

u_y คือ ความเร็วของวัตถุในแนวแกน y เทียบกับกรอบอ้างอิง O

u_z คือ ความเร็วของวัตถุในแนวแกน z เทียบกับกรอบอ้างอิง O

u_x' คือ ความเร็วของวัตถุในแนวแกน x เทียบกับกรอบอ้างอิง O'

u_y' คือ ความเร็วของวัตถุในแนวแกน y เทียบกับกรอบอ้างอิง O'

u_z' คือ ความเร็วของวัตถุในแนวแกน z เทียบกับกรอบอ้างอิง O'

เพิ่มเติม : เทคนิคในการแก้โจทย์ปัญหาการแปลงความเร็วแบบลอเรนซ์

- 1) พิจารณาโจทย์ว่าต้องการความเร็วของใครสัมพันธ์กับใคร
- 2) กำหนดให้ผู้สังเกตที่โจทย์ถามเป็นกรอบอ้างอิง O' และกำหนดให้ผู้ถูกสังเกตที่โจทย์ถามเป็นวัตถุ (ผู้สังเกตที่เหลือในโจทย์เป็นกรอบอ้างอิง O)
- 3) จากข้อ 2) จะได้ว่าโจทย์จะถามหา u' เสมอ จึงใช้การแปลงความเร็วจากกรอบอ้างอิง O เป็น O' มาคำนวณได้โดยสะดวก

Problem 16.48 Challenge

ผู้สังเกตซึ่งอยู่นิ่งบนโลกเห็นยานอวกาศ A เคลื่อนที่ไปทางทิศ $+x$ ด้วยอัตราเร็วคงที่ $0.750c$ และเห็นยานอวกาศ B เคลื่อนที่ไปทางทิศ $-x$ ด้วยอัตราเร็วคงที่ $0.850c$ ความเร็วที่ยานอวกาศ B เทียบกับยานอวกาศ A เป็นเท่าใด?

Answer : $-0.977c$

Problem 16.49 Challenge

ผู้สังเกตซึ่งอยู่นิ่งบนโลกเห็นนิสิต A เคลื่อนที่ไปทางทิศตะวันออกด้วยความเร็วขนาด $0.75c$ และเห็นนิสิต B เคลื่อนที่ไปทางทิศใต้ด้วยความเร็วขนาด $0.90c$ นิสิต A จะเห็นนิสิต B เคลื่อนที่ด้วยความเร็วขนาดเท่าใด และทำมุมเทียบกับทิศตะวันออกเป็นเท่าใด?

คลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า (Electromagnetic Waves)

y

Answer : $0.96c$ and 219° **Problem 16.50 Challenge**

ผู้สังเกตซึ่งอยู่นิ่งบนโลกเห็นนิสิต A เคลื่อนที่ไปทางทิศตะวันตกเฉียงเหนือด้วยความเร็วขนาด $0.800c$ และเห็นนิสิต B เคลื่อนที่ไปทางทิศตะวันออกด้วยความเร็วขนาด $0.600c$ นิสิต B จะเห็นนิสิต A เคลื่อนที่ด้วยความเร็วขนาดเท่าใด และทำมุมเทียบกับทิศตะวันออกเป็นเท่าใด?

Answer : $0.933c$ and 159°

Problem 16.51 Challenge

ในปี ค.ศ. 1851 Fizeau ได้ค้นพบว่าการเคลื่อนที่ของตัวกลางโปร่งแสงจะมีผลต่ออัตราเร็วของแสง โดยพิจารณาแสงซึ่งเคลื่อนที่ในน้ำ โดยน้ำกำลังเคลื่อนที่ด้วยความเร็วขนาด v ในทิศทางแนวระดับ สมมติให้แสงเคลื่อนที่ในทิศทางเดียวกับน้ำ (ความเร็วของแสงเทียบกับน้ำ คือ $\frac{c}{n}$ เมื่อ n คือ ดัชนีหักเหของน้ำ)

- จงแสดงว่าอัตราเร็วของแสงเทียบกับผู้สังเกตซึ่งอยู่นิ่ง คือ $u = \frac{c}{n} \left(\frac{1 + \frac{nv}{c}}{1 + \frac{v}{nc}} \right)$?
- เมื่อ $v \ll c$ จงแสดงว่าจากข้อ a) สามารถลดรูปได้เป็น $u \approx \frac{c}{n} + v - \frac{v}{n^2}$?
- จงหาค่า u จากข้อ a) เมื่ออัตราเร็วของน้ำเข้าใกล้อัตราเร็วแสง?

คลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า (Electromagnetic Waves)



คลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า (Electromagnetic Waves)

โมเมนตัมเชิงสัมพัทธภาพ (Relativistic Linear Momentum)

พิจารณานิยามของโมเมนตัมใหม่โดยปรับแก้มุมมองด้านเวลา จะได้

$$|p| = m_0 \frac{dx}{dt_0}$$

$$|p| = m_0 \frac{dx}{\frac{dt}{\gamma}}$$

$$|p| = \gamma m_0 \frac{dx}{dt}$$

$$\therefore \quad \vec{p} = m\vec{v} \quad ; \quad m = \gamma m_0$$



มวลและโมเมนตัมเชิงสัมพัทธภาพ

$$\vec{p} = m\vec{v} \quad ; \quad m = \gamma m_0 \quad \text{และ} \quad \gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$\vec{p}$ คือ โมเมนตัมของวัตถุเทียบกับผู้สังเกต

m คือ มวลของวัตถุเมื่อวัตถุมีความเร็วขนาด v เทียบกับผู้สังเกต

m_0 คือ มวลนิ่งของวัตถุ (มวลขณะที่วัตถุอยู่นิ่ง)

v คือ ขนาดความเร็วของวัตถุเทียบกับผู้สังเกต

$\vec{v}$ คือ ความเร็วของวัตถุเทียบกับผู้สังเกต

Problem 16.52 Challenge

อนุภาคหนึ่งซึ่งไม่เสถียรเดิมอยู่นิ่ง จากนั้นแตกตัวออกเป็นสองส่วนโดยมีขนาดมวลไม่เท่ากัน มวลนิ่งชิ้นที่หนึ่งเท่ากับ 2.50×10^{-28} kg และมวลนิ่งชิ้นที่สองมีขนาด 1.67×10^{-27} kg ถ้าหลังจากที่แตกตัวออกมามวลก้อนที่น้อยกว่ามีความเร็วขนาด $0.893c$ จงหาขนาดความเร็วของมวลก้อนที่ใหญ่กว่า?

Answer : $0.285c$

คลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า (Electromagnetic Waves)

พลังงานเชิงสัมพัทธภาพ (Relativistic Energy)

$$\text{จาก } |\vec{F}| = \frac{d|\vec{p}|}{dt}$$

$$|\vec{F}| = \frac{d(mv)}{dt}$$

$$|\vec{F}| = \frac{d(\gamma m_0 v)}{dt}$$

$$|\vec{F}| = m_0 \left(\gamma \frac{dv}{dt} + v \frac{d\gamma}{dt} \right)$$

$$|\vec{F}| = m_0 \left(\left(1 - \frac{v^2}{c^2} \right)^{-1/2} \frac{dv}{dt} + v \frac{d}{dt} \left(1 - \frac{v^2}{c^2} \right)^{-1/2} \right)$$

$$|\vec{F}| = m_0 \left(\left(1 - \frac{v^2}{c^2} \right)^{-1/2} \frac{dv}{dt} + v \left(-\frac{1}{2} \right) \left(1 - \frac{v^2}{c^2} \right)^{-3/2} \left(-\frac{2v}{c^2} \right) \frac{dv}{dt} \right)$$

$$|\vec{F}| = \left(\left(1 - \frac{v^2}{c^2} \right)^{-1/2} + \frac{v^2}{c^2} \left(1 - \frac{v^2}{c^2} \right)^{-3/2} \right) m_0 \frac{dv}{dt}$$

$$|\vec{F}| = \left(1 + \frac{v^2}{c^2 \left(1 - \frac{v^2}{c^2} \right)} \right) \left(1 - \frac{v^2}{c^2} \right)^{-1/2} m_0 \frac{dv}{dt}$$

$$|\vec{F}| = \left(\frac{c^2 - v^2 + v^2}{c^2 - v^2} \right) \left(1 - \frac{v^2}{c^2} \right)^{-1/2} m_0 \frac{dv}{dt}$$

$$|\vec{F}| = \left(\frac{c^2}{c^2 - v^2} \right) \left(1 - \frac{v^2}{c^2} \right)^{-1/2} m_0 \frac{dv}{dt}$$

$$|\vec{F}| = \left(\frac{1}{1 - \frac{v^2}{c^2}} \right) \left(1 - \frac{v^2}{c^2} \right)^{-1/2} m_0 \frac{dv}{dt}$$

$$|\vec{F}| = \left(1 - \frac{v^2}{c^2} \right)^{-3/2} m_0 \frac{dv}{dt}$$

$$|\vec{F}| = \gamma^3 m_0 \frac{dv}{dt}$$

คลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า (Electromagnetic Waves)

จาก $W = \int \vec{F} \cdot d\vec{r}$

$$\Delta K = \int \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{-3/2} m_0 \frac{dv}{dt} dx$$

$$\Delta K = \int \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{-3/2} m_0 \frac{dx}{dt} dv$$

$$\Delta K = \int \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{-3/2} m_0 v dv$$

$$K - 0 = m_0 \int_0^v \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{-3/2} v dv$$

$$K = m_0 \int_0^v \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{-3/2} v dv$$

กำหนดให้ $u = 1 - \frac{v^2}{c^2}$

$$\frac{du}{dv} = -\frac{2v}{c^2}$$

$$v dv = -\frac{1}{2} c^2 du$$

$\therefore$

$$K = -\frac{1}{2} m_0 c^2 \int_{v=0}^v u^{-3/2} du$$

$$K = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{u}} \Big|_{v=0}^v$$

$$K = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \Big|_0^v$$

$$K = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - m_0 c^2$$

คลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า (Electromagnetic Waves)

$$K = \gamma m_0 c^2 - m_0 c^2 \quad ; \quad \gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$$K = mc^2 - m_0 c^2 \quad ; \quad m = \gamma m_0$$

สมการดังกล่าวมีความหมายที่น่าสนใจเมื่อมองว่าวัตถุมิพลังงานตอนที่อยู่นิ่ง เป็น $E_0 = m_0 c^2$ และมีพลังงานในตอนที่มีความเร็วขนาด v เป็น $E = mc^2$ จะได้

$$K = E - E_0$$

หรือ $E = E_0 + K$

จาก $E^2 = (\gamma m_0 c^2)^2$

$$E^2 = (\gamma m_0 c^2 + \gamma m_0 v c - \gamma m_0 v c)^2$$

$$E^2 = (\gamma m_0 v c + \gamma (c - v) m_0 c)^2$$

$$E^2 = (\gamma m_0 v)^2 c^2 + 2\gamma^2 m_0^2 c^2 v (c - v) + \gamma^2 (c - v)^2 m_0^2 c^2$$

$$E^2 = (\gamma m_0 v)^2 c^2 + \gamma^2 (2vc - 2v^2 + c^2 - 2vc + v^2) m_0^2 c^2$$

$$E^2 = p^2 c^2 + \gamma^2 (c^2 - v^2) m_0^2 c^2 \quad ; \quad p = \gamma m_0 v$$

$$E^2 = p^2 c^2 + \left(\frac{1}{1 - \frac{v^2}{c^2}} \right) (c^2 - v^2) m_0^2 c^2$$

$$E^2 = p^2 c^2 + \left(\frac{c^2}{c^2 - v^2} \right) (c^2 - v^2) m_0^2 c^2$$

$$E^2 = p^2 c^2 + (m_0 c^2)^2$$

$$E^2 = p^2 c^2 + E_0^2 \quad ; \quad E_0 = m_0 c^2$$

คลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า (Electromagnetic Waves)



พลังงานเชิงสัมพัทธภาพ (Relativistic Energy)

$$E = mc^2 \quad ; \quad m = \gamma m_0$$

E คือ พลังงานของวัตถุ ณ ความเร็วขนาด v

m คือ มวลของวัตถุ ณ ความเร็วขนาด v

c คือ อัตราเร็วของแสงในสุญญากาศ

m_0 คือ มวลนิ่งของวัตถุ

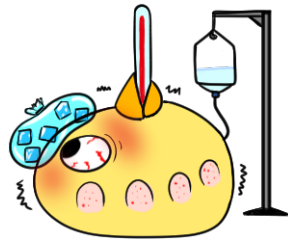
$$E = E_0 + K$$

E_0 คือ พลังงานมวลนิ่งของวัตถุ ($E_0 = m_0 c^2$)

K คือ พลังงานจลน์ของวัตถุ

$$E^2 = p^2 c^2 + E_0^2$$

p คือ ขนาดโมเมนตัมของวัตถุ ($p = mv$)



Problem 16.53 Challenge

จงแสดงว่าที่ความเร็วน้อยๆ ($v \ll c$) พลังงานจลน์เชิงสัมพัทธภาพ ($K = E - E_0$) จะประมาณได้ว่าเป็นพลังงานจลน์แบบนิวตัน ($K = \frac{1}{2}m_0v^2$)?

Problem 16.54 Challenge

เมื่อโปรตอนมีพลังงานเป็น 3 เท่าของพลังงานตอนที่โปรตอนอยู่นิ่ง จงหา

- พลังงานมวลนิ่งของโปรตอนในหน่วย eV ($1 \text{ eV} = 1.60 \times 10^{-19} \text{ J}$)?
- อัตราเร็วของโปรตอน?
- พลังงานจลน์ของโปรตอน?
- ขนาดโมเมนตัมของโปรตอน?

คลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า (Electromagnetic Waves)

Answer : a) 939 MeV, b) 0.943c, c) 1.88 GeV and d) 2.66 GeV/c

คลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า (Electromagnetic Waves)

Problem 16.55 Challenge

มวลก้อนหนึ่งระเบิดออกเป็นสองส่วน มวลส่วนแรกเคลื่อนที่ไปทางทิศ $+x$ ด้วยความเร็วขนาด $0.800c$ และมีมวล $2.00 \text{ MeV}/c^2$ มวลส่วนที่สองเคลื่อนที่ไปทางทิศ $+y$ ด้วยความเร็วขนาด $0.600c$ และมีมวล $1.00 \text{ MeV}/c^2$ จงหา

- พลังงานจลน์ของมวลส่วนแรก?
- พลังงานจลน์ของมวลส่วนที่สอง?
- มวลนิ่งของวัตถุก่อนระเบิด?
- พลังงานของวัตถุก่อนระเบิด?
- ขนาดความเร็วของวัตถุก่อนระเบิด?
- มุมเทียบแกน x ของความเร็วของวัตถุก่อนระเบิด?

คลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า (Electromagnetic Waves)

คลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า (Electromagnetic Waves)

คลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า (Electromagnetic Waves)

Answer : a) 0.800 MeV, b) 0.200 MeV, c) 2.00 MeV/c²,
d) 2.63 MeV, e) 0.649c and f) 20.6°

ทฤษฎีสัมพัทธภาพทั่วไป (The General Theory of Relativity) [Additional]

คำถามหนึ่งที่น่าสนใจในทางฟิสิกส์ คือ จากสมการแรงดึงดูดระหว่างมวล ($|F| = \frac{Gm_1m_2}{r^2}$) อธิบายได้ว่ามวลจะทำให้เกิดแรงดึงดูด แต่สมการกฎการเคลื่อนที่ของนิวตัน ($|\Sigma F| = m|a|$) อธิบายได้ว่ามวลเป็นสมบัติเชิงความเฉื่อยที่ต้านการเคลื่อนที่ ซึ่งสองแนวคิดนี้มวลทำหน้าที่ต่างกันอย่างสิ้นเชิง

พิจารณาเหตุการณ์แรก คือ ผู้สังเกตได้สังเกตการตกอย่างอิสระของวัตถุ โดยผู้สังเกตอยู่ในกรอบอ้างอิงซึ่งไม่มีความเร่งและอยู่ภายใต้สนามโน้มถ่วง g

พิจารณาเหตุการณ์ที่สอง คือ ผู้สังเกตได้สังเกตการตกอย่างอิสระของวัตถุ โดยผู้สังเกตอยู่ในกรอบอ้างอิงซึ่งมีความเร่งเท่ากับ g ในทิศทางตรงข้ามกับเหตุการณ์แรก และไม่มีสนามโน้มถ่วง

ในปี ค.ศ. 1916 ไอน์สไตน์ได้ชี้ให้เห็นว่าไม่มีกลไกการทดลองใดที่สามารถแยกความแตกต่างระหว่างสองเหตุการณ์ดังกล่าวได้ และจากแนวคิดดังกล่าวได้นำไปสู่สมมติฐานของทฤษฎีสัมพัทธภาพทั่วไป



สมมติฐานของทฤษฎีสัมพัทธภาพทั่วไป

- 1) กฎทางธรรมชาติต้องมีรูปแบบเดียวกันสำหรับผู้สังเกตในกรอบอ้างอิงใดๆ ไม่ว่าจะมี ความเร่งหรือไม่มีความเร่ง
- 2) ในบริเวณใกล้เคียงกับจุดใดๆ สนามโน้มถ่วงจะเทียบเท่ากับความเร่งของกรอบอ้างอิงที่ไร้สนามโน้มถ่วง



คลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า (Electromagnetic Waves)

ผลกระทบที่น่าสนใจของทฤษฎีสัมพัทธภาพทั่วไปที่ได้คาดการณ์ไว้ เช่น สนามโน้มถ่วงจะทำให้เวลาเดินช้าลง ดังนั้นความถี่ของรังสีที่แผ่ออกมาจากอะตอมจะมีค่ามากขึ้นเมื่อสนามโน้มถ่วงเข้มมากขึ้น

ไอน์สไตน์ได้พัฒนาแนวคิดความโค้งของ Space-Time เพื่อใช้อธิบายความเร่งที่ทำให้ผลกระทบของสนามโน้มถ่วงหายไปตามสมมติฐานของสองของทฤษฎีสัมพัทธภาพทั่วไป และแนวคิดดังกล่าวได้เข้ามาแทนที่แรงดึงดูดระหว่างมวลของนิวตันอย่างสิ้นเชิง โดยอธิบายว่ามวลได้ทำให้เกิดความโค้งของ Space-Time ความโค้งดังกล่าวได้ส่งผลต่อเส้นทางการเคลื่อนที่ของวัตถุผ่านสมการคณิตศาสตร์ที่ซับซ้อน เรียกว่า “สมการสนามของไอน์สไตน์ (Einstein Field Equations)”

$$G_{\mu\nu} = R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}Rg_{\mu\nu} = \frac{8\pi G}{c^4}T_{\mu\nu}$$

จากแนวคิดความโค้งของ Space-Time ได้อธิบายว่าเมื่อแสงเดินทางผ่านบริเวณที่มีมวลมากๆ แสงจะเคลื่อนที่โค้งตามความโค้งของ Space-Time และนักดาราศาสตร์ได้ตรวจพบการโค้งของแสงดาวใกล้ดวงอาทิตย์ระหว่างเกิดสุริยุปราคาเต็มดวง เรียกปรากฏการณ์ดังกล่าวว่า “เลนส์ความโน้มถ่วง (Gravitational Lens)”

ดาวฤกษ์ขนาดใหญ่เมื่อหมดเชื้อเพลิงนิวเคลียร์จะเกิดการยุบตัวลงจนปริมาตรมีขนาดน้อยมากๆ ส่งผลให้มวลมีความหนาแน่นสูงมากๆ ทำให้ Space-Time มีความโค้งมากๆ จนวัตถุหรือแสงที่เข้ามาใกล้ๆ ไม่สามารถเคลื่อนที่ออกไปได้ จึงเรียกสิ่งนี้ว่า “หลุมดำ (Black Hole)” โดยมีรัศมีวิกฤตที่บอกว่าเมื่อวัตถุได้เคลื่อนที่หลุดเข้าไปในรัศมีดังกล่าวแล้วจะออกมาไม่ได้ เรียกว่า “Schwarzschild Radius” และทรงกลมจากรัศมีดังกล่าว เรียกว่า “ขอบฟ้าเหตุการณ์ (Event horizon)” ซึ่งเป็นขีดจำกัดที่วัตถุจะยังไม่ถูกหลุมดำกักไว้



คลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า (Electromagnetic Waves)



Pinfist : มัธยมศึกษาตอนปลาย และอุดมศึกษา